

# 两个非耦合 Hindmarsh-Rose 神经元 同步的非线性特征研究<sup>\*</sup>

吴<sup>1)†</sup> 徐健学<sup>1)</sup> 何岱海<sup>2)</sup> 靳伍银<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> 西安交通大学航天航空学院, 西安 710049)

<sup>2)</sup> Department of Mathematics and Statistics, McMaster University, Hamilton L8S4K1, Canada)

(2004 年 7 月 21 日收到, 2004 年 12 月 13 日收到修改稿)

利用 Hindmarsh-Rose(HR)神经元输出的膜电压作为刺激调整两个具有不同初始条件的非耦合 HR 神经元的电流输入,通过分析神经元放电峰峰间期(ISI)的分布揭示了两个神经元同步过程轨道演化的机理.在周期信号刺激下,两个具有相同参数原处于混沌状态的神经元可以实现完全同步,且可以同步到不同于刺激信号频率的周期响应上,两个具有不同参数的神经元可以实现相位同步,参数差别较小的两个神经元可以相位同步到与刺激信号不同频率的周期响应上,参数差别较大的两个神经元只可能相位同步到与刺激信号相同频率的周期响应上.混沌信号刺激两个神经元只可能同步到产生混沌信号神经元的放电模式上,可见混沌刺激更有利于神经元信息编码与解码.分析两个被调整神经系统的最大条件 Lyapunov 指数(L<sub>mc</sub>)与刺激强度  $k$  的关系表明当  $k$  达到某一阈值时两个系统的 L<sub>mc</sub> 均为负值是两个系统实现同步的必要条件.平均发放率相同的混沌刺激和周期刺激相比较混沌刺激更容易使两个神经元实现同步,表明混沌刺激产生的效应更强,该结论与实验结果相符合.

关键词:放电峰峰间期,同步,相位同步,条件 Lyapunov 指数

PACC: 8730, 0547

## 1. 引 言

自从 Pecora 和 Carroll<sup>[1,2]</sup>在 1990 年提出两个系统同步的概念后,同步的研究在通信、控制、神经科学等许多领域引起了学者们的广泛兴趣<sup>[3-8]</sup>.目前关于神经元的同步化研究,更多考虑的是有耦合项存在的情况.但脑内神经活动同步化试验<sup>[9-12]</sup>表明,对同一刺激的同步化反映可以出现在同一脑区内空间上相互分离的细胞集群之间以及在不同的皮层区之间,甚至跨越大脑的两半球.由此可见非耦合连接同样可以产生同步化反映.

神经元对信息的编码主要有频率编码和时间编码两种形式,但由于频率编码的局限性使得时间编码越来越受到重视.在时间编码的观点中,信息被认为是携带于神经元放电峰峰间期(ISI)中<sup>[13-19]</sup>.文献[8]研究了两个非耦合神经元在外部混沌刺激下经由同步实现信息解码的机理,结果表明同步时神经

元 ISI 与混沌刺激之间的光滑映射可保证刺激信号中非线性结构的传递.

Hindmarsh-Rose(HR)神经元具有几种可兴奋细胞生物物理模型的特性且具有简单的方程形式<sup>[20-23]</sup>.关于 HR 神经元已有了广泛的研究.文献[24]研究了在常电流和弱周期信号共同刺激下 HR 神经元的非线性放电特性,文献[25,26]研究了耦合 HR 神经元网络放电的时空模式及 ISI 变化规律,文献[27]研究了在电路和突触相互耦合下两个 HR 神经元模型周期节律的变化.文献[6]讨论了两个耦合神经元相位同步的问题,认为放电同步即是相位同步、burst 同步即是频率同步.文献[28]第一次报道了噪声可驱动两个非耦合神经元同步,文献[7]研究了噪声驱动下两个非耦合 HR 神经元的同步问题.

本文分析了初始条件不同具有相同参数和不同参数的两个非耦合 HR 神经元在 HR 神经元输出的膜电压刺激下实现同步的过程,并根据 ISI 的分布

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10432010)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wuying36@163.com, jxxu@mail.xjtu.edu.cn

分析了这种同步过程轨道演化的机理.在周期信号刺激下参数相同原处于混沌状态的两个神经元可以经过相位同步完全同步到与刺激信号不同频率的周期响应上,也可以使参数差别较小的两个神经元经过频率同步相位同步到与刺激信号不同频率的周期响应上,此时显然不能经由同步从 ISI 中提取原信息编码,这种情况不同于文献[8].文献[29]也强调根据 ISI 重构的吸引子不一定能包含所传递的全部信息.在混沌信号刺激下两个神经元只可能同步到与刺激信号相同的放电模式上,可见混沌刺激更有利于神经元信息编码与解码,文献[30]也从放电时间(spike timing)可靠性的角度说明了在不规则外界刺激下时间编码能够更准确地反映神经元所传递的信息.

分析两个被调整神经元系统的最大条件 Lyapunov 指数(Lmc)与刺激强度  $k$  的关系,结果表明刺激强度达到某一阈值时两个系统的 Lmc 都变为负值是两个系统实现同步的必要条件,这一结论不同于文献[6]中两个耦合神经元同步的情形.

文献[31]实验研究了受损背根节(DRG)神经元对混沌和周期交感神经刺激的反应.结果表明强度、平均发放率相同的混沌交感神经刺激引起的 DRG 神经元的反应明显比周期刺激所引起的反应大.本文比较了平均发放率相同的混沌和周期刺激,结果显示混沌刺激更容易使两个神经元实现同步,表明了混沌刺激比周期刺激引起神经元的反应更强,与文献[31]实验结论相符合.

## 2. Hindmarsh-Rose 神经元模型及同步方法

HR 神经元有下面的方程形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y - ax^3 + bx^2 - z + I, \\ \dot{y} &= c - dx^2 - y, \\ \dot{z} &= r[S(x - \chi) - z]. \end{aligned} \quad (1)$$

HR 神经元具有多时间尺度动力学行为,每一个神经元有三个时间变量:膜电位  $x$ ,恢复变量  $y$  和慢适应电流  $z$ .  $I$  是外部输入电流.数值计算时各参数分别取  $a = 1.0, b = 3.0, c = 1.0, d = 5.0, S = 4.0$  和  $r = 0.013, \chi = -1.6, I = 3.0$ , 神经元膜电位呈现阵发形式的簇放电,如图 1 所示.本文数值积分采用四阶龙格库塔法,积分步长取  $\Delta h = 0.01$ ,初始条件取为  $(0.1, 1.0, 0.2)$ .

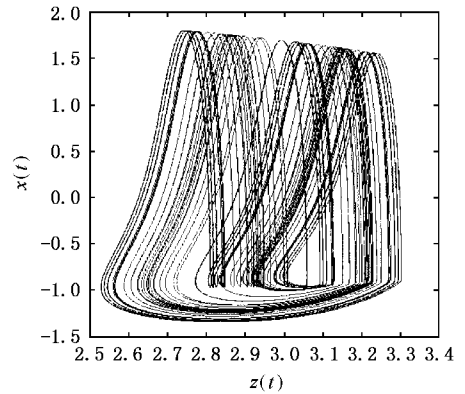


图 1 HR 神经元吸引子在  $z-x$  平面投影

在 HR 神经元模型中,参数  $r$  与钙离子浓度有关.随参数  $r$  的改变神经元会呈现出不同的放电模式.图 2 给出了以  $r$  为横坐标的 ISI 分岔图.从分岔图中可看到  $r = 0.01$  时神经元为周期六放电,经过逆倍周期分岔通过周期三进入混沌状态,然后又经过逆倍周期分岔回到周期二状态.

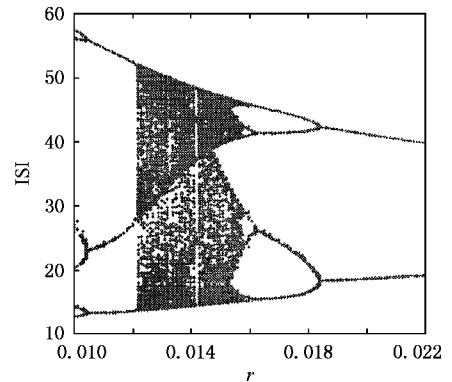


图 2 HR 神经元关于参数  $r$  变化的 ISI 分岔曲线

两个非耦合 HR 神经元模型的方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{12} &= y_{12} - a_{12}x_{12}^3 + b_{12}x_{12}^2 - z_{12} + I_{12}, \\ \dot{y}_{12} &= c_{12} - d_{12}x_{12}^2 - y_{12}, \\ \dot{z}_{12} &= r_{12}[S_{12}(x_{12} - \chi_{12}) - z_{12}], \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $(x_1, y_1, z_1)$  和  $(x_2, y_2, z_2)$  分别代表两个神经元的变量.两个神经元的参量分别为  $(a_1, b_1, c_1, d_1, r_1, S_1, I_1, \chi_1)$  和  $(a_2, b_2, c_2, d_2, r_2, S_2, I_2, \chi_2)$ .

为实现两个非耦合 HR 神经元在不同初始条件下同步,本文直接用(1)式神经元输出的膜电压作为刺激信号,记为  $x_s(t)$ ,调整(2)式中两个神经元的外部输入电流  $I_{12}$ ,则

$$I_{1,2}(t) = I_{1,2} + kx_s(t), \quad (3)$$

其中  $k$  为刺激强度。

数值计算时 (2) 式两个神经元初始条件分别取为 (1.0 0.2 0.2) 和 (-1.0 0.8 0.3), 选取膜电压  $V = -0.35$  作为阈值, 如果膜电压高于阈值则认为出现一次放电。

### 3. 两个非耦合 HR 神经元同步

#### 3.1. 周期信号刺激

产生刺激信号的神经元参数取  $r = 0.02$ , 此时神经元为周期二放电。

##### 3.1.1. 两个参数相同的非耦合 HR 神经元完全同步

数值计算时两个被刺激神经元的对应参数均采

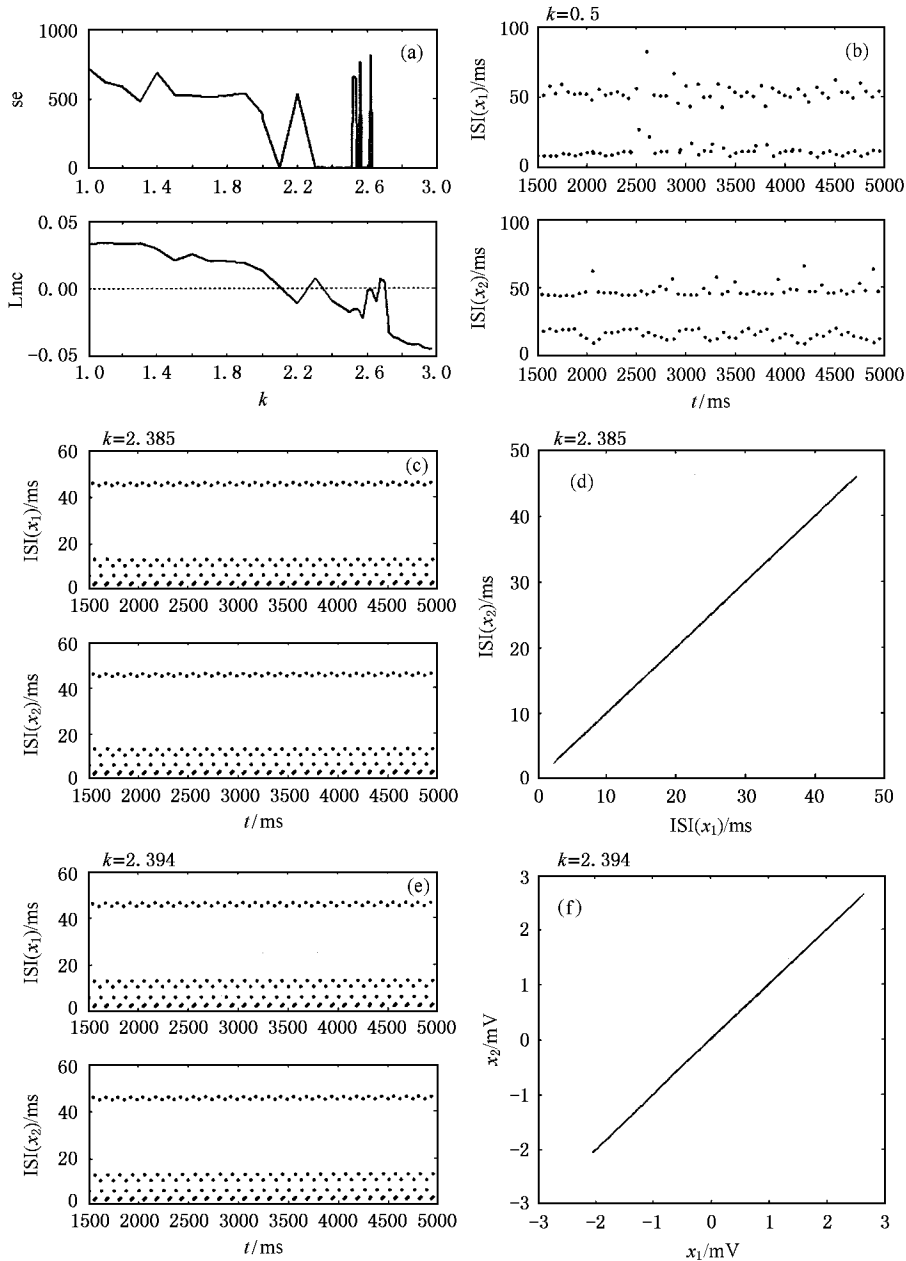


图3 周期二刺激两个参数相同的神经元  $r_1 = r_2 = 0.013$  实现同步的过程。(a)最大条件 Lyapunov 指数 Lmc 以及平均同步误差 se 与刺激强度  $k$  的关系曲线 (b)  $k=0.5$  两个神经元未同步状态 ISI 时间历程 (c) (d)  $k=2.385$  两个神经元相位同步到周期七放电状态 ISI 时间历程及同步图 (e) (f)  $k=2.394$  两个神经元完全同步到周期七放电状态 ISI 时间历程及状态变量同步图

用第二节中所给定的值,其中  $r_1 = r_2 = 0.013$ , 它们 在未加时变刺激之前都处于混沌放电状态. 两个神经 元同步的过程如图 3 所示. 刺激强度较小时两个 神经元的放电模式都发生了改变但仍保持不同的混 沌状态(图 3(b)) 刺激强度增加到一定值时两个神 经元都变为周期放电且 ISI 同步(图 3(c)(d)), 此 时两个神经元达到了相位同步<sup>[6]</sup>. 刺激强度继续增 大两个神经元将实现完全同步, 即状态变量同步(图 3(e)(f)), 而且此时两个神经元并不是周期二放 电. 由此可见, 当周期信号刺激强度达到一定的值时 两个参数相同的非耦合 HR 神经元可以实现完全同 步, 而且可以同步到与刺激信号不同频率的周期响 应上, 这是神经元自身混沌运动非线性特征的一种 体现. 如果继续增大刺激强度  $k$  到某一阈值两个神 经元最后可同步到产生刺激信号神经元的放电模式 上, 即同步响应与刺激信号相位同步( $ISI(x_1) = ISI(x_s)$ ).

图 3(a) 给出了  $L_{mc}$  和平均同步误差  $se = |X_1 - X_2|$  关于刺激强度  $k$  的变化曲线. 由图可见, 当  $k \in$

[2.1, 2.63] 时  $L_{mc}$  在正负之间反复跳跃  $se$  也出现 间断为零的情况, 经验证明刺激强度在这个范围内 取值时两个神经元可以完全同步到与刺激信号不同 周期的放电状态(如图 3(e)(f)), 该同步态很不稳 定. 随着刺激强度的改变被刺激神经元的放电状态 不断地从一种周期经混沌向另一种周期过渡. 当  $k \geq 2.63$  时两个系统  $se$  始终为零, 系统同步到与刺激 信号相同的周期二放电状态. 在外界刺激条件下系 统的  $L_{mc}$  变负意味着系统进入一种不依赖于初始 条件的渐进状态, 两个相同的系统在不同的初始条 件下才可能实现完全同步<sup>[8]</sup>, 但从图 3(a) 看到  $L_{mc}$  为负时两个系统不一定同步, 因此  $L_{mc}$  为负是两个 系统同步的必要条件<sup>[32]</sup>. 值得注意的是当  $k = 2.7$  时  $L_{mc}$  为正而  $se = 0$ , 这可能是由于计算精度或局 部  $L_{mc}$  波动引起的同步误差突然减小而产生的伪 同步现象<sup>[33, 34]</sup>, 意即刺激强度  $k \in [2.63, 2.7]$  时两 个神经元实质上可能是间歇同步, 当  $k \geq 2.7$  时两个 系统才真正进入稳定的周期二同步状态, 这一点还 需进一步探讨.

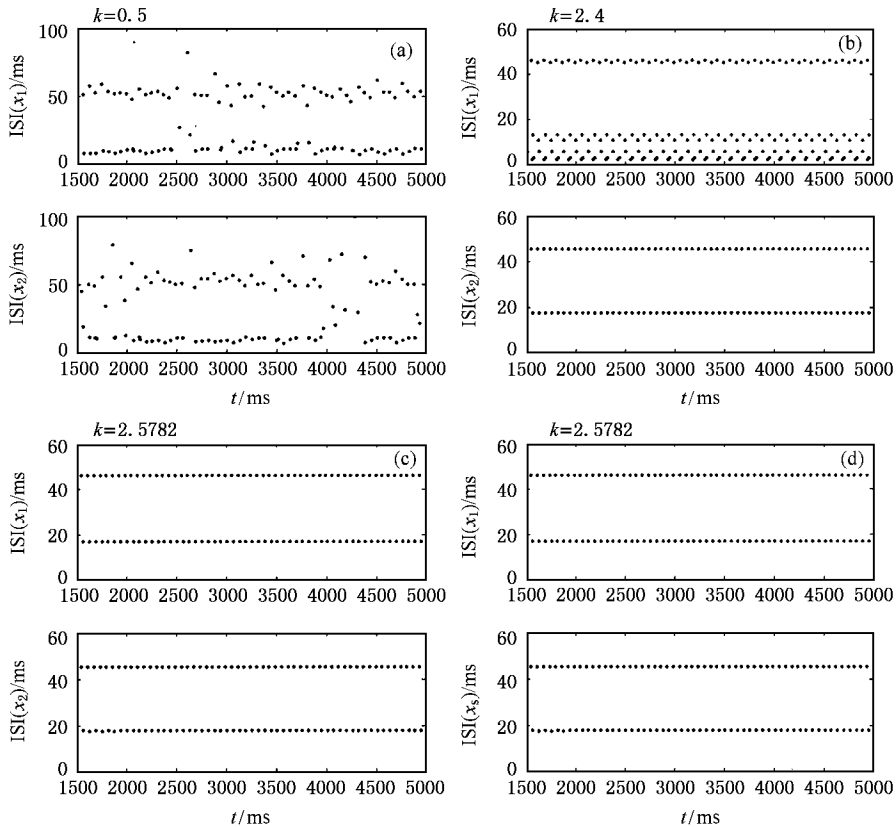


图 4 周期二刺激两个参数取在不同分岔区域  $r_1 = 0.013$ ,  $r_2 = 0.02$  的神经元实现同步的过程. (a)  $k = 0.5$  两个神经元处在不同混沌状态 ISI 时间历程 (b)  $k = 2.4$  两个神经元处在不同周期放电状态但频率同步的 ISI 时间历程 (c) (d)  $k = 2.5782$  两个神经元相位同步到周期二放电 ISI 时间历程

### 3.1.2. 两个参数不同的非耦合 HR 神经元相位同步

#### 3.1.2.1. 两个神经元参数 $r_1, r_2$ 差别较大

在其他参数不变的前提下,首先考虑两个被刺激神经元参数  $r_1, r_2$  分别取处于不同分岔区域的两个值  $r_1 = 0.013, r_2 = 0.02$ ,此时两个神经元分别为混沌和周期二放电.图 4 显示了两个神经元同步的过程.外界刺激较小时两个神经元的放电模式都发生了变化但没有进入同步状态(图 4(a)),刺激强度增大到适当值时两个神经元最大 ISI 值相等,实现了 IBI 同步(burst 同步),即频率同步<sup>[6]</sup>(图 4(b)).继续增大刺激强度两个神经元将实现 ISI 同步,即相位同步(图 4(c)),且有  $ISI(x_1) = ISI(x_s)$ (图 4(d)),表明两个神经元相位同步到产生刺激信号神经元的周期二放电模式上.

参数  $r_1, r_2$  分别取同一分岔区域内差别较大的

两个值时,数值结果表明两个神经元实现同步也有相同的轨道演化过程,即刺激强度达到一定值时两个神经元经由频率同步然后相位同步到产生刺激信号神经元的放电模式上.

#### 3.1.2.2. 两个神经元参数 $r_1, r_2$ 差别较小

当两个被刺激神经元的参数  $r_1, r_2$  差别较小时,数值结果表明刺激强度达到一定值时两个神经元首先相位同步到与刺激信号有不同频率的周期响应上,再继续增大刺激强度到某一阈值两个神经元将相位同步到产生刺激信号的神经元的放电模式上,即  $ISI(x_1) = ISI(x_s)$ .图 5 分别给出了  $r_1 = 0.0127, r_2 = 0.013, k = 2.3$  和  $r_1 = 0.0141, r_2 = 0.0142, k = 2.5$  时两个神经元同步到不同于刺激信号周期响应上的 ISI 分布图.

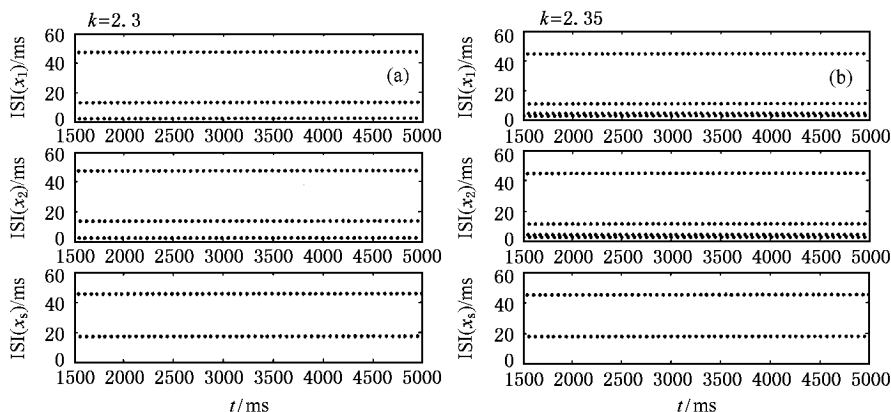


图 5 周期二刺激参数  $r_1, r_2$  差别较小两个神经元相位同步到不同与刺激信号周期响应的 ISI 时间历程. (a)  $r_1 = 0.0127, r_2 = 0.013, k = 2.3$  (b)  $r_1 = 0.0141, r_2 = 0.0142, k = 2.5$

### 3.2. 混沌信号刺激

产生混沌刺激信号的神经元参数取  $r = 0.013$ .图 6(a)(b)分别给出了  $r_1 = r_2 = 0.0127$  时被刺激神经元的  $L_{mc}$  及  $se$  与刺激强度  $k$  的关系曲线和两个神经元同步时 ISI 时间历程.由图 6(a)可见当  $k \geq 1.82$  时  $L_{mc}$  为负  $se$  为零,这意味着两个神经元实现了完全同步,与周期信号刺激情况不同的是  $L_{mc}$  没有出现在正负值之间跳跃的现象,这是因为在混沌刺激下两个系统只出现与刺激信号相位同步的同步响应(图 6(b)).图 6(c)给出了参数  $r_1 = 0.0127, r_2 = 0.012$  时两个被刺激神经元的  $L_{mc}$  与刺激强度  $k$  的关系曲线.由图 6(c)可见第一个神经元的  $L_{mc}$  在

$k \geq 1.8$  时首先变负,数值结果表明此时两个被刺激神经元并未实现相位同步,只是第一个神经元与刺激信号达到相位同步,即  $ISI(x_1) = ISI(x_s)$ (如图 6(d)),当两个神经元的  $L_{mc}$  都变负( $k \geq 2.0$ )时两个系统实现了相位同步,且同步响应与刺激信号相位同步.

不同于周期信号刺激两个神经元同步的机理,采用混沌信号刺激不论系统参数相同与否两个神经元系统的同步响应都与刺激信号相位同步.可见混沌信号刺激下两个神经元的同步响应中包含了更明确的原信息编码,因此文献[8]中 FHN 神经元可以在外部混沌刺激下经由同步实现信息解码.

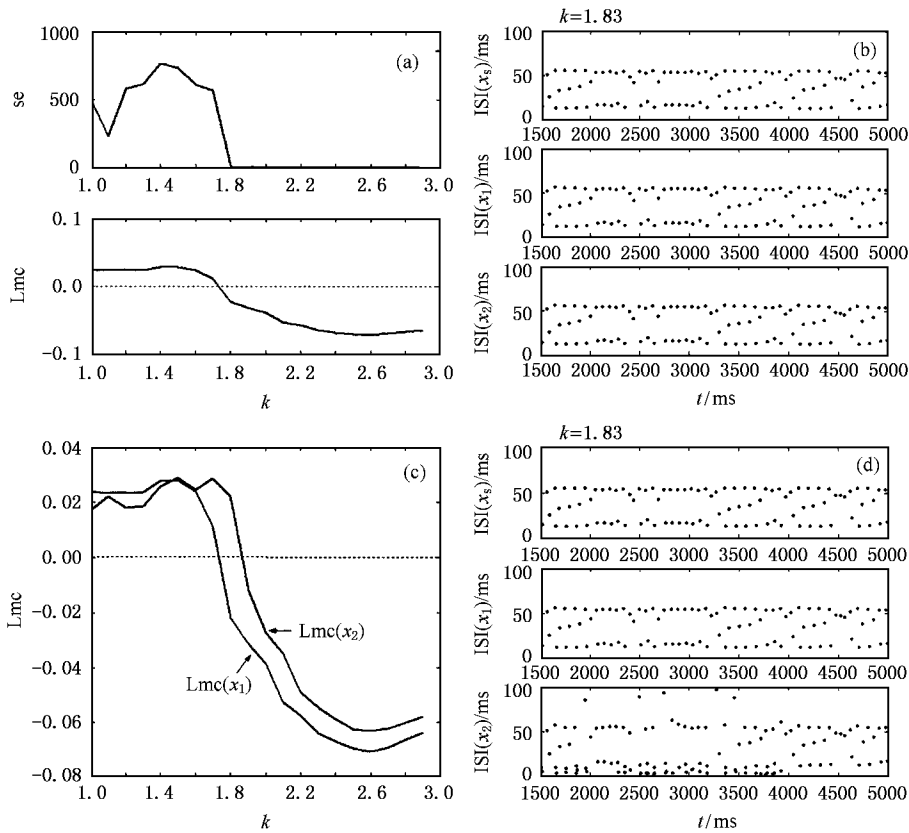


图 6 混沌信号刺激两个神经元实现同步的机理。(a)参数  $r = 0.0127$  时被刺激神经元的最大条件 Lyapunov 指数以及平均同步误差  $se$  与刺激强度  $k$  的关系曲线 (b)  $r_1 = r_2 = 0.0127$  时两个相同神经元实现完全同步的 ISI 时间历程 (c)  $r_1 = 0.0127, r_2 = 0.012$  两个不同神经元的最大条件 Lyapunov 指数与刺激强度  $k$  的关系曲线 (d) 第一个神经元的最大条件 Lyapunov 指数为负时, 第一个神经元的膜电位与刺激信号相位同步的 ISI 时间历程

### 4. 混沌和周期刺激对同步的影响

文献 [31] 实验研究了 DRG 神经元对混沌和周期交感神经刺激的反应, 结果表明强度和平均发放率相同的混沌交感神经刺激引起的 DRG 神经元的反应明显比周期刺激所引起的反应大。

分别采用参数  $r = 0.012$  和  $r = 0.013$  的 HR 神经元膜电位作为刺激信号, 参数  $r = 0.012$  时神经元为平均发放率是  $29.3 \text{ spikes/s}$  的周期三放电, 参数  $r = 0.013$  时神经元为平均发放率是  $27.3 \text{ spikes/s}$  的混沌放电, 两种刺激信号平均发放率相当, 同为 HR 神经元的放电强度(膜电位的平均值、最大值)也基本相当。图 7 给出了参数分别为  $r = 0.012$  和  $r = 0.02$  的被刺激神经元在周期三和混沌信号刺激下  $Lmc$  关于刺激强度  $k$  的变化曲线。在混沌信号刺激下, 当刺激强度  $k \geq k_{cl}$  时被刺激神经元的  $Lmc$  变为负值, 而在周期三信号刺激下被刺激神经元的  $Lmc$  首

先经过正负之间的来回波动在  $k_{c2}$  处才最终变为负号, 且  $k_{c2} > k_{cl}$ 。  $Lmc$  变为负值意味着被刺激神经元系统进入一种不依赖于初始条件的渐进状态, 因此对于两个有不同初始条件的相同神经元在混沌信号刺激下将更快的趋于完全同步<sup>[8]</sup>, 对于两个参数不同的神经元在混沌信号刺激下较周期信号刺激将更容易实现相位同步。表 1 给出了几组参数不同的神经元分别在周期三和混沌信号刺激下实现相位同步表 1 两种信号刺激下几组神经元实现同步所对应的刺激强度  $k$  值

$r_1$	$r_2$	$r$	
		0.01(P3)	0.01(C)
0.01	0.013	2.5	2.3
0.013	0.02	2.0	1.9
0.02	0.03	1.7	1.5
0.0141	0.0142	1.1	1.1
0.015	0.0151	1.0	0.9
0.012	0.013	2.0	1.9

注: P3, C 分别对应周期三, 混沌

时所需的刺激强度  $k$ , 显然两个参数不同的神经元相位同步时混沌信号刺激所对应的  $k$  值更小. 上述

结果表明混沌刺激较周期刺激引起的效应更强, 与文献 31 的结论符合.

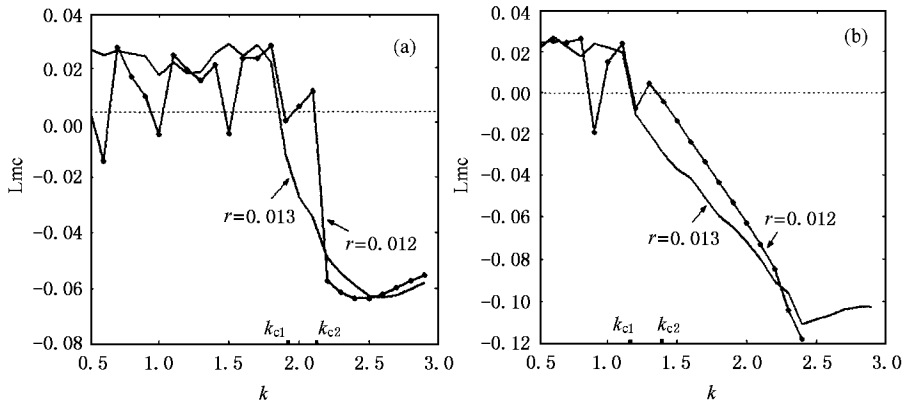


图 7 周期和混沌信号刺激神经元最大条件 Lyapunov 指数关于  $k$  的变化曲线。(a) 被刺激神经元参数  $r=0.012$ ; (b) 被刺激神经元参数  $r=0.02$

## 5. 结 论

两个初始条件不同的非耦合 HR 神经元, 在周期信号刺激下两个神经元实现同步的过程有以下三种情况: 1) 两个参数相同原处于混沌状态的 HR 神经元在某一刺激强度范围内可经过相位同步完全同步到与刺激信号不同频率的周期响应上, 继续增大刺激强度两个神经元最后可完全同步到产生刺激信号神经元的放电模式上, 即同步响应与刺激信号相位同步. 2) 两个参数  $r_1, r_2$  差别较大的神经元只可能在刺激强度足够大的情况下相位同步到产生刺激信号神经元的放电模式上. 3) 两个参数  $r_1, r_2$  差别较小的神经元, 在适当强度的周期信号刺激下经过频率同步可以相位同步到与刺激信号不同频率的周期响应上, 继续增大刺激强度两个神经元最后可以同步到产生刺激信号神经元的放电模式上. 混沌信

号刺激两个神经元只可能同步到产生刺激信号神经元的放电模式上, 这一结论进一步解释了在外部混沌刺激下可经由同步实现信息解码的机理, 也说明了混沌刺激更有利于神经元信息编码与解码. 分析  $L_{mc}$  与刺激强度  $k$  的关系得知两个被刺激神经元的  $L_{mc}$  均为负值是两个系统实现同步的必要条件.

比较平均发放率相当的混沌刺激和周期刺激, 混沌刺激更容易使两个神经元实现同步, 表明了混沌刺激比周期刺激引起神经元的反应更强, 该结论与文献 31 的实验结果相符合.

本研究揭示了非耦合神经元系统对外界刺激产生同步化反应轨道演化的机理, 进一步验证了某些实验现象; 另一方面也为非耦合神经元对同一刺激能够实现同步反应提供了依据, 从某种意义上揭示了复杂神经元系统相互协调一致的机理. 本项研究工作为今后研究更加复杂的神经元系统打下了一定的理论基础.

[1] Pecora L M and Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821  
 [2] Pecora L M and Carroll T L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 2374  
 [3] Cuomo K M and Oppenheim A V 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 65  
 [4] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421  
 [5] Rinzel J, Sherman A and Stokes L 1989 *Channels Analysis and Modeling of Neural Systems* (F. H. Edelman Kluwer Academic Publishers, Dordrecht) 29  
 [6] Shuai J W and Durand D M 1999 *Phys. Lett. A* **264** 289  
 [7] He D H, Shi P L and Stone L 2003 *Phys. Rev. E* **67** 027201

[8] Seung K H, Won S K and Hyungtae K 2002 *Int. J. Bif. Chaos* **12** (5) 983  
 [9] Singer W 1993 *Annul. Rev. Physiol.* **55** 359  
 [10] Gray C M, Koenig P, Engel A K and Singer W 1989 *Nature* **338** 334  
 [11] Gray C M P, Engel A K, Koenig P and Singer W 1992 *Vis. Neurosci.* **8** 337  
 [12] Engel A K, Kreiter A K, Koenig P and Singer W 1991B *Proceedings of Natural Academy of Sciences USA* **88** 6048

- [ 13 ] Jin W Y *et al* 2004 *Chin. Phys.* **13** 335
- [ 14 ] Xie Y *et al* 2004 *Chin. Phys.* **13** 1396
- [ 15 ] Jin W Y *et al* 2004 *Chaos, Soliton & Fractals* **21**( 5 ) 121
- [ 16 ] Gong YF *et al* 1998 *Biological Cybernetics* **78**( 2 ) 159
- [ 17 ] Gong YF *et al* 1997 *Acta Biophysica Sinica* **13**( 1 ) 55
- [ 18 ] Xie Y *et al* 2004 *Chaos, Soliton & Fractals* **22**( 1 ) 151
- [ 19 ] Xu JX, Gong YF and Ren W 1997 *Physica D* **100** 212
- [ 20 ] Wang W 1989 *J. Phys. A* **22** 1627
- [ 21 ] Hindmarshand R M Rose 1982 *Nature* **162** 296
- [ 22 ] Hindmarsh J L and Rose R M 1984 *Proc. R. Soc London B* **87** 221
- [ 23 ] Rolsenblum M G, Pikovsky A S and Kurths J 1996 *Phys. Rev. Lett.* **76** 1804
- [ 24 ] Wang W, Wang Y Q and Wang Z D 1998 *Phys. Rev. E* **57** R2527
- [ 25 ] Wang W, Perez G, Cerdeira H A 1993 *Phys. Rev. E* **47** 2893
- [ 26 ] Wang W, Chen G and Wang Z D 1997 *Phys. Rev. E* **56** 3728
- [ 27 ] Huerta R and Rabinovich M I 1997 *Phys. Rev. E* **55** R2108
- [ 28 ] Neiman A B and Russell D F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 138103
- [ 29 ] Gedeon T, Holzer M and Pernarowski M 2003 *Physica D* **178** 149
- [ 30 ] Mainen Z F and Sejnowski T J 1995 *Science* **268** 1503
- [ 31 ] Yang H J, Hu S J 2003 *Journal First Military Medical Univ.* **23** 1181
- [ 32 ] Parkash B, Tambe S S and Kulkarni B D 1992 *Phys. Rev. A* **46** 6735
- [ 33 ] Zhou C S and Lai C H 2000 *Physica D* **135**
- [ 34 ] He D H, Zhan M and Lai C H 2004 *Phys. Lett. A* **326** 349

## Study on nonlinear characteristics of two synchronizing uncoupled Hindmarsh-Rose neurons<sup>\*</sup>

Wu Ying<sup>1)†</sup> Xu Jian-Xue<sup>1)</sup> He Dai-Hai<sup>2)</sup> Jin Wu-Yin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*School of Astronautics and Aeronautics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China*

<sup>2)</sup>*Department of Mathematics and Statistics, McMaster University, Hamilton L8S4K1, Canada*

(Received 21 July 2004; revised manuscript received 13 December 2004)

### Abstract

Modulating the current input of two uncoupled Hindmarsh-Rose neurons by using the membrane potential of Hindmarsh-Rose neuron under different initial conditions, the evolution mechanism of synchronization process of the two neurons is revealed by analyzing interspike interval sequences. When periodic stimulation is used, the full synchronization is realized in two identical neurons, and the synchronized response of modulated neurons can be different from the stimulation signal; and phase synchronization can be obtained in two neurons with different parameters: two neurons with small parameter mismatch can be synchronized to the periodic response different from the stimulation signal, and two neurons with big parameter mismatch can only be synchronized to the response in phase synchronization with stimulation signal. When chaotic stimulation is used, two systems can only be synchronized to the response being in phase synchronization with stimulation signal. Obviously, chaotic stimulation is more helpful in encoding and decoding information. Analyzing the relation between the largest condition Lyapunov exponents and the stimulation strength shows that when the largest condition Lyapunov exponents of the two systems are both negative is the necessary condition for synchronization. The chaotic stimulation signal can more easily synchronize two neurons than periodic stimulation signal, implying that the effect of chaotic stimulation is stronger than periodic one, and the experiments also confirm this conclusion.

**Keywords:** interspike interval, synchronization, phase synchronization, condition Lyapunov exponent

**PACC:** 8730, 0547

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10432010).

<sup>†</sup> E-mail: wying36@163.com, jxxu@mail.xjtu.edu.cn