

非简并 Λ 型三能级原子的速度选择相干布居俘获^{*}

谢 旻 凌 琳 杨国建[†]

(北京师范大学物理系 北京 100875)

(2004 年 10 月 26 日收到 2004 年 12 月 21 日收到修改稿)

研究了非简并 Λ 型三能级原子速度选择相干布居俘获与原子能级结构的非对称性以及原子-激光失谐之间的关系. 指出相对于简并、共振情况, 原子动量分布的概率峰峰值降低、最可几动量发生变化, 而且原子的俘获时间也变得很长.

关键词: 激光冷却, 速度选择相干布居俘获, 暗态, 原子动量分布

PACC: 4250, 3280P

1. 引 言

速度选择相干布局俘获(VSCPT)^[1]是激光冷却中性原子的有效方法, 它使得高温热运动原子变成平均速度很小、速度分布宽度很窄的超冷原子. 与诸如 Doppler 冷却^[2]、Sisyphus 冷却等其他激光冷却方案^[3,4]相比, VSCPT 最大优点就是只要冷却时间足够长, 原则上可以使原子的温度降低至绝对零度.

现有的 VSCPT 理论是建立在简并 Λ 型三能级原子模型上的^[1], 它利用了原子不断进行的自发辐射循环将原子最终囚禁在其两个基态子能级的相干叠加态上. 被囚禁的原子不再吸收或者辐射光子, 动量没有扩散. 因此, 原子的速度分布不受单光子反冲动量极限的限制, 其结果是原子速度分布的宽度可以通过延长激光场与原子相互作用的时间而任意窄化, 从而得到相应程度下的超冷原子. 不过在实际情况中, 人们需要的往往是非简并, 有时甚至是原子的两个低能级差别很大的超冷 Λ 型三能级原子. 在这样的情况下, 原子的 VSCPT 效果如何? 本文基于现有的 VSCPT 理论讨论这个问题. 结果表明: 对于非简并 Λ 型三能级原子系统, 原子能级结构的非对称性对原子的俘获效果有很大的影响, 原子的俘获时间随着这种非对称性的加强而变得很长.

2. 模 型

本文研究的 VSCPT 模型可以用图 1 说明. Λ 型

三能级原子的激发态和两个基态分别用 $|e_0\rangle$ 和 $|g_{1,2}\rangle$ 表示, 原子跃迁分别发生在 $|g_1\rangle \rightarrow |e_0\rangle$ 和 $|g_2\rangle \rightarrow |e_0\rangle$ 之间. 假设与原子转变所对应的两个偶极矩的极化方向相互垂直, 现有频率为 ω_1 和 ω_2 、极化方向相互垂直以及传播方向相反但与原子运动方向平行的两束激光分别同该原子的两个原子转变耦

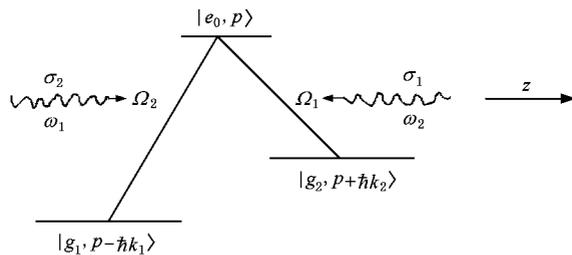


图 1 Λ 型三能级原子-光场耦合示意图

合. 另外, 我们假定原子激发态到两个基态的衰变系数均为 Γ , 原子只做一维运动, 方向沿 oz 轴为正. 这样的系统可以用主方程来描述^[5],

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} [H, \hat{\rho}] + \zeta_d \hat{\rho}. \quad (1)$$

这里 $\hat{\rho}$ 是密度算子, $\zeta_d \hat{\rho}$ 表示原子系统的弛豫衰变. $\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{V}$ 是系统哈密顿量, 其中 \hat{H}_A 和 \hat{V} 分别描述原子的自由运动和原子与激光场的相互作用, 它们在动量空间具有如下形式:

$$\hat{H}_A = \frac{\hat{p}^2}{2M} |e_0, p\rangle \langle e_0, p| + \left(\frac{\hat{p}^2}{2M} + \Delta_1 \right)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 10174007)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: yanggj@bnu.edu.cn

$$\begin{aligned} & \times |g_1, p - \hbar k_1\rangle \langle g_1, p - \hbar k_1| \\ & + \left(\frac{\hat{p}^2}{2M} + \Delta_2 \right) |g_2, p + \hbar k_2\rangle \\ & \times \langle g_2, p + \hbar k_2|, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{V} = & \sum_p \left[\frac{\hbar\Omega_2}{2} |e_0, p\rangle \langle g_1, p - \hbar k_1| \exp(-i\omega_1 t) \right. \\ & \left. + \frac{\hbar\Omega_1}{2} |e_0, p\rangle \langle g_2, p + \hbar k_2| \exp(-i\omega_2 t) \right] \\ & + \text{H. C.} \end{aligned} \quad (3)$$

式中 \hat{p} 表示质量为 M 的原子的动量算符, $\Delta_{1,2}$ 是频率为 ω_1 和 ω_2 的光场与相应原子跃迁能级之间的失谐量, 定义为 $\Delta_i = \hbar\omega_i - (E_0 - E_i)$, 其中 E_0 是激发态 $|e_0\rangle$ 的内能, $E_i (i = 1, 2)$ 是基态 $|g_i\rangle$ 的内能. Ω_i 表示波数为 $k_i (i = 1, 2)$ 的第 i 束激光场与相应原子转变的耦合常数. 显然, 哈密顿量的作用只能使原子在态 $|e_0, p\rangle$ 与 $|g_1, p - \hbar k_1\rangle$ 和 $|g_2, p + \hbar k_2\rangle$ 之间通过吸收或受激辐射发生跃迁, 这三个基矢形成封闭族: $F(p) = \{ |e_0, p\rangle, |g_1, p - \hbar k_1\rangle, |g_2, p +$

$\hbar k_2\rangle\}^{61}$.

(1) 式等号右端第二项 $\zeta_d \hat{\rho}$ 可以表述为^[7]

$$\begin{aligned} \zeta_d \hat{\rho} = & \frac{3}{2} r \sum_{l=1,2} \oint \frac{d\Omega(\hat{k})}{4\pi} \{ 2C_l^+(\hat{k}) \rho C_l^-(\hat{k}) \\ & - C_l^+(\hat{k}) C_l^-(\hat{k}) \rho - \rho C_l^+(\hat{k}) C_l^-(\hat{k}) \} \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $C_l(\hat{k})$ 是原子转变算符在动量空间中的表示, 定义为

$$\begin{aligned} C_l(\hat{k}) = & [\varepsilon_l(\hat{k}) \cdot d_l(\hat{k})] \\ & \times |g_l, e_0\rangle \cdot \exp\left(-i \frac{w_l \hat{k} \cdot \mathbf{r}}{c}\right) \\ & l = (1, 2). \end{aligned} \quad (5)$$

这里 $\varepsilon_l(\hat{k})$ 和 $d_l(\hat{k})$ 分别代表第 l 激光场的单位电极化矢量和第 l 原子电偶极矩的单位极化矢量. (4) 式等号右端第一项反映了原子由于自发辐射造成的基态原子布居数的增加.

根据 (1) 式, 我们可以直接得到系统密度矩阵元的演化方程,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{00}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} \rho_{00} - [\Omega_1(\rho_{10} - \rho_{01}) + \Omega_2(\rho_{20} - \rho_{02})], \\ \frac{\partial \rho_{01}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_1}{2} \rho_{01} - [(2pk_1 - k_1^2 - \Delta_1)\rho_{01} + \Omega_2\rho_{21} + \Omega_1(\rho_{11} - \rho_{00})], \\ \frac{\partial \rho_{02}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_2}{2} \rho_{02} - [(k_2^2 + 2pk_2 - \Delta_2)\rho_{02} + \Omega_2(\rho_{22} - \rho_{00}) + \Omega_1\rho_{12}], \\ \frac{\partial \rho_{10}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_1}{2} \rho_{10} - [(k_1^2 - 2pk_1 + \Delta_1)\rho_{10} + \Omega_2\rho_{12} + \Omega_1(\rho_{00} - \rho_{11})], \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} = & \frac{\Gamma_1}{2} \int_{-u_1}^{u_1} du W_1(u) \rho_{00}(p - k_1 + u) - [\Omega_1(\rho_{01} - \rho_{10})], \\ \frac{\partial \rho_{12}}{\partial t} = & -i[(k_1^2 - k_2^2) - 2p(k_1 + k_2) + \Delta_1 - \Delta_2]\rho_{12} + \Omega_1\rho_{02} - \Omega_2\rho_{10}, \\ \frac{\partial \rho_{20}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_2}{2} \rho_{20} - [(2pk_2 + k_2^2 + \Delta_2)\rho_{20} + \Omega_2(\rho_{00} - \rho_{22}) - \Omega_1\rho_{21}], \\ \frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = & -i[(k_2^2 - k_1^2) + 2p(k_2 + k_1) + \Delta_2 - \Delta_1]\rho_{21} + \Omega_2\rho_{01} - \Omega_1\rho_{10}, \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = & \frac{\Gamma_2}{2} \int_{-u_2}^{u_2} du W_2(u) \rho_{00}(p + k_2 + u) - [\Omega_2(\rho_{02} - \rho_{20})]. \end{aligned} \quad (6)$$

在得到 (6) 式时, 我们已做了如下标度变换:

$$\begin{aligned} t\omega_j & \Rightarrow t, \\ \frac{p^2}{2m\hbar} \frac{1}{\omega_j} & \Rightarrow p^2, \\ \frac{\Omega_i}{\hbar\omega_j} & \Rightarrow \Omega_i, \\ \frac{k_i}{2m\omega_j} & \Rightarrow k_i, \\ \frac{\Delta_i}{\hbar\omega_j} & \Rightarrow \Delta_i, \\ \frac{\Gamma_i}{\omega_j} & \Rightarrow \Gamma_i, \end{aligned}$$

$$\frac{\mu}{\omega_j} \Rightarrow \mu, \quad (7)$$

$$\frac{u_i}{2m\omega_j} \Rightarrow u_i, \quad (8)$$

其中标度前 $u_i = \frac{E_0 - E_i}{\hbar c}$ ($i = 1, 2$), $\omega_j = \hbar k_j^2 / 2m$ 是与波数 k_j ($j = 1, 2$) 相联系的原子反弹频率, 显然, 当 $j = i$ 时标度后的波数为 $k_i = 1$. $W_i(u)$ 描述自发辐射出的光子具有沿 oz 方向的动量 u 的概率分布函数, 定义为^[8]

$$W_i(u) = \frac{3}{8} \frac{1}{\hbar k_i} \left(1 + \frac{u^2}{\hbar^2 k_i^2} \right) \quad (i = 1, 2). \quad (7)$$

在态 $|e_0, p \pm \hbar k_{1,2} + u\rangle$ 上的原子自发辐射一个动量为 u 的光子后, 只能衰变到 $|g_{1,2}, p \pm \hbar k_{1,2}\rangle$ 上, 所以自发辐射可以使原子在不同族 $F(p)$ 之间跃迁. 图 2 描述了原子与光场共振条件下的这种跃迁过程, 图中实线或虚线显示的是原子在同一族不同态之间的跃迁, 而波浪线则显示了原子在不同族不同态之间的跃迁.

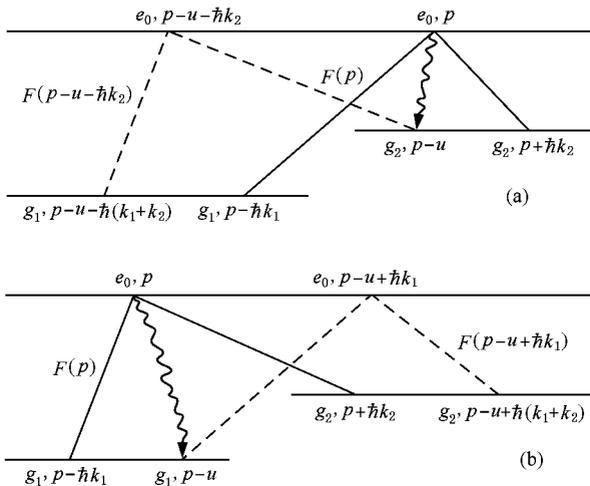


图 2 发生在同一族内不同状态之间(如实线或虚线所示)或不同族中不同状态之间(如波浪线所示)的原子跃迁示意图

(a) $F(p-u-\hbar k_2)$ (b) $F(p)$ 和 $F(p-u+\hbar k_1)$

3. 原子速度选择相干俘获分析

我们可以从相互作用哈密顿量 V 得到由基矢 $|g_1, p - \hbar k_1\rangle$ 和 $|g_2, p + \hbar k_2\rangle$ 构成的如下两个相干叠加态:

$$|\varphi_{NC}(p)\rangle = \frac{\Omega_1}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}} |g_1, p - \hbar k_1\rangle$$

$$- \frac{\Omega_2}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}} |g_2, p + \hbar k_2\rangle, \quad (8)$$

$$|\varphi_C(p)\rangle = \frac{\Omega_2^*}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}} |g_1, p - \hbar k_1\rangle + \frac{\Omega_1^*}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}} |g_2, p + \hbar k_2\rangle, \quad (9)$$

式中系数 $\frac{\Omega_1}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}}$ 和 $\frac{\Omega_2}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}}$ 分别表示原子处于 $|g_1, p - \hbar k_1\rangle$ 和 $|g_2, p + \hbar k_2\rangle$ 态的概率. 由方程(2)不难得到 $e^{-i\omega t} V |\varphi_{NC}(p)\rangle = 0$, 它表示处于 $|\varphi_{NC}(p)\rangle$ 上的原子不能通过吸收或发射激光光子而发生跃迁, 这个态俗称为暗态. 同样可得

$$e^{-i\omega t} V |\varphi_C(p)\rangle = \frac{\hbar}{2} \left[\frac{|\Omega_2|^2}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{3/2}} \exp(-i\omega_1 t) + \frac{|\Omega_1|^2}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{3/2}} \exp(-i\omega_2 t) \right].$$

这说明原子在 $|\varphi_C(p)\rangle$ 上可以被激发.

原子在 $|\varphi_{NC}(p)\rangle$ 上的时间演化行为是

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} |\varphi_{NC}(p)\rangle = \rho |\varphi_{NC}(p)\rangle \\ & = -i \left[(k_2^2 - k_1^2) + 2\mu(k_1 + k_2) + \Delta_2 - \Delta_1 \right] |\varphi_{NC}(p)\rangle + \text{C. C.} \end{aligned} \quad (10)$$

由此可见, 原子一旦落在动量为

$$p = p_0 = \frac{k_1^2 - k_2^2 + \Delta_1 - \Delta_2}{2(k_1 + k_2)}$$

的态 $|\varphi_{NC}(p_0)\rangle$ 上将被俘获住, 对原子而言, $|\varphi_{NC}(p_0)\rangle$ 是个稳定的俘获态. 若 $p \neq p_0$, 处在 $|\varphi_{NC}(p)\rangle$ 的原子仍可通过原子动能 $p^2/2M$ 算子与态 $|\varphi_C(p)\rangle$ 耦合, 再通过 V 跃迁到态 $|e_0, p\rangle$ 上. 所以在考虑了原子的外部运动自由度以后, $|\varphi_{NC}(p \neq p_0)\rangle$ 不再是原子的俘获态. 由于此种方法只选择俘获动量

(速度)为 $p_0 = \frac{k_1^2 - k_2^2 + \Delta_1 - \Delta_2}{2(k_1 + k_2)}$ ($v = p_0/2M$) 的原子,

所以它又被称为原子 VSCPT.

原子 VSCPT 方法的效果可以通过原子动量分布来理解^[1],

$$P(p_{at}^z) = \rho_{11}(p_{at}^z + \hbar k_1) + \rho_{22}(p_{at}^z - \hbar k_2) + \rho_{00}(p_{at}^z). \quad (11)$$

由(8)式可以推断原子动量分布应该具有双峰结构, 峰位是

$$p_{\text{at}}^z = \frac{\pm(k_1 + k_2)^2 + \Delta_1 - \Delta_2}{2(k_1 + k_2)}, \quad (12)$$

峰值由(8)式中系数 $\frac{\Omega_{1,2}}{(|\Omega_1|^2 + |\Omega_2|^2)^{1/2}}$ 等决定,峰宽取决于原子与激光场相互作用时间内原子自发辐射的次数,次数越多,该峰就越窄.峰宽反映了原子温度的高低.

我们可以通过对方程(6)的数值模拟来研究原子在激光场作用下的俘获情况.假设原子的初始动

量分布为高斯分布(在图3—图5中以虚线表示),其外部自由度相干效应可以忽略.数值计算时将动量 p 离散化,其间隔为 $\epsilon = \hbar k_1/16$,动量的取值范围是 $-p_{\text{max}} \leq p \leq p_{\text{max}}$ ($p_{\text{max}} = 16\hbar k_1$).下面分两种情况进行讨论.

1) $\beta = k_2/k_1 \neq 1$,且 $\Delta_1 = \Delta_2 = 0, \beta \neq 1$ 表示频率不同的两束激光对原子产生非对称驱动.图3给出了当 $\beta = 0.5$ 、拉比频率和原子衰变速率相等($\Gamma = \Omega$

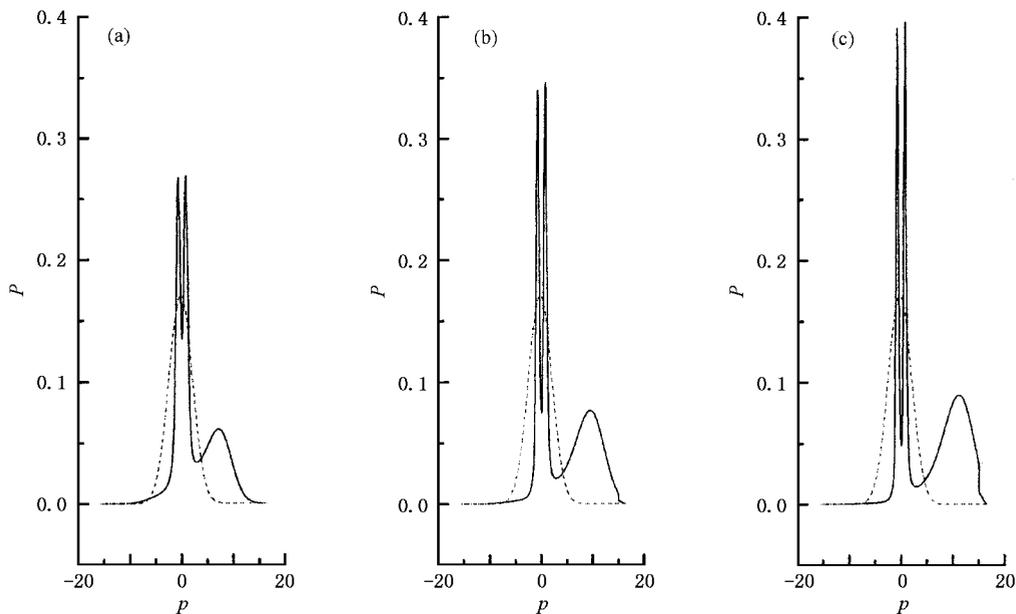


图3 同一 β 值($\beta = 0.5$)不同演化时间 t 条件下原子动量分布图 (a) $t = 10$ (b) $t = 20$ (c) $t = 30$

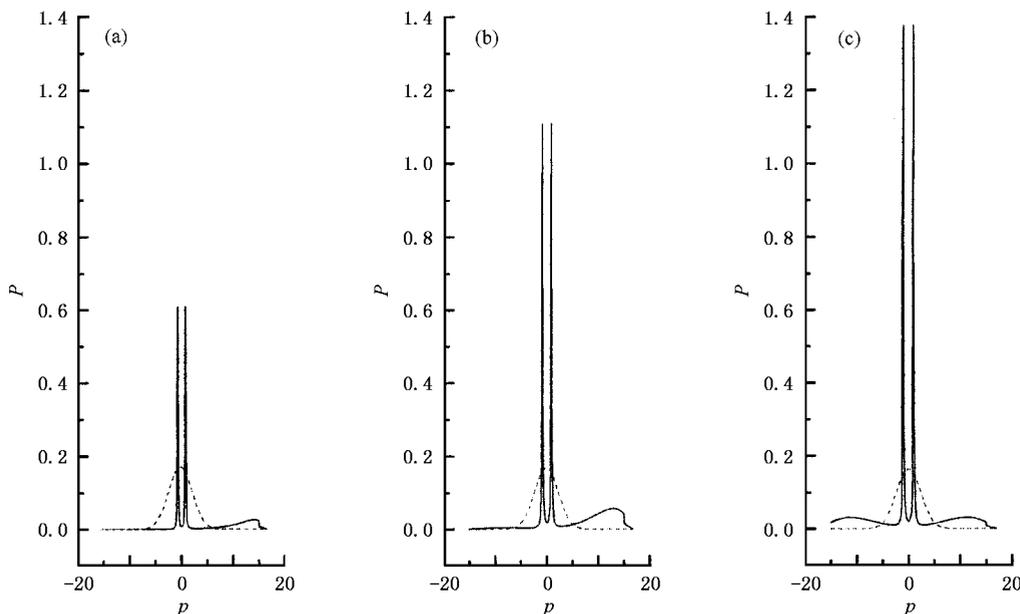


图4 相同演化时间 $t = 160$ 、不同 β 值条件下原子动量分布图 (a) $\beta = 0.5$ (b) $\beta = 0.75$ (c) $\beta = 1.0$

$= |\Omega_1| = |\Omega_2| = 10$) 时系统在不同时刻 ($t = 10, 20, 30$) 的动量分布图, 原子动量分布的概率峰位于 $p = \pm(k_2 + k_1)/2$ 处, 随着系统演化时间的增加它们将变得越来越尖锐, 这是由于作用时间越长, 原子进行荧光辐射循环的次数就越多, 最终落在 $|\varphi_{\text{NC}}(p_0)$ 上的概率就越大. 图 4 显示了演化时间给定 ($t = 160$) 但比值 β 不同 ($\beta = 0.5, 0.75, 1.0$) 其他条件同图 3 时的情况 (由于受计算条件的限制, 原子动量变化的取值范围不够大, 所以图中出现较明显的边缘效应). 共振时, β 的取值大小直接与原子能级结构非对称性的高低相联系. 由图 4 可见, 原子动量分布的两个概率峰的峰值随着 β 值的减小而迅速降低, 仔细观察还可发现峰距也有一定的变化. 对于 $\beta > 1$ 的情况, β 取值变大时出现的现象与在 $\beta < 1$ 的条件下 β 取值变小时出现的现象类似.

图 3 各图的右半部分和图 4(a)(b) 的右半部分分别出现了另外一个动量分布的宽峰, 随着系统

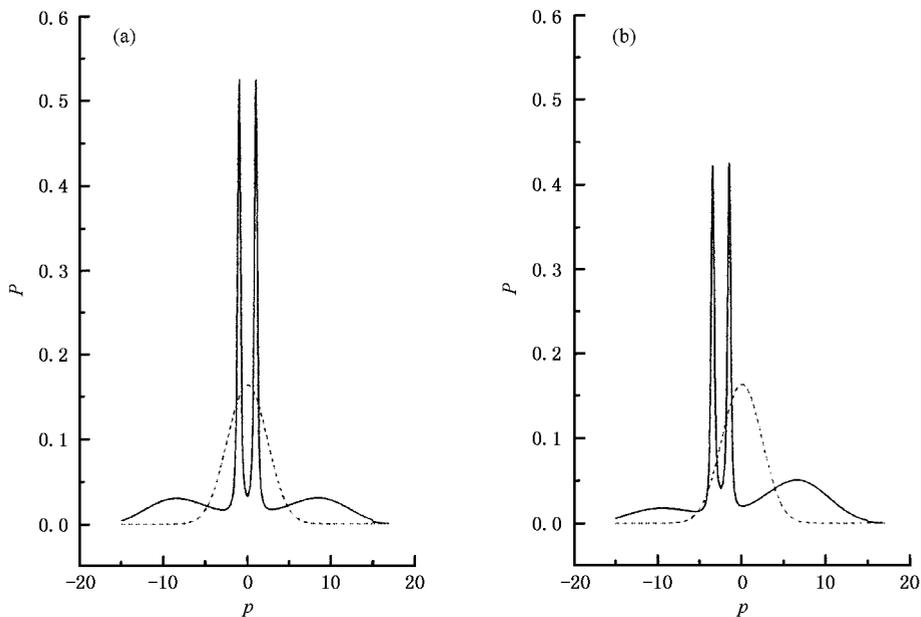


图 5 $\beta = 1, t = 30$ 时原子动量分布图 (a) $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0$ (b) $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 10$

上述原子动量分布宽峰的出现表明在相应的系统条件下, 由于有相当一部分的原子在动量绝对值较大的地方积累而使得原子俘获效率大大降低. 当然, 落在宽峰处的原子仍有机会通过 VSCPT 方法被俘获在 $|\varphi_{\text{NC}}(p_0)$ 上, 只是相对于 $\beta = k_2/k_1 = 1, \Delta_1 = \Delta_2 = 0$ 情况所需的俘获时间将会大大增加. 由此可见, 对非简并 Λ 型三能级原子系统而言, 要想获得与简并条件时一样好的原子冷却效果, 必须大大

的演化, 该宽峰的峰值由低向高再向低逐步变化, 峰位则向着动量增大的方向背离原子俘获峰 (峰位在 $p_{\text{at}}^s = \pm \hbar(k_1 + k_2)/2$ 处) 逐渐漂移. 该现象的出现是两方面的原因共同作用的结果, 一是原子自发辐射所造成的自身动量的扩散, 二是当原子与动量大小不等、方向相反的两个激光光子非对称相互作用后, 产生了与动量大的那个激光光子运动方向相同的反弹运动, 从而引起原子动量扩散.

2) $\Delta_1 \neq 0, \Delta_2 \neq 0, \beta$ 取任意值. 为了突出激光与原子之间的非共振相互作用的影响, 我们就激光对称驱动 ($\beta = 1$) 以及激光-原子失谐量很大 ($\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 10$) 的情况为例讨论问题 (见图 5). 由图 5 可见, 在非共振条件下原子动量分布确实依 (12) 式确定原子的最可几动量, 另外, 与 $\beta \neq 1$ 时共振的情况一样, 在动量较大处也出现了另外一个动量分布的宽峰, 不同的是随着系统演化该宽峰相对于频率较大的激光场传播方向做逆向运动.

延长激光冷却的时间.

4. 结 论

我们根据 VSCPT 理论, 讨论了非简并 Λ 型三能级原子在暗态的相干俘获问题, 主要得到如下两个结论:

1) 相对于简并原子系统而言, 原子动量分布的

最可几动量发生变化,变化量由原子两个低能级之间的间距以及原子与激光场之间的失谐量决定;随着原子与激光场相互作用时间的增加,原子最终被囚禁在动量为 $p = p_0 = \frac{k_1^2 - k_2^2 + \Delta_1 - \Delta_2}{2(k_1 + k_2)}$ 的暗态

$|\varphi_{\text{NC}}(p_0)\rangle$ 上.

2)原子的动量分布在远离概率峰处出现了另外一个较低的宽峰,它的出现使得概率峰峰值的降低,并使原子在暗态上的俘获时间变长.

- [1] Aspect A, Arimondo E, Kaiser R *et al* 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 826 ;Aspect A, Arimondo E, Kaiser R *et al* 1989 *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2113
- [2] Wineland D, Dehmelt H 1975 *Bull. Am. Phys. Soc.* **20** 637
- [3] Lett P D, Watts R N, Westbrook C I *et al* 1998 *Phys. Rev. Lett.* **61** 169 ;Dalibard J, Cohen-Tannoudji C 1989 *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 2023
- [4] Masuhara N, Doyle J M, Sandberg J C *et al* 1988 *Phys. Rev.*

Lett. **61** 935

- [5] Meystre P, Sargent III M 1999 *Elements of Quantum Optics* (Heidelberg:Springer-Verlag) p309
- [6] Stenholm S 1978 *Appl. Phys.* **16** 159
- [7] Goldstein E, Pax P, Schemthanner K J *et al* 1995 *Appl. Phys. B* **60** 161
- [8] Javanainen J, Stenholm S 1980 *Appl. Phys.* **21** 35

Velocity-selective coherent population trapping of a nondegenerate Λ three-level atom^{*}

Xie Min Ling Lin Yang Guo-Jian[†]

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(Received 26 October 2004; revised manuscript received 21 December 2004)

Abstract

We present in this paper a detailed discussion of the velocity-selective coherent population trapping of an atomic system in a nondegenerate Λ three-level configuration. Compared with the case of degenerate ground states and laser-atom resonance, the most probable value of the atomic-momentum distribution greatly decreases and much longer trapping time is needed in order to generate the same trapping effect.

Keywords : laser cooling, velocity-selective coherent population trapping, dark state, atomic-momentum distribution

PACC : 4250, 3280P

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10174007).

[†] Corresponding author. E-mail: yanggj@bnu.edu.cn