

# 光脉冲序列对三能级原子重力仪测量精度的影响<sup>\*</sup>

郑森林 陈君 林强<sup>†</sup>

(浙江大学物理系, 杭州 310027)

(2004 年 11 月 5 日收到, 2004 年 12 月 15 日收到修改稿)

提出了一种通过改变激光脉冲序列来提高三能级原子重力仪测量精度的方法. 利用提出的描写原子运动的  $3 \times 3$  阶矩阵方法, 分析了三能级原子与双色光场的正交相互作用, 计算了原子干涉仪中的相位差, 得到了原子重力仪的相位差与重力加速度的关系. 发现通过选择合适的光脉冲序列, 可以提高三能级原子重力仪的精度.

关键词: 原子光学, 原子重力仪, 矩阵方法

PACC: 3280, 4250

## 1. 引言

原子干涉仪是当前原子光学研究中的一个热门课题<sup>[1-6]</sup>. 原子干涉仪对重力及其他弱场的敏感程度远远超过电子和中子干涉仪, 并且原子内部具有复杂的结构, 其内部自由度对外场作用极其敏感, 这使得原子干涉仪可以高精度地测量一些基本物理常数, 如重力加速度<sup>[7]</sup>和精细结构常数<sup>[8]</sup>等. 用于测量重力加速度的原子干涉仪称为原子重力仪. 在构造原子干涉仪时, 用一特定频率和脉冲宽度的激光脉冲序列照射原子束, 使原子波包分束、偏移、重新汇合而产生干涉. 在不同的路径中, 重力作用下的原子经受不同的演化过程, 两部分原子的内部状态(如电子的能态)和外部状态(如原子的动量)等由于跃迁而变化, 在汇合处的相位差中显现出来, 从而可在实验上加以测定<sup>[9]</sup>.

近几年, 随着激光冷却及操纵中性原子技术的迅速发展, 原子干涉仪的研究工作取得很大进展. 1988 年 Clause<sup>[10]</sup>指出原子干涉仪的灵敏度要比光学干涉仪的灵敏度高出好几个级次. 1992 年朱棣文等<sup>[7]</sup>用三对双光子拉曼脉冲实现了原子干涉仪, 并以此来测量重力加速度, 精度达到  $3 \times 10^{-6}$ . 1999 年通过改进实验装置, 使原子重力仪的精度达到了  $10^{-9}$  数量级<sup>[11]</sup>. 2002 年 McGuirk 等<sup>[12]</sup>用更多的双光子拉曼脉冲实现了更高精度的原子重力仪. 但这些

双光子拉曼光脉冲方法对实验技术要求高、实施难度较大. 利用三能级原子, 同样可以构成高精度的原子重力仪, 并且所用的是四个单向光脉冲, 装置相对比较简单.

本文首先介绍了三能级原子重力仪的原理, 然后提出一种  $3 \times 3$  阶矩阵方法来分析三能级原子干涉仪中的相位差, 得出原子重力仪的相位差与重力加速度的关系. 针对两种不同光脉冲序列的三能级原子重力仪, 研究了光脉冲序列对三能级原子重力仪测量精度的影响, 提出了提高三能级原子重力仪精度的方法.

## 2. 三能级原子重力仪的原理

考虑一个三能级原子, 能级图如图 1 所示. 其中  $|g\rangle$  态是原子的基态,  $|a\rangle$  态和  $|b\rangle$  态是原子的两个激发态.  $\omega_a$  和  $\omega_b$  是激光脉冲的两个频率, 这两个光脉冲可分别使原子发生  $|g\rangle \rightarrow |a\rangle$  和  $|g\rangle \rightarrow |b\rangle$  之间的跃迁. 部分处于  $|g\rangle$  态的原子由于接收了一个  $\hbar k_a$  或  $\hbar k_b$  的动量而加速, 对应跃迁到  $|a\rangle$  态或  $|b\rangle$  态, 其中  $k_a, k_b$  是光的波矢, 分别对应于图 1 中的  $\omega_a$  和  $\omega_b$ . 原子从低能态跃迁到高能态的概率取决于所加光脉冲的脉冲宽度, 如果是  $\pi/2$  脉冲, 概率是 50%; 如果是  $\pi$  脉冲, 概率是 100%.  $\pi/2$  脉冲起到分束的作用,  $\pi$  脉冲起到类似光学中反射镜的作用. 在  $\pi/2$  脉冲的作用下, 光束把原子分成两束, 其中一束原子

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金重点项目(批准号:10334050)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail: qlin@zju.edu.cn

的状态不发生改变,而另外一束原子的能态将发生跃迁,并得到  $\hbar k_a$  或  $\hbar k_b$  的动量(取决于激光的频率).由此两束原子将在纵向上分开一定的距离  $\hbar k_a T/M$  或  $\hbar k_b T/M$ ,其中  $T$  是两个光脉冲间的时间间隔, $M$  是原子的质量.

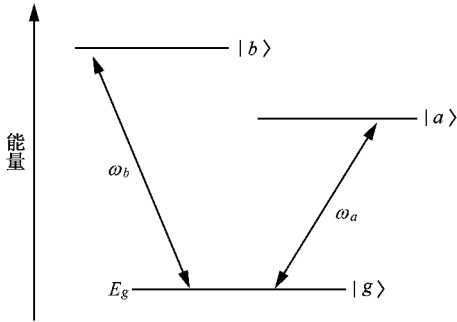


图1 三能级原子的能级和与之相互作用的两束激光的共振频率示意图

在原子重力仪的装置中,事先用磁光俘获法在水平放置的真空室中冷却原子,形成冷原子团.将这个原子团水平喷出,并在这个过程中与四个频率序列为  $\omega_a - \omega_a - \omega_b - \omega_b$  [13,14] 的激光脉冲垂直相互作用,使之相互交换动量  $\pm \hbar k/M$ ,如图2所示.我们把作用点的坐标和原子与光作用后的能态标在原子重力仪的两条轨迹上.图2中原子路径用直线和虚线表示,处于基态  $|g\rangle$  的原子初始位置为  $z_0$ .原子从左至右与四束光脉冲(图中用黑方点线表示)相互作用.第一束和第二束频率为  $\omega_a$  的激光使原子能态在  $|g\rangle - |a\rangle$  之间跃迁.第三束和第四束频率为  $\omega_b$  的激光使原子能态在  $|g\rangle - |b\rangle$  之间跃迁.第一束与第

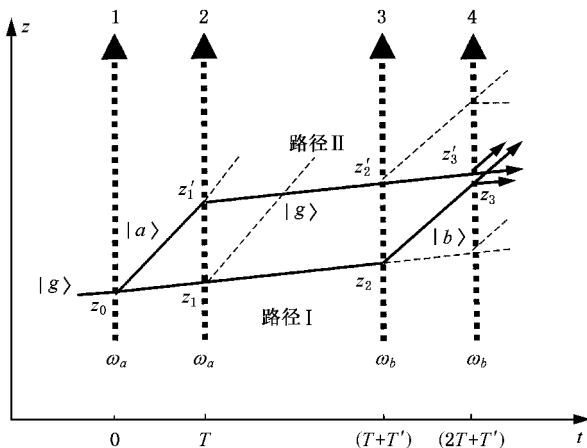


图2 激光脉冲序列为  $\omega_a - \omega_a - \omega_b - \omega_b$  的三能级原子干涉仪

二束激光脉冲间隔的时间和第三束与第四束激光脉冲间隔的时间相同.整个过程两束原子经过自由空间传播以及与四束光脉冲的相互作用后,可围成一个闭环,并在最后形成干涉条纹.

### 3. 矩阵方法的导出

原子重力仪的相位差由原子自由运动(没有与激光的相互作用)产生的相位差和激光照亮原子时原子演化的相位差这两部分组成,

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{\text{path}} + \Delta\varphi_{\text{light}}.$$

原子自由运动产生的相位差来自于原子运动所经历的两个不同路径 I, II(如图2所示).

$$\Delta\varphi_{\text{path}} = (S_{\text{cl}}^{\text{II}} - S_{\text{cl}}^{\text{I}})/\hbar,$$

其中的  $S_{\text{cl}}$  是经典作用量,

$$S_{\text{cl}} = \int_0^{2T+T'} [L(\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t))] dt.$$

对于均匀重力场(不考虑重力梯度  $L = mv^2/2 - mgz$ ),两个经典路径的作用量可以相互抵消,因此这种情况下的  $\Delta\varphi_{\text{path}}$  为零.但是,如果考虑重力梯度的影响( $L = mv^2/2 - mg_0 z + m\gamma z^2/2$ ),两者是不能抵消的,这时的  $\Delta\varphi_{\text{path}}$  不为零.

激光照亮原子时原子演化的相位差来自于与原子发生相互作用的激光.光与原子相互作用使原子将获得一个附加相位

$$\varphi_i = \hbar k_a z_i - \omega_a t_i + \varphi_0(t_i),$$

其中  $z_i$  是原子在  $t_i$  时刻所处的位置,下标  $i$  和  $\alpha$  分别表示激光的序列号( $i=0, 1, 2, 3$ )和与激光频率相关的代号( $\alpha = a, b$ ),  $\varphi_0(t_i)$  是作用激光的初始相位.这个附加相位的符号和原子的初态有关.我们追踪相互作用后原子状态之间的变化(如图2所示)可以得到

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{light}} &= \Delta\varphi_{\text{II}} - \Delta\varphi_{\text{I}} \\ &= (\varphi'(t_1) - \varphi(t_0)) - (\varphi(t_3) - \varphi(t_2)). \end{aligned}$$

由于  $t_1 - t_0 = t_3 - t_2 \equiv T$ ,我们可以发现,解决问题的关键是如何求得原子在时刻  $t_i$  的位置  $z_i$ .用矩阵的方法可以方便地求得任意时刻原子运动的位置和速度.下面我们用矩阵的方法进行求解.

在忽略原子之间相互作用的条件下,在引力惯性场和电磁场作用下原子的经典哈密顿量为[15]

$$H = \frac{1}{2M} \mathbf{p} \cdot \mathbf{g}(t) \cdot \mathbf{p} - \mathbf{Q}(t) \cdot \mathbf{L} - Mg(t) \cdot \mathbf{q}$$

$$- \frac{M}{2} \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\gamma}(t) \cdot \mathbf{q} + V(t). \quad (1)$$

这里  $\mathbf{g}(t), \boldsymbol{\gamma}(t)$  分别为引力波和重力梯度张量,  $\boldsymbol{\Omega}(t)$  为地球旋转的角速度矢量,  $\mathbf{g}(t)$  为重力矢量, 以上四个量代表着整个引力惯性场;  $\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{L}$  分别为原子的位置、动量和角动量矢量;  $M$  为原子的质量,  $V(t)$  代表其他一些可能存在的外场. 哈密顿函数  $H$  中的最高次项是  $\mathbf{p}$  和  $\mathbf{q}$  的两次, 也是  $\mathbf{p}'$  和  $\mathbf{q}'$  的两次.  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{q}'$  分别表示原子所处的两个不同位置. 下面我们引入分析力学中的作用量  $S_{cl}[\mathbf{q}(t)]$ , 它依赖于粒子所走的轨道  $\mathbf{q}(t)$ , 即它是  $\mathbf{q}(t)$  的函数. 经典作用量  $S_{cl}$  为

$$\begin{aligned} S_{cl}(\mathbf{q}, t; \mathbf{q}', t') \\ = a + \tilde{\mathbf{b}} \cdot \mathbf{q} + \tilde{\mathbf{c}} \cdot \mathbf{q}' \\ + \frac{M}{2} [\tilde{\mathbf{q}} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{q} - 2\tilde{\mathbf{q}} \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{q}' + \tilde{\mathbf{q}}' \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{q}']. \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $a, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  为系数, 它们上方的符号“ $\sim$ ”表示转置.  $\tilde{\mathbf{B}}^{-1} = \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} - \mathbf{C}$ ,  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  均为  $3 \times 3$  阶方块矩阵, 其具体形式将由下面给出. 对 (2) 式求梯度, 得

$$\mathbf{p} = \nabla_{\mathbf{q}} S_{cl} = \mathbf{b} + \mathbf{M} \mathbf{D} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{q} - \mathbf{M} \tilde{\mathbf{B}}^{-1} \mathbf{q}' \quad (3a)$$

$$-\mathbf{p}' = \nabla_{\mathbf{q}'} S_{cl} = \mathbf{c} - \mathbf{M} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{q} + \mathbf{M} \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{q}' \quad (3b)$$

(3) 式可以转化为

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \mathbf{n}\xi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}' \\ \mathbf{v}' \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中  $\mathbf{v} = \mathbf{p}/M, \mathbf{v}' = \mathbf{p}'/M$  为原子波包的中心速度,  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{q}'$  为中心位置,  $\xi$  和  $\xi$  由下式给出:

$$\xi = \boldsymbol{\gamma}^{-1} [1 - \cosh[(\boldsymbol{\gamma} n^{-1})^{1/2} (t - t')]] \mathbf{g}, \quad (5a)$$

$$\xi = -(\boldsymbol{\gamma})^{-1/2} \sinh[(\boldsymbol{\gamma} n^{-1})^{1/2} (t - t')] \mathbf{g}, \quad (5b)$$

其中  $n^{-1}$  和  $\boldsymbol{\gamma}$  分别是张量  $\mathbf{g}(t)$  和  $\boldsymbol{\gamma}(t)$  所对应的矩阵.

根据 Hamilton-Jacobi 方程

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H(\mathbf{q}, \nabla_{\mathbf{q}} S, t) = 0, \quad (6)$$

可列出关于矩阵元  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  的微分方程组, 并通

过坐标变换消去哈密顿量中的  $\Omega$  因子, 最后可得到矩阵元为 ( $T = t - t'$ )

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \cosh(\sqrt{\boldsymbol{\gamma} T}), \\ \mathbf{B} &= \frac{1}{\sqrt{\boldsymbol{\gamma}}} \sinh(\sqrt{\boldsymbol{\gamma} T}), \\ \mathbf{C} &= \sqrt{\boldsymbol{\gamma}} \sinh(\sqrt{\boldsymbol{\gamma} T}), \\ \mathbf{D} &= \cosh(\sqrt{\boldsymbol{\gamma} T}), \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $n^{-1}$  已省略, 因为在不考虑引力波的情况下,  $n$  为单位矩阵. 以上均在三维情况下讨论, 矩阵元  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  中的  $\boldsymbol{\gamma}$  为  $3 \times 3$  阶矩阵.

对于一维情况, 矩阵元  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  中的  $\boldsymbol{\gamma}$  将为标量, (4) 式所表示的矩阵传输公式也简化为

$$\begin{pmatrix} z \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} & \xi \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} & \xi \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z' \\ v' \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中  $\xi, \xi$  由 (5) 式给出 (标量形式),  $\xi, \xi$  分别表示由重力引起的原子附加位移和附加加速度,  $z$  为竖直方向 (重力方向) 的坐标. (8) 式中给出了原子束在重力的影响下在自由空间中的传输矩阵.

光脉冲与原子束相互作用时, 原子吸收光子后速度要改变  $\pm \hbar k/M$ , 其中  $\hbar$  是普朗克常数,  $k$  是光的波矢,  $M$  是原子的质量. “ $\pm$ ”号取决于原子的速度变大或变小. 因此光脉冲的矩阵为

$$\begin{pmatrix} z \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \pm \hbar k/M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z' \\ v' \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

需要指出的是, 只有发生跃迁的那部分原子在传输过程中要使用 (9) 式, 不发生跃迁的那部分原子则不需使用 (9) 式.

#### 4. 光脉冲序列对测量精度的影响

图 2 中已标明原子在各点的位置, 而原子在各点位置时的速度分别用  $v_0, v_1, v_2, v_3, v'_1, v'_2, v'_3$  表示, 与原子的位置一一对应. 运用 (8) (9) 式, 可以得到原子经过路径 I 时在各个位置的坐标和速度,

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \hbar k_b/M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}(T+T') & \mathbf{B}(T+T') & \xi(T+T') \\ \mathbf{C}(T+T') & \mathbf{D}(T+T') & \xi(T+T') \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} z_3 \\ v_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\hbar k_b/M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}(T') & \mathbf{B}(T') & \xi(T') \\ \mathbf{C}(T') & \mathbf{D}(T') & \xi(T') \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_2 \\ v_2 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

在路径 I 中,由于原子并未与第一束和第二束激光发生作用,可直接得到(10)式.原子与第三束激光作用后,图2中所取的是发生跃迁的那束原子,所以(10)式中使用了(9)式.处于**|b**态的原子与第

四束激光作用后,分成**|g**态和**|b**态.我们取**|g**态的原子束,所以(11)式中也要用到(9)式.同样可以得到原子经过路径 II 时在各个位置的坐标和速度,

$$\begin{pmatrix} z'_1 \\ v'_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(T) & B(T) & \xi(T) \\ \alpha(T) & D(T) & \xi(T) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \hbar k_a/M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} z'_3 \\ v'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(T+T') & B(T+T') & \xi(T+T') \\ \alpha(T+T') & D(T+T') & \xi(T+T') \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z'_1 \\ v'_1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

原子与光的作用产生的相位差

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{light}} &= \Delta\varphi_{\text{II}} - \Delta\varphi_{\text{I}} \\ &= (\varphi'(t_1) - \varphi(t_0)) - (\varphi(t_3) - \varphi(t_2)), \end{aligned}$$

其中  $\varphi_i = k_a z_i - \omega_a t_i + \varphi_0(t_i)$  是在  $t_i$  时刻,原子波包处在位置  $z_i$  时作用激光脉冲的相位.由于原子的两个激发态的能级非常接近(是两个磁子能级),则  $\omega_a \approx \omega_b$ , 所以由  $\omega_a t_i$  引起的相位差为  $(\omega_a - \omega_b)T$  可近似为零.我们可以使初始相位满足  $\varphi_0(t_1) = \varphi_0(t_2) = \varphi_0(t_3) = \varphi_0(t_4)$ , 这样在  $\Delta\varphi_{\text{light}}$  中就不含有初始相位,可以便于分析和计算,也有利于原子重力仪测量精度的提高,在实验中是可以做到这一点的<sup>[12]</sup>.另外,由于两条传输路径的差异,产生相位差为  $\pm k \left( \frac{z_3 - z'_3}{2} \right)$  这是由于重力的影响以及在最后一个脉冲与原子相互作用时,两束原子并未在同一点所造成的<sup>[13]</sup>.由此,我们可写出干涉条纹全部的相位差为

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= k_a(z'_1 - z_0) - k_b[(z_3 + z'_3)/2 - z_2] \\ &= \frac{2\sin\{T\sqrt{\gamma}/2\}}{M\gamma} \left[ k_a \sqrt{\gamma} (\hbar k_a + Mv_0) \cos\{T\sqrt{\gamma}/2\} \right. \\ &\quad + \hbar k_a k_b \sqrt{\gamma} \cos\{(T + 2T')\sqrt{\gamma}/2\} \\ &\quad - \hbar k_a k_b \sqrt{\gamma} \cos\{(3T + 2T')\sqrt{\gamma}/2\} \\ &\quad - Mk_b v_0 \sqrt{\gamma} \cos\{(3T + 2T')\sqrt{\gamma}/2\} \\ &\quad - Mk_a g \sin\{T\sqrt{\gamma}/2\} + Mk_a z_0 \gamma \sin\{T\sqrt{\gamma}/2\} \\ &\quad + Mk_b g \sin\{(3T + 2T')\sqrt{\gamma}/2\} \\ &\quad \left. - Mk_b z_0 \gamma \sin\{(3T + 2T')\sqrt{\gamma}/2\} \right]. \quad (14) \end{aligned}$$

取  $\gamma$  的一阶展开式,并在  $T' = T$  的情况下(14)式

可以简化为

$$\delta\varphi = \frac{1}{2}(2k_b - k_a)gT^2 + \delta\varphi_0 + \gamma T^2 \delta\varphi_1, \quad (15)$$

其中

$$\delta\varphi_0 = (k_a - k_b)v_0 T + \frac{\hbar k_a^2 T}{M}, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi_1 &= \frac{1}{2}(2k_b - k_a)z_0 + \frac{1}{6}(k_a - 19k_b)v_0 T \\ &\quad + \frac{(k_a - 12k_b)\hbar k_a T}{6M} + \frac{1}{24}(5k_b - k_a)gT^2. \end{aligned} \quad (17)$$

由于  $\gamma$  很小,一般为  $10^{-7} \text{ g} \cdot \text{m}^{-1}$ ,所以在实验上测量重力加速度时,可以不考虑最后一项  $\gamma T^2 \delta\varphi_1$ ;而在实验装置固定且在一定的原子初速度的情况下,由于(15)式中的其他量也都是取定的,所以  $\delta\varphi_0$  是一个定值.在实验上直接测得相位差之后,我们通过(15)式的前两项可以计算出重力加速度  $g$ .这个结果与文献[11]用三对拉曼脉冲光实现的原子重力仪得到的结果类似.文献[12]在文献[11]的基础上提出了多加几对光脉冲的方法来提高系数,但实验难度更大,因为冷原子下落到底部的时间是有限的.

为了进一步提高三能级原子重力仪的测量精度,我们可以通过改变四个光脉冲的频率序列来实现.新的光脉冲序列变为  $\omega_a - \omega_b - \omega_a - \omega_b$ ,如图3所示.与图2中所示的原子重力仪相比,相当于第二束和第三束激光互换.在这种情况下,其中一条路径中的原子与第一束激光作用后被激发到**|a**态,原子不与第二束激光发生作用,原子与第三束激光作用后跃迁回**|g**态.在另外一条路径中的原子穿过第一束激光后与第二束激光发生作用,被激发到**|b**态,

并穿过第三束激光. 由此, 这两束原子所经过的路径形成了一个闭环, 并在第四束激光处发生干涉. 采用

与上述同样的方法, 我们可以列出各个位置处的坐标和速度所满足的式子, 结果如下:

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \hbar k_b / M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A(T) & B(T) & \xi(T) \\ \alpha(T) & D(T) & \dot{\xi}(T) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\begin{pmatrix} z_3 \\ v_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\hbar k_a / M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A(T+T') & B(T+T') & \xi(T+T') \\ \alpha(T+T') & D(T+T') & \dot{\xi}(T+T') \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ v_1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{pmatrix} z'_2 \\ v'_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(T+T') & B(T+T') & \xi(T+T') \\ \alpha(T+T') & D(T+T') & \dot{\xi}(T+T') \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \hbar k_a / M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ v_0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} z'_3 \\ v'_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(T) & B(T) & \xi(T) \\ \alpha(T) & D(T) & \dot{\xi}(T) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\hbar k_a / M \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z'_2 \\ v'_2 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

从而可以求出图 3 所示的三能级原子重力仪的相位差 ( $T' = T$ ) 为

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= k_a(z'_2 - z_0) - k_b[(z_3 + z'_3)/2 - z_1] \\ &= \mathcal{X}(2k_b - k_a)gT^2 + \delta\varphi'_0 + \gamma T^2 \delta\varphi'_1, \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\delta\varphi'_0 = (k_a - 2k_b)v_0 T + \frac{(k_a - k_b)\hbar k_a T}{M}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \delta\varphi'_1 &= \mathcal{X}(k_a - 2k_b)z_0 + \frac{1}{6}(k_a - 26k_b)v_0 T \\ &+ \frac{(k_a - 25k_b)\hbar k_a T}{6M} - \frac{2}{3}(k_a - 5k_b)gT^2. \end{aligned} \quad (24)$$

比较 (15) 和 (22) 式中第一项的系数, 可以发现图 3 所示的三能级原子重力仪比图 2 所示的三能级原子重力仪精度要高, 而实验上并没有增加难度.

为了更直观地看出两种三能级原子重力仪精度的差异, 把 (15) 和 (22) 式分别改写成

$$\Delta g_a = g_0 - 2\delta\varphi(2k_b - k_a)T^2 + \delta\varphi_0 + \gamma T^2 \delta\varphi_1, \quad (25)$$

$$\Delta g_b = g_0 - \delta\varphi \mathcal{X}(2k_b - k_a)T^2 + \delta\varphi'_0 + \gamma T^2 \delta\varphi'_1, \quad (26)$$

其中  $\Delta g$  为重力加速度的测量精度,  $g_0$  为当地的重力加速度的准确值. 引入文献 [16] 中的实验数据, 研究对象为铯原子,  $k_b = 351730902.2 \text{ MHz}$ ;  $k_a = 351730550.0 \text{ MHz}$ ;  $\gamma = 2.9 \times 10^{-6} \text{ s}^{-2}$ ;  $z_0 = 0 \text{ m}$ ;  $v_0 =$

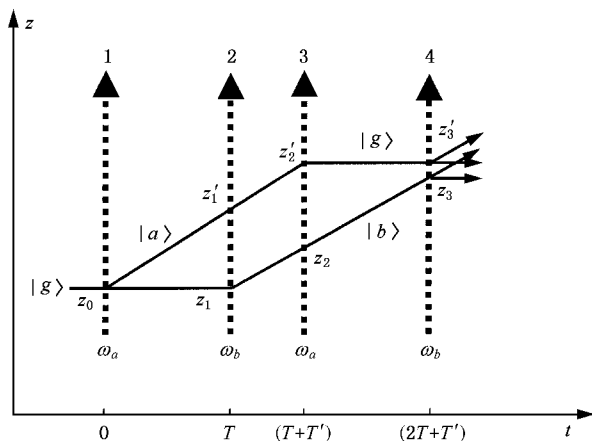


图 3 激光脉冲序列为  $\omega_a - \omega_b - \omega_a - \omega_b$  的三能级原子干涉仪

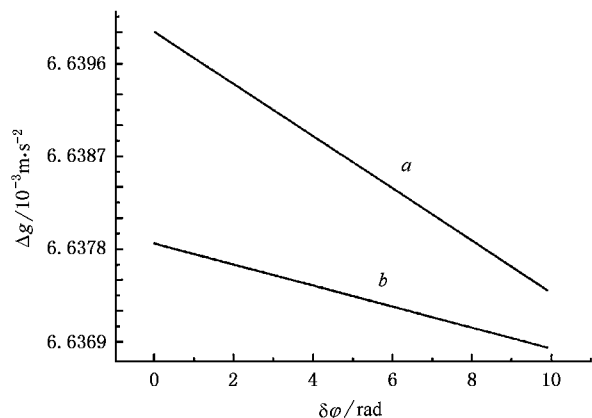


图 4 原子重力仪的相位差与重力加速度的测量精度之间的关系

$1.57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $T = 0.16 \text{ s}$ ;  $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ;  $M = 2.2 \times 10^{-19} \text{ kg}$ ;  $g_0 = 9.81914 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . 把以上数据代入 (25) (26) 式并绘出曲线图, 如图 4 所示. 图 4 中曲线  $a$  和曲线  $b$  分别为  $\omega_a - \omega_a - \omega_b - \omega_b$  序列和  $\omega_a - \omega_b - \omega_a - \omega_b$  序列的原子重力仪的相位差与重力加速度测量精度的关系曲线. 从图 4 中可以看出, 对于相同的相位差  $\delta\varphi$ , 曲线  $b$  的数值比曲线  $a$  的数值要小, 从而说明  $\omega_a - \omega_b - \omega_a - \omega_b$  序列的原子重力仪精度比  $\omega_a - \omega_a - \omega_b - \omega_b$  序列的原子重力仪精度要高.

## 5. 结 论

本文分析了三能级原子与双色光场的相互作用过程, 提出了一种  $3 \times 3$  阶矩阵方法来分析三能级原子重力仪的相位差, 得到了原子重力仪的相位差与重力加速度的关系. 分析后发现, 通过改变光脉冲的序列可以提高原子重力仪的测量精度. 本文所提出的矩阵方法还可用于其他原子干涉仪的分析.

- 
- [ 1 ] Carnal O, Mlynek J 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2689
- [ 2 ] Keith W D, Ekstrom R C, Turchette A Q *et al* 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2693
- [ 3 ] Riehle F, Kisters T, Witte A *et al* 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 177
- [ 4 ] Kasevich M, Chu S 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 181
- [ 5 ] Shimizu F, Shimizu K, Takuma H 1992 *Phys. Rev. A* **46** R17
- [ 6 ] Xu X Y, Wang Y Z 1997 *Acta Phys. Sin.* **46** 1062 ( in Chinese )  
[ 徐信业、王育竹 1997 物理学报 **46** 1062 ]
- [ 7 ] Kasevich M, Chu S 1992 *Appl. Phys. B* **54** 321
- [ 8 ] Weiss S D, Young C B, Chu S 1992 *Appl. Phys. B* **59** 217
- [ 9 ] Godun M R, Summy S G, Burnett K 2001 *Contemp. Phys.* **42** 77
- [ 10 ] Clauser F J 1988 *Physica B* **151** 262
- [ 11 ] Peters A, Chung Y K, Chu S 1999 *Nature* **400** 849
- [ 12 ] McGuirk M J, Foster T G, Fixler B J *et al* 2002 *Phys. Rev. A* **65** 033608
- [ 13 ] Borde J C 1989 *Phys. Lett. A* **140** 10
- [ 14 ] Kazuhito H, Shinya Y, Atsuo M 2003 *Phys. Rev. A* **68** 043621
- [ 15 ] Bordé J C 2001 *C. R. Acad. Sci. Paris* **2** 509
- [ 16 ] Peters A, Chung Y K, Chu S 2001 *Metrologia* **38** 25

# Improvement of the measuring precision by changing the pulse sequence in the three-level atom gravimeter<sup>\*</sup>

Zheng Sen-Lin   Chen Jun   Lin Qiang<sup>†</sup>

( *Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou 310027 , China* )

( Received 5 November 2004 ; revised manuscript received 15 December 2004 )

## Abstract

We introduced a method that can improve the measurement precision of the three-level atom gravimeter by changing the sequence of the pulses. A  $3 \times 3$  matrix is put forward to describe the propagation of atomic beams, the interaction between the three-level atoms and bichromatic laser fields, and to calculate the phase difference of the atom interferometers. We obtained also the relation between gravity and the phase difference of the atom gravimeter. It is found that the precision of the three-level atom gravimeter can be increased simply by change the sequence of the optical pulses.

**Keywords** : atom optics , atom gravimeter , matrix method

**PACC** : 3280 , 4250

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Program of the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10334050 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : qclin@zju.edu.cn