

基于自适应脉冲微扰实现混沌控制的研究^{*}

龚礼华

(达县师范高等专科学校物理系 达州 635000)

(2005 年 2 月 23 日收到 2005 年 4 月 4 日收到修改稿)

提出了自适应脉冲微扰控制混沌系统的方法. 在参量脉冲微扰中引入自适应控制策略, 设计出可以产生合适的脉冲强度的自适应控制器来实现混沌控制. 采取这种方法对混沌的 Rössler 连续系统和 Hénon 离散映射实施仿真控制, 能够将系统稳定到不同的周期轨道或不动点上, 并且, 数值仿真结果还表明该控制方法具有较强的鲁棒性.

关键词: 自适应, 脉冲微扰, 混沌控制, 鲁棒性

PACC: 0545

1. 引言

随着非线性科学的蓬勃发展, 人们发现混沌及其控制不仅具有深刻的理论意义, 而且存在广阔的应用前景. 目前, 混沌控制已经成为非线性科学中的一个研究热点, 国内外科研工作者提出了多种混沌控制方法^[1-10]. 但是, 由于混沌运动具有对初值的极端敏感性和长期演化趋势的不可预见性等特征, 并且自然界普遍存在的混沌系统又是纷繁复杂、千变万化的, 这就会造成混沌控制的复杂性和控制方法的多样性. 另一方面, 在混沌控制的具体应用中, 还必须考虑实现控制的代价大小和实际操作的难易程度. 所以, 寻求不同的优化控制方法实现对混沌系统的最佳控制, 仍然有待于进一步深入研究.

近年来, 见诸报道的混沌控制方法, 一般只分别适用于离散映射^[3-6]或者连续系统^[7-10], 存在一定的局限性. 本文提出了自适应脉冲微扰控制混沌系统的方法. 在系统参量脉冲微扰中引入自适应控制策略, 设计出可以产生合适脉冲强度的自适应控制器来实现对不同混沌系统的有效控制. 这种控制方法融会了自适应控制法、脉冲微扰法和采用控制器三者的优点, 能够对离散映射和连续系统实施混沌控制, 对控制对象有较大的兼容性. 通过对 Rössler 系统、Hénon 映射等混沌系统的控制, 仿真结果不仅证实了本文方法的有效性, 还表明具有较强的抗干

扰能力.

2. 控制原理和控制器的设计

2.1. 连续非线性混沌系统

设 n 维连续非线性混沌系统为

$$\dot{x} = f(x, \alpha), \quad (1)$$

式中 f 是一个关于 x 的连续非线性函数, $x = (x_1, \dots, x_n)$ 为系统变量, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_m)$ 为系统参量. 当采用系统参量的脉冲微扰方法控制混沌系统(1)时, 其控制算法可以作如下概述.

选择系统的某一参量 α_λ ($1 \leq \lambda \leq m$) 作为脉冲微扰对象. 从时间 t_0 开始, 每隔 Δt 时间, 将 α'_λ 加入到系统中去. α'_λ 具有正比于系统参量 α_λ 的下列形式:

$$\alpha'_\lambda = \begin{cases} \alpha_\lambda(1+r) & t = t_0 + h\Delta t, \\ \alpha_\lambda & t \neq t_0 + h\Delta t, \end{cases} \quad (2)$$

式中 $h = 0, 1, 2, 3, \dots$. (2) 式中有两个控制参量, 一是脉冲作用时间间隔 Δt , 二是脉冲强度 r . 当 Δt 和 r 取合适值时, 可以把混沌系统(1)稳定到不动点或周期轨道. 这里, 对脉冲强度 r 的选择是一个关键环节.

为此引入自适应控制机制, 设计自适应控制器

$$\dot{r} = kr^j \quad i \in [1, m], \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

来选取恰当的脉冲强度 r . 在(3)式中, 系统变量 x_i

^{*} 四川省教育厅自然科学基金重点项目(批准号 D4A195)资助的课题.

为自适应控制器的输入变量, x_i 可以是变量 x 的任意一个分量; k 是自适应速度.

由(3)式可得最终的自适应控制器的表达式为

$$r = \frac{kx_i^{j+1}}{j+1} + E, \quad (4)$$

式中, E 为任意常数, $j+1$ 称为自适应控制器的阶, j 在理论上取值可以很大. 在实际运用时为了实施控制方便, 既避免选择的参数过多, 又不失一般性, 可以取 $E=0$, 且 j 通常取为低阶. 在下面的仿真中将会看到, 如果 $E \neq 0$, 同样可以达到控制目的.

这样, 采用本文提出的控制混沌的方法对系统(1)进行控制, 当 $t = t_0 + h\Delta t$ 时, 受控系统方程变为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha'_\lambda, \dots, \alpha_m), \\ \alpha'_\lambda &= \alpha_\lambda \left(1 + \frac{kx_i^{j+1}}{j+1} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

而在 $t \neq t_0 + h\Delta t$ 的其余时间内, 系统方程保持(1)式不变.

实际上, 在本文提出的自适应脉冲微扰控制混沌的方法中, 如果不采用脉冲控制, 即取时间间隔 $\Delta t = 0$, 这就成为对系统参量进行随时间连续自适应微扰的控制方法. 通过数值仿真研究发现, 这种情况下仍然可以实现对混沌的有效控制.

2.2. 离散非线性混沌映射

设离散混沌系统方程为

$$x_{n+1} = F(x_n, q), \quad (6)$$

式中, $x_n \in R^m$, $F(x_n, q)$ 为充分光滑的向量函数, $q \in R$ 为系统外部可调的控制参数.

采用本文的方法控制离散混沌系统, 其控制形式和连续非线性混沌系统的控制形式类似, 只是此时控制参量变为脉冲间隔 Δn 和脉冲强度 r . 因此可以得到自适应控制器的表达式为

$$r = kx_n^{j+1} / (j+1) + E, \quad (7)$$

式中, k 仍然定义为自适应速度, E 和 j 的定义同(4)式. 在对混沌系统实施控制时, 从 n 次迭代开始, 每隔 Δn 次迭代, 将系统参量 q 替换为如下形式:

$$q' = \begin{cases} q \left[1 + \frac{kx_n^{j+1}}{j+1} + E \right] & \text{mod}(n, \Delta n) = 0, \\ q & \text{mod}(n, \Delta n) \neq 0. \end{cases} \quad (8)$$

这样, 适当地选择 Δn 和自适应速度 k , 就可以实现对离散混沌映射各种周期态的稳定控制.

3. 仿真研究结果

3.1. Rössler 混沌系统

系统的方程可表示如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + ax_2, \\ \dot{x}_3 &= b + x_3(x_1 - c), \end{aligned} \quad (9)$$

式中, a, b 和 c 均为系统的参量, 当 $a = 0.398, b = 2, c = 4$ 时系统进入混沌状态^[11], 其 Lyapunov 指数为 $(0.058, 0, -3.24)$. 以系统参量 a 作为脉冲微扰对象, 按(4)式构造自适应控制器, 不失一般性, 任意选择系统(9)的变量 x_2 作为自适应控制器的输入变量, 同时令 $j = 2, E = 0$, 得到如下形式的自适应控制器:

$$r = kx_2^3/3. \quad (10)$$

这样, 从时间 t_0 开始, 在 $t_0 + h\Delta t$ 时间点上采用本文的自适应脉冲微扰控制混沌的方法时, 受控的 Rössler 系统的方程变为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 &= x_1 + a \left(1 + \frac{1}{3} kx_2^3 \right) x_2, \\ \dot{x}_3 &= b + x_3(x_1 - c). \end{aligned} \quad (11)$$

而在其余的时间中系统方程仍如(9)式所示.

通过选择不同的时间间隔 Δt 和自适应速度 k , 可以得到不同的控制效果. 采用四阶 Runge-Kutta 方法进行求解, 积分步长取为 0.01 s. 取控制开始时间 $t_0 = 0$ s, 为了检验控制结果的稳定性, 共积分 40000 步. 图 1 为 $\Delta t = 0.02$ s, $k = 0.5$ 时的仿真结果, 以及此时受控系统(11)的 Lyapunov 指数随时间的变化曲线, 其中图 1(a)中的数据从积分 20000 步开始截取.

从图 1 可以看出, 当 Δt 和 k 取上述值时, 系统的 Lyapunov 指数为 $(0, -0.24, -3.89)$, 且受控系统稳定到周期 $P = 1$ 的轨道. 通过仿真研究发现, 虽然理论上可以通过选取不同的 Δt 和 k 来实现对混沌系统的不同控制效果, 但控制的实施显得比较复杂. 实际上, 当采用如(10)式所示的自适应控制器产生脉冲强度 r 时, 固定时间间隔 Δt 不变, 在自适应速度 $k > 0$ 的范围内改变取值, 就可以使系统稳定到新的不动点或者稳定在 $P = 1$ 到多个周期的轨道. 这样, 就不必频繁地改变 Δt 和 k 以期得到不同的控制效果, 而只需改变控制参量 k 即可, 使对混沌系

统的控制变得更为便捷. 按此方法操作得到的部分仿真结果如图 2 和图 3 所示. 这里仍取 $\Delta t = 0.02 \text{ s}$.

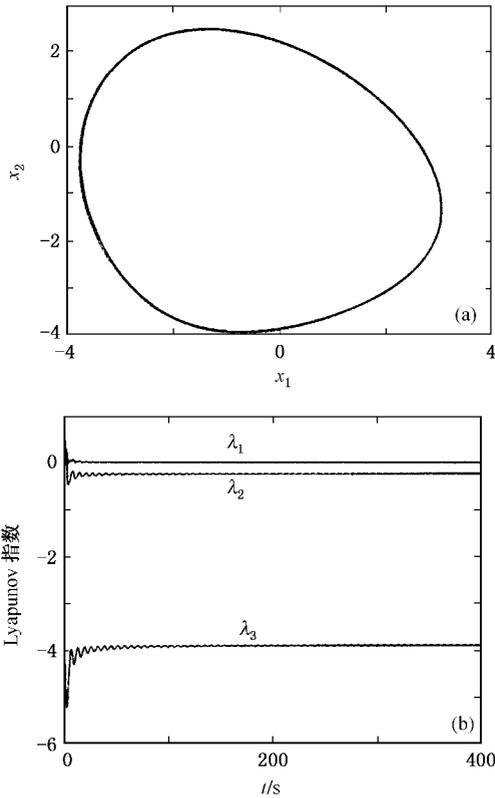


图 1 被稳定住的 $P=1$ 吸引子 (a) 和 Lyapunov 指数随时间的变化曲线 (b)

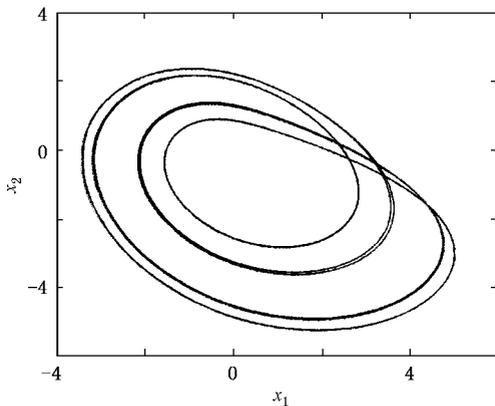


图 2 被稳定住的 $P=5$ 周期轨道 ($k=0.013$)

实际系统可能受到各种外部噪声的影响, 假设对系统 (9) 的变量 x_1 施加幅度为 σ 的正态分布的高斯白噪声, 即

$$x_1 = (1.0 + \sigma \mathcal{N}(0, 1))x_1,$$

其中 $\mathcal{N}(0, 1)$ 为标准正态分布的高斯白噪声. 取 $\sigma = 0.05$, 自适应控制器采用 (10) 式的形式, $\Delta t = 0.02 \text{ s}$, 自适应速度 $k = 45$, 仿真结果如图 4 所示.

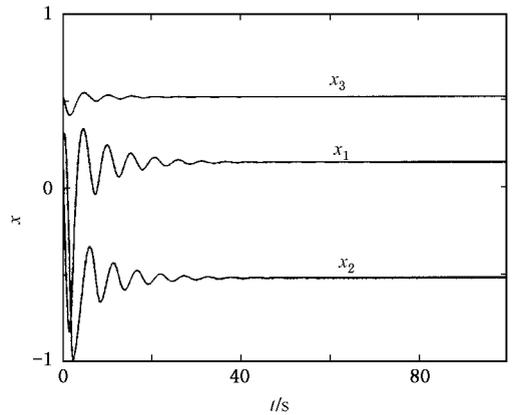


图 3 系统被稳定到新的不动点 ($k = 45$)

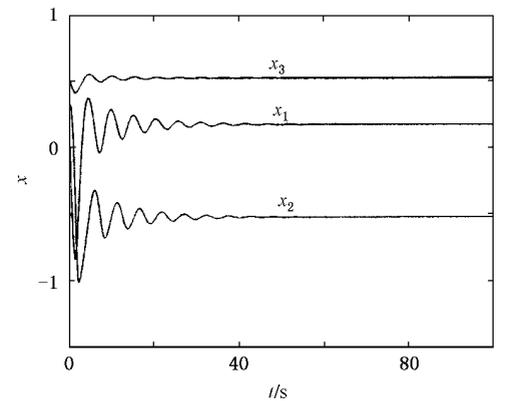


图 4 系统在噪声干扰下的稳定控制结果 ($k = 45$)

将图 4 与图 3 相比较可知, 在系统未受到噪声干扰和受到噪声干扰时, 仿真结果基本一致. 这说明采用本文中的自适应脉冲微扰方法控制混沌, 能够抑制外部噪声的干扰, 具有较强的鲁棒性.

为了使设计的自适应控制器更为简便, 从而减小控制代价, 可以令 (4) 式中的 $E = 0$. 实际上, E 可以为任意常数. 在此, 仅取 $E = 1$ 为例加以说明. 此时 (10) 式所示的控制器变为

$$r = \frac{1}{3} kx_2^3 + 1. \quad (12)$$

取 $\Delta t = 0.02 \text{ s}$, $k = 0.5$, 积分 20000 步, 仿真结果如图 5 所示 (图中为截取前 10000 步数据所绘制的曲线). 从数值仿真得到的结果可知, 当 $E \neq 0$ 、其余控制参数相同的情况下, 控制速度比 $E = 0$ 时有所加快. 在实际运用中, 就需要权衡控制速度与控制代价两者的重要性.

以上已经指出, j 的取值范围可以很大, 但为了实施控制方便, j 一般都取为较小的数. 通过仿真研究可知, 当 j 逐渐增大而其他控制参数不变时, 在一定程度上可以加快混沌系统稳定到周期轨道或不动点的速度.

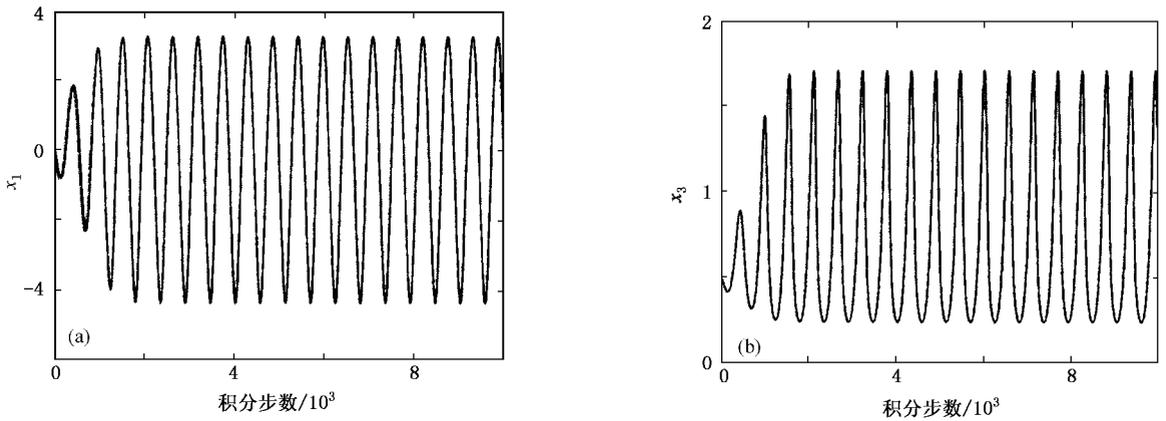


图5 $P=1$ 的控制结果 ($E=1$) (a)为变量 x_1 (b)为变量 x_3

另外,通过仿真控制研究,还探索出下述规律:采用(4)式的自适应控制器产生脉冲强度 r ,对(9)式的 Rössler 系统进行脉冲微扰控制:当 j 为偶数时,应取自适应速度 $k > 0$;当 j 为奇数时,应取 $k < 0$.在满足这一条件的大范围内,都可以得到良好的控制效果.在实际应用中,当 j 取奇数值时,需加入

一反向器作用,从而得到一个负的自适应速度 k .

3.2. Hénon 混沌映射

Hénon 映射的方程为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= q - x_n^2 + 0.3y_n, \\ y_{n+1} &= x_n. \end{aligned} \tag{13}$$

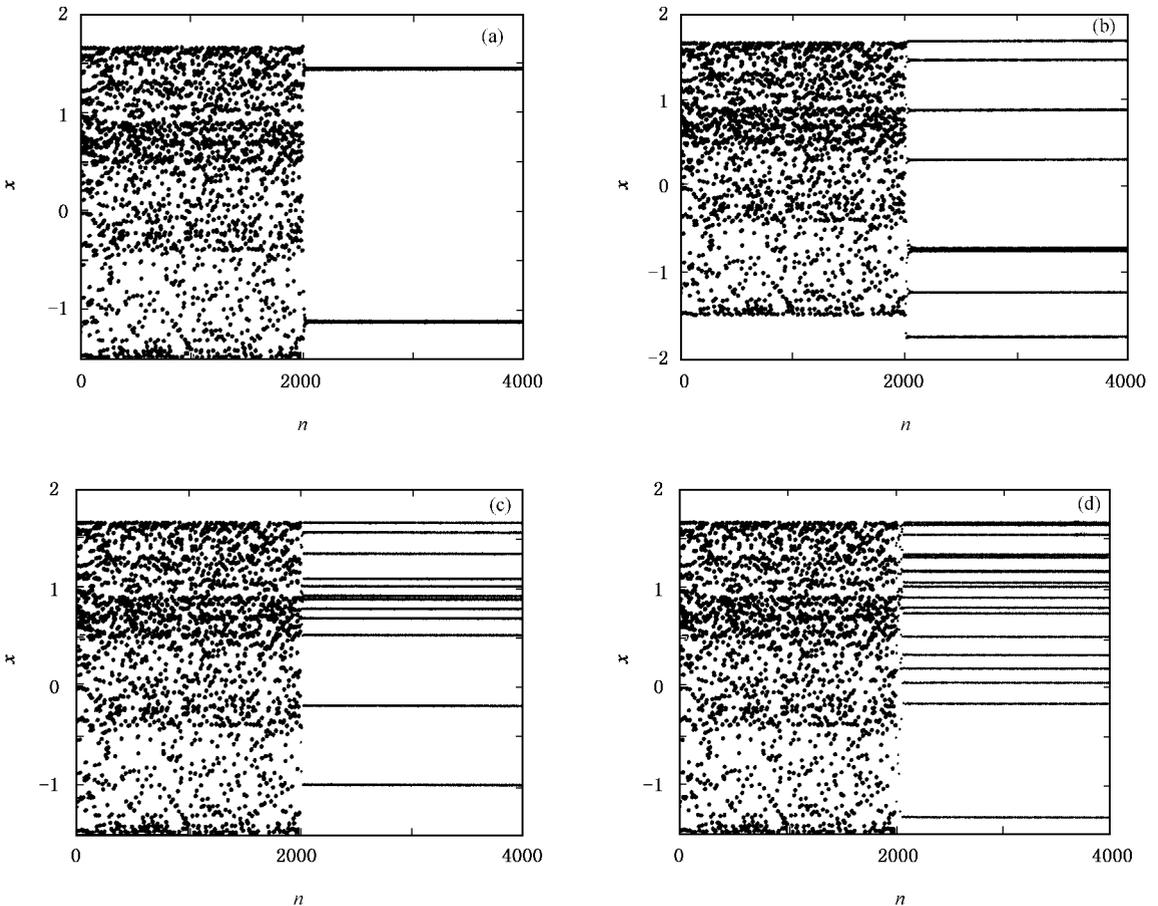


图6 仿真结果 (a)稳定到 $P=2(\Delta n=2, k=1.2)$ (b)稳定到 $P=8(\Delta n=4, k=1.4)$ (c)稳定到 $P=12(\Delta n=3, k=1.35)$, (d)稳定到 $P=17(\Delta n=3, k=1.3)$

当 $q = 1.29$ 时, 系统(13)出现混沌^[12]. 按(7)式构造自适应控制器, 选择系统(13)的变量 x_n 作为自适应控制器的输入变量, 同时令 $j = 1, E = 0$, 得到如下形式的自适应控制器:

$$r = kx_n^2/2. \quad (14)$$

以系统(13)的参量 q 作为脉冲微扰对象, 从 n 次迭代开始, 每隔 Δn 次迭代进行系统参量的自适应脉冲微扰控制. 受控的 Hénon 映射的方程变为

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= q \left(1 + \frac{1}{2} kx_n^2 \right) - x_n^2 + 0.3y_n \quad \text{mod}(n, \Delta n) = 0. \\ y_{n+1} &= x_n \end{aligned} \quad (15)$$

通过选择不同的 Δn 和自适应速度 k , 可以得到不同的控制效果. 在迭代 2000 次时施行控制, 仿真结果如图 6 所示.

从图 6 的仿真结果可知, 采用自适应脉冲微扰方法能够对 Hénon 混沌映射实施有效控制. 通过选取不同的脉冲间隔 Δn 和自适应速度 k , 可以获得稳定的周期 $P = 2$ 轨道或者更高的周期轨道, 并且达到稳定周期态的时间很短.

4. 结 论

本文在系统参量脉冲微扰中引入自适应控制策略, 设计出操作方便的自适应控制器, 实现了对连续

混沌系统和离散混沌映射的有效控制. 通过对 Rössler 系统、Hénon 映射的仿真控制研究, 探索出了采用该方法时控制参量 j, k, E 的取值规律和相应的控制效果. 数值仿真结果表明, 本文的控制方法不仅能够对不同种类的混沌系统实施有效控制、具有较强的抗干扰能力, 而且还具有下列三个显著的优越性.

1) 这种控制方法对受控对象有较大的兼容性. 不仅能够对连续系统和离散映射实施混沌控制, 而且不必预先计算出混沌系统中各种不动点、参量等详细信息, 也不需要系统运行到靠近待控目标时才能施加控制.

2) 在控制手段上, 涵盖了连续性正比参量微扰法、间歇性正比参量脉冲微扰法(即 IPP-SP 法)、连续性自适应微扰法等. 并且, 克服了 IPP-SP 控制法和 IPF-SV 控制法(即间歇性正比于系统变量的反馈法)只能采取试错法来不断调整控制参量这一共同缺陷.

3) 在实施控制时, 可以根据不同的实际需求有效地达到预期的控制目标. 既能够把受控系统稳定到其不同的周期轨道或不动点上, 又可以选择控制代价和控制速度. 并且, 所设计的自适应控制器结构简单, 操作灵活便捷, 从而在工程中具有潜在的实际应用价值.

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Bemardo M D 1996 *Phys. Lett. A* **214** 7139
- [3] Luo X S, Fang J Q, Wang L H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2196 (in Chinese) [罗晓曙、方锦清、王力虎 1999 物理学报 **48** 2196]
- [4] Li G H, Zhou S P, Xu D M et al 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 2123 (in Chinese) [李国辉、周世平、徐得名等 2000 物理学报 **49** 2123]
- [5] Wang Y N, Tan W 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2723 (in Chinese) [王耀南、谭文 2003 物理学报 **52** 2723]
- [6] Liu D, Qian F C, Ren H P et al 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2074 (in Chinese) [刘丁、钱富才、任海鹏等 2004 物理学报 **53** 2074]
- [7] Yu J Z, Su N, Vincent T L 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 397 (in Chinese) [余建祖、苏楠、Vincent T L 1998 物理学报 **47** 397]
- [8] Yan S L, Wu S B, Pang H G et al 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 428 (in Chinese) [颜森林、伍仕宝、逢焕刚等 2001 物理学报 **50** 428]
- [9] Zhang J S, Xiao X C 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2092 (in Chinese) [张家树、肖先赐 2001 物理学报 **50** 2092]
- [10] Tan W, Wang Y N 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4087 (in Chinese) [谭文、王耀南 2004 物理学报 **53** 4087]
- [11] Wang G R, Yu X L, Chen S G 2001 *The Control, Synchronization and Application Chaos* (Beijing: National Defense Industry Press) p38 (in Chinese) [王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用(北京:国防工业出版社)第 381 页]
- [12] Hu G, Xiao J H, Zheng Z G 2000 *Chaos Control* (Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House) p15 (in Chinese) [胡岗、萧井华、郑志刚 2000 混沌控制(上海:上海科技教育出版社)第 15 页]

Study of chaos control based on adaptive pulse perturbation^{*}

Gong Li-Hua

(*Department of Physics , Daxian Teachers College , Dazhou 635000 , China*)

(Received 23 February 2005 ; revised manuscript received 4 April 2005)

Abstract

The method of chaotic control system based on adaptive pulse perturbation is proposed this paper. Combining the method of parameter pulse perturbation with the adaptive control policy , the adaptive controller that can produce appropriate pulse strength to realize chaos control is designed. The system can be stabilized to the different periodic orbits or fixed points by using the method to simulate the chaotic Rössler continuous system and Hénon discrete map. Furthermore , the simulation results shows that this control method has strong robustness .

Keywords : adaptive , pulse perturbation , chaos control , robustness

PACC : 0545

^{*} Project supported by the Key Program of the Natural Science Foundation from the Education Bureau of Sichuan Province , China (Grant No. 04A195).