

电声子相互作用对量子点分子中单电子隧穿的影响^{*}

吴卓杰[†] 朱卡的 袁晓忠 郑 杭

(上海交通大学物理系, 上海 200240)

(2004 年 10 月 18 日收到, 2004 年 12 月 28 日收到修改稿)

研究了双量子点系统中的电子隧穿动力学过程, 在考虑电子与声子相互作用的情况下用基于正则变换的微扰方法解析地得到了电子动态隧穿电流的表达式. 并且详细分析电子与声子耦合引起的退相干问题, 在此基础上指出了可能的退耦机理.

关键词: 电声子相互作用, 双量子点, 隧穿

PACC: 7335C, 6320K, 7360L, 7340G

1. 引 言

量子点由于其和原子的相似性质(如电子的分立能态^[1])而被称为人造原子, 如果两个量子点相互耦合, 也会表现出一些类似双原子分子的性质(如成键态和反键态^[2]), 所以被称为人造分子. 一系列的实验研究^[3-5]表明, 这种相互耦合的双量子点系统是一种很好的量子位(qubit)的物理实现, 并且可以通过外加的电极和门电压实现对量子位的相干控制^[5], 所以预示着在量子器件和将来的量子计算机里有重大的应用.

然而任何量子系统都必须和宏观环境相互作用, 进而不得不面临退相干(decoherence)的问题, 如何理解并进而控制退相干已成为量子信息的关键. 对于双量子点系统的退相干问题, 已经有很多文献[6-11]. 但是文献[6-8]都没有考虑量子点中的电子与声子耦合引起的退相干, 而这种电子声子的耦合在量子点中是不可避免的. Brandes 等人考虑了声子效应^[9-11], 却只给出了静态的隧穿电流. 很多文献^[12-14]研究过 Si 量子点中的隧穿效应, 但由于 Si 晶体具有反演中心, 所以其声学声子的贡献只来自于形变势, 而没有压电效应, 然而在 III-V 族和 II-VI 族晶体中, 压电效应将占主导地位. 本文首先集中研究与一般声子耦合后的双量子点系统中的电子隧穿动力学过程, 然后考虑 GaAs(III-V 族)这一

具有代表性的量子点材料, 具体讨论它的退相干性质.

2. 模型和理论

我们考虑文献[5]中在 GaAs/AlGaAs 二维电子气形成的双量子点系统, 由左右两个相互耦合的量子点组成. 两个量子点相当于两个势阱, 电子可以克服它们之间的势垒在两个量子点之间隧穿. 由于库仑阻塞, 在一定的源极和漏极电压 V_{sd} 下, 只能有一个多余的电子, 或者占据左量子点, 或者占据右量子点, 分别定义了 Hilbert 空间的两个态矢 $|L\rangle$ 和 $|R\rangle$, 它们所对应的本征能级分别为 ϵ_L 和 ϵ_R . 文献[5]中首先在一定条件下将电子初态制备在 $|L\rangle$ 态, 然后在操作(manipulation)时, 控制外加电压使这个多余的电子在左右两个量子点间共振隧穿($\epsilon = \epsilon_L - \epsilon_R = 0$), 并且抑制了量子点与源极和漏极之间的一阶隧穿, 实现了双量子点系统和外加电极的分离. 所以在 Born-Markov 近似下, 即忽略高阶的 cotunneling 效应, 考虑到和声子的耦合, 模型哈密顿量可写为($\hbar = 1$)

$$H = T_c \sigma_x + \sum_k \omega_k b_k^\dagger b_k + \frac{1}{2} \sum_k g_k (b_k^\dagger + b_k) \sigma_z, \quad (1)$$

其中引入了泡利算符 $\sigma_z = |L\rangle\langle L| - |R\rangle\langle R|$, $\sigma_x = |L\rangle\langle R| + |R\rangle\langle L|$, T_c 代表两个量子点之间的隧

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10274051), 上海市科学基金(批准号:03ZR14060)资助的课题.

[†] E-mail: wuzj@sjtu.edu.cn

穿,如果没有声子的作用,电子在左右两个量子点之间以 Rabi 频率 $2T_c$ 隧穿,第二项代表声子热库,第三项代表电子和声子的相互作用, g_k 代表电子和第 k 个声子模的耦合常数. 这个哈密顿量等效于零偏置时的 spin-boson 哈密顿量^[15].

众所周知 spin-boson 模型是一个不可精确求解的模型,已经有很多文献^[15-17]给出了在各种近似条件下的解,本文采用基于正则变换的微扰方法得到这个模型的解析形式的解. 首先对哈密顿量作正则变换^[17]: $H' = \exp(S)H\exp(-S)$, 其中

$$S = \sum_k \frac{g_k}{2\omega_k} \xi_k (b_k^+ - b_k) \sigma_z. \quad (2)$$

并把 H' 分解为 $H' = H'_0 + H'_1 + H'_2$, 其中

$$H'_0 = \eta T_c \sigma_x + \sum_k \omega_k b_k^+ b_k - \sum_k \frac{g_k^2}{4\omega_k} \xi_k (2 - \xi_k), \quad (3)$$

$$H'_1 = \frac{1}{2} \sigma_z \sum_k g_k (1 - \xi_k) (b_k^+ + b_k) + \eta T_c i \sigma_y A, \quad (4)$$

$$H'_2 = T_c \sigma_x (\cosh A - \eta) + T_c i \sigma_y (\sinh A - \eta A), \quad (5)$$

其中 $A = \sum_k \frac{g_k}{\omega_k} \xi_k (b_k^+ - b_k)$, η 是一个可调参数并将被调整到使 H'_1 和 H'_2 最小.

下面用 $|g\rangle = |S_2\rangle | \{0_k\} \rangle$ 代表 H'_0 的基态, $|e_s\rangle = |S_1\rangle | \{0_k\} \rangle$ 和 $|e_k\rangle = |S_2\rangle | 1_k \rangle$ 代表 H'_0 的最低激发态, 其中 $\sigma_x |S_1\rangle = |S_1\rangle$, $\sigma_x |S_2\rangle = -|S_2\rangle$, $| \{0_k\} \rangle$ 代表声子的真空态, $| 1_k \rangle$ 代表在第 k 个模上有一个声子, 其他模上均没有声子. 令 $H'_1 |g\rangle = 0$, $g | H'_2 |g\rangle = 0$, 我们可以得到参数 ξ_k 和 η 分别为

$$\xi_k = \frac{\omega_k}{(\omega_k + 2\eta T_c)}, \quad (6)$$

$$\eta = \exp \left[- \sum_k \frac{g_k^2 \xi_k^2}{2\omega_k} \right]. \quad (7)$$

现在我们很容易得到如下关系:

$$g | H'_1 |g\rangle = 0, \quad e_s | H'_1 |g\rangle = 0, \quad e_k | H'_1 |g\rangle = 0, \quad e_k | H'_1 |e_s\rangle = V_k, \quad (8)$$

$$g | H'_2 |g\rangle = 0, \quad e_s | H'_2 |g\rangle = 0, \quad e_k | H'_2 |g\rangle = 0, \quad e_k | H'_2 |e_s\rangle = 0, \quad (9)$$

$$e_s | H'_1 |e_s\rangle = 0, \quad e_k | H'_1 |e_k\rangle = 0, \quad e_s | H'_2 |e_s\rangle = 0, \quad e_k | H'_2 |e_k\rangle = \eta T_c \frac{g_k^2}{\omega_k^2} \xi_k^2, \quad (10)$$

其中 $V_k = 2\eta T_c g_k \xi_k / \omega_k$. 由于文献[5]中的晶格温度低于 20mK, 在这样的极低温下多声子过程效应已经

很弱, 所以可以对角化 H' 的最低激发态为

$$H' = -\eta T_c |g\rangle \langle g| + \sum_E E |E\rangle \langle E| + \text{高激发项}. \quad (11)$$

其中的变换^[17,18]如下:

$$|e_s\rangle = \sum_E \alpha(E) |E\rangle, \quad (12)$$

$$|e_k\rangle = \sum_E \gamma_k(E) |E\rangle, \quad (13)$$

$$|E\rangle = \alpha(E) |e_s\rangle + \sum_k \gamma_k(E) |e_k\rangle, \quad (14)$$

其中

$$\alpha(E) = \left[1 + \sum_k \frac{V_k^2}{(E + \eta T_c - \omega_k)^2} \right]^{-1/2}, \quad (15)$$

$$\gamma_k(E) = \frac{V_k}{(E + \eta T_c - \omega_k)} \alpha(E). \quad (16)$$

并且 E 是以下方程的各个解

$$E - \eta T_c - \sum_k \frac{V_k^2}{E + \eta T_c - \omega_k} = 0. \quad (17)$$

文献[15]中定义了动力学量

$$P(t) = \langle \varphi(t) | \sigma_z | \varphi(t) \rangle,$$

则从初态 $|L\rangle$ 隧穿到 $|R\rangle$ 态的电子数(概率)为

$$n_p(t) = \frac{1}{2} [1 + P(t)] \quad \text{正比于弹性隧穿电流}^{[5]}. \quad \text{其中}$$

$$| \varphi(t) \rangle = e^{-s} e^{-iH't} e^s | \varphi(0) \rangle. \quad (18)$$

我们调节声子态使得初态 $| \varphi(0) \rangle = e^{-s} |L\rangle | \{0_k\} \rangle$,

又由于 $e^s \sigma_e e^{-s} = \sigma_z$, 可得^[17]

$$\begin{aligned} P(t) &= \langle \{0_k\} | L | e^{iH't} \sigma_z e^{-iH't} |L\rangle | \{0_k\} \rangle \\ &= -\frac{1}{2} \sum_E x^2(E) \exp[-i(E + \eta T_c)t] \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_E x^2(E) \exp[i(E + \eta T_c)t] \\ &= -\frac{1}{4\pi i} \oint_C d\omega e^{-i\omega t} \left(\omega - 2\eta T_c - \sum_k \frac{V_k^2}{\omega + i0^+ - \omega_k} \right)^{-1} \\ &\quad - \frac{1}{4\pi i} \oint_{C'} d\omega e^{i\omega t} \left(\omega - 2\eta T_c - \sum_k \frac{V_k^2}{\omega - i0^+ - \omega_k} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\omega = E + \eta T_c$. 用 $R(\omega)$ 和 $\gamma(\omega)$ 分别表示

$$\sum_k \frac{V_k^2}{\omega \pm i0^+ - \omega_k} \text{的实部和虚部, 可得} \\ R(\omega) = (2\eta T_c)^2 \text{P.V.} \int_0^\infty d\omega' \frac{\mathcal{K}(\omega')}{(\omega - \omega')^2 (\omega' + 2\eta T_c)^2}, \quad (20)$$

$$\chi(\omega) = \pi(2\eta T_c)^{-1} \frac{\mathcal{J}(\omega)}{(\omega + 2\eta T_c)^{-1}}. \quad (21)$$

(20)式中的 P.V. 代表柯西主值. 我们也容易得到

$$\eta = \exp\left(-\int_0^\infty d\omega \frac{\mathcal{J}(\omega)}{\chi(\omega + 2\eta T_c)}\right). \quad (22)$$

在推导以上三式时已经引入了声子谱密度 $\mathcal{J}(\omega) = \sum_k g_k^2 \chi(\omega - \omega_k)$, 文献 [10] 表明低温下 GaAs 双量子点系统中声子对电子的主要影响来自声学声子的压电效应, 并且谱密度可写为

$$\mathcal{J}(\omega) = 2\alpha\omega [1 - \omega_d/\omega \sin(\omega/\omega_d)] e^{-\omega/\omega_c} [9],$$

其中 α 是一个无量纲的电声子耦合常数, $\omega_d = c_s/d$, c_s 是纵声速, d 是两个量子点的距离, ω_c 是截止频率, 来自于波函数在量子点中的受限效应. 这样就可以解得动力学量

$$P(t) = -\cos(\omega_r t) e^{-\gamma t}, \quad (23)$$

其中 ω_r 是方程

$$\omega - 2\eta T_c - R(\omega) = 0 \quad (24)$$

的解, 指数衰减因子 γ 由二阶近似得到

$$\gamma = \chi(2\eta T_c) = \alpha\pi\eta T_c \left[1 - \frac{\omega_d}{2\eta T_c} \sin\left(\frac{2\eta T_c}{\omega_d}\right)\right] e^{-\frac{2\eta T_c}{\omega_c}}. \quad (25)$$

再由 $n_p(t) = \frac{1}{2}[1 + P(t)]$ 就得到了弹性隧穿电流的解析形式.

3. 结果和分析

电子在两个势阱中隧穿, 如果完全不和其他自由度耦合, 在两个势阱中得布局数反转 (即 $P(t)$) 是以 $2T_c$ 为频率做拉比振荡. 但在双量子点中考虑声子的耦合以后, 从(23)式可以明显看到这种振荡将以 γ 为因子衰减, 并且无论是振荡频率和衰减因子都将受到电声子耦合常数的调制. 为看清楚这一点, 下面我们取量子点中 ω_c 的典型值 1 ps^{-1} , ω_d 和 T_c 均取为 $0.01\omega_c$, 图 1 给出了耦合常数 α 在 0.05, 0.1, 0.2 时的三条动态隧穿电流随时间的变化曲线. 当电声子耦合增强时, 不仅振荡频率有所减小, 更重要的衰减开始加快, 这意味着更快的退相干, 而且这种由声子散射所引起的退相干总是和耗散 (dissipation) 相伴随.

图 2 给出了 γ 随 d 的变化曲线. 这里我们假定电子在两个量子点之间的隧穿 T_c 固定成 $0.1\omega_c$ 是不随着 d 而改变的, 实际上在实验中也可以做到这

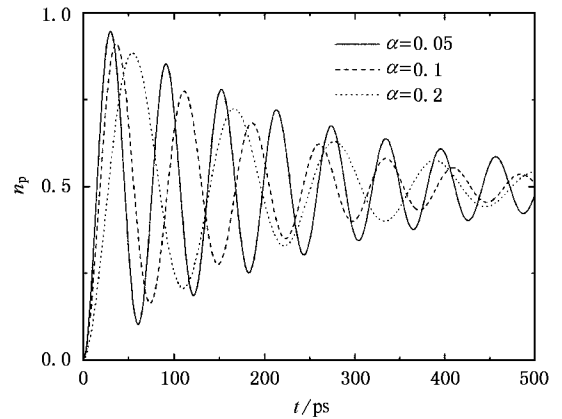


图 1 耦合常数 $\alpha = 0.05, 0.1, 0.2$ 时隧穿电流 $n_p(t)$ 随时间 t 的变化关系图 (其他参数为 $\omega_c = 1 \text{ ps}^{-1}$, $\omega_d = T_c = 0.01\omega_c$)

一点, 因为电子的隧穿是可以通外加的电极电压和门电压控制^[5]. 耦合常数 α 取为 0.05, 纵声速 c_s 取为 5000 m/s , 均为 GaAs 的典型参数^[9]. 我们看到在 $d < 100 \text{ nm}$ 段, 退相干率几乎是随着量子点的间距 d 线性增加, 在 $d = 115 \text{ nm}$ ($\omega_d \approx 0.044\omega_c$) 左右达到一个最大值, 之后随着 d 的进一步增大, 退相干率将做减幅振荡, 这种振荡来源于谱函数 $\mathcal{J}(\omega)$ 中的正弦振荡项. 为使系统保持较好相干性, 在其他参数固定的情况下, 生长双量子点时, 需要选择合适的间距以避免退相干率的各个峰值.

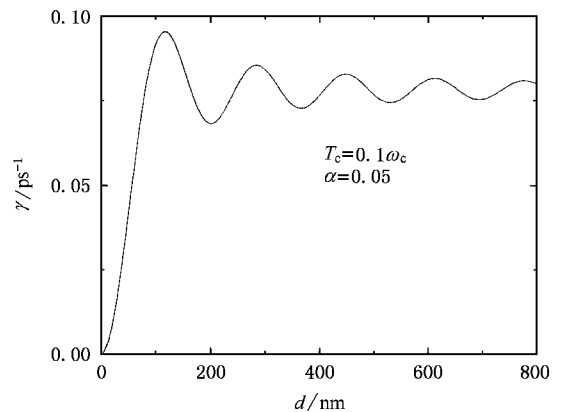


图 2 退相干率 γ 随量子点间距 d 的变化关系图 (其他参数为 $T_c = 0.1\omega_c$, $\alpha = 0.05$, $c_s = 5000 \text{ m/s}$)

一般情况下, 一个双量子点系统的间距是固定的, 而电子的隧穿率 T_c 是人为可调的, 所以我们在图 3 中给出了退相干率 γ 与 T_c 的变化关系, 其中 $d = 100 \text{ nm}$, $\alpha = 0.05$. 整条曲线的大致趋势为在 $T_c < 0.5\omega_c$ 段退相干随 T_c 的增大而迅速加快, 在 T_c 继续增大即 Rabi 频率 $2T_c$ 超过量子点的截止频率 ω_c

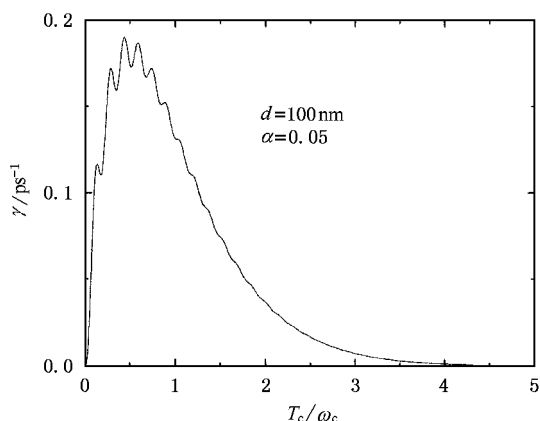


图3 退相干率 γ 随电子的隧穿率 T_c 的变化关系图(其他参数 :

$d = 100\text{nm}$ $\alpha = 0.05$ $v_s = 5000\text{m/s}$)

时,退相干率 γ 将缓慢减小,在 T_c 大于 $4\omega_c$ 时,系统几乎不再退相干,这就是所谓的动态退耦 (dynamical decoupling)^[19]. 这样的结果使得双量子点系统在量子信息处理上的应用前景十分诱人,因

为通过调节外加电压,在实验中是有可能得到比较高的电子隧穿 T_c 的,也就有可能使双量子点系统保持长久的相干性. 另外,和图2中一样,在图3中也同样找到了谱函数的正弦振荡项的痕迹,表现为曲线的上升段一些毛刺和下降段的台阶,这些毛刺和台阶之间的间隔也基本上是等距的.

4. 结 论

本文研究了双量子点系统中电子隧穿的动力学过程,在考虑了与声子耦合的情况下,通过正则变换的方法,得到了动态隧穿电流的解析形式. 由于声子的散射,电子的隧穿振荡会出现衰减,即量子系统出现与耗散相伴随的退相干. 我们详细分析了系统的退相干与电声子耦合常数、量子点间距、电子隧穿率之间的关系,并且发现增加隧穿率有可能实现动态退耦,预示着双量子点系统在量子信息处理应用上的诱人前景.

[1] Reimann S M and Manninen M 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 1283
 [2] Wiel W G *et al.* 2003 *Rev. Mod. Phys.* **75** 1
 [3] Fujisawa T, Oosterkamp T H and Wiel W G 1998 *Science* **282** 932
 [4] Oosterkamp T H *et al.* 1998 *Nature* **395** 873
 [5] Hayashi T *et al.* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 22680
 [6] Cardamone D M, Stafford C A and Barrett B R 2002 *Phys. Stat. Sol. B* **230** 419
 [7] Fujisawa T, Hayashi T and Hirayama Y 2004 *J. Vac. Sci. Technol. B* **22** 2035
 [8] Hartmann U and Wilhelm F K 2004 *Phys. Rev. B* **69** 161309
 [9] Brandes T and Kramer B 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 3021
 [10] Aguado R and Brandes T 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 206601
 [11] Brandes T, Aguado T and Platero G 2004 *Phys. Rev. B* **69** 205326

[12] Yuan X L, Shi Y, Yang H G, Pu H M, Wu J and Zhao B 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2037 (in Chinese) [袁晓利、施毅、杨红官、卜惠明、吴军、赵波 2000 物理学报 **49** 2037]
 [13] Wang T H, Li H W and Zhou J M 2001 *Chin. Phys.* **10** 844
 [14] Liu M, Wang Z O, He Y L and Jiang X L 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 699 (in Chinese) [刘明、王子欧、何宇亮、江兴流 1998 物理学报 **47** 699]
 [15] Leggett A J *et al.* 1987 *Rev. Mod. Phys.* **59** 1
 [16] Sassetti M and Weiss U 1990 *Phys. Rev. Lett.* **65** 2262
 [17] Zheng H 2004 *Eur. Phys. J. B* **38** 559
 [18] Guinea F, Hakim V and Muramatsu A 1985 *Phys. Rev. B* **32** 4410
 [19] Viola L, Knill E and Lloyd S 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 2417



Influence of electron-phonon interaction on single electron tunneling in a quantum dot molecule^{*}

Wu Zhuo-Jie[†] Zhu Ka-Di Yuan Xiao-Zhong Zheng Hang

(*Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China*)

(Received 18 October 2004 ; revised manuscript received 28 December 2004)

Abstract

The dynamics of electron tunneling between double quantum dots is investigated theoretically in terms of a perturbation method based on a unitary transformation. Considering electron coupling with phonons, the dynamical tunneling current is obtained analytically. The phonon-induced decoherence is studied in detail. A possible decoupling mechanism is proposed.

Keywords : electron-phonon interaction , double quantum dot , tunneling

PACC : 7335C , 6320K , 7360L , 7340G

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10274051), and the Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 03ZR14060).

[†]E-mail : wuzj@sjtu.edu.cn