

压缩相干态通过参量图像放大系统的光学像^{*}

刘竹欣 方卯发[†]

(湖南师范大学物理与信息科学学院,长沙 410081)

(2004 年 11 月 5 日收到,2005 年 3 月 15 日收到修改稿)

取压缩相干态作为参量图像放大系统的输入像,研究了输出光学像的性质.结果表明,参量图像放大系统能够控制输出光学像的压缩度和压缩方向,即压缩度的增加与减小和压缩方向的改变决定于参量图像放大系统的参数选择.

关键词:参量图像放大系统,压缩相干态,压缩度,压缩方向角

PACC:4250,4265

1. 引 言

近年来,参量图像放大系统的研究越来越引起人们的兴趣,因为它对图像具有点点扫描或环状扫描的功能^[1],可以实现很多物理过程.例如:系统能够对微弱光学图像进行无噪声放大^[1];无腔行波参量图像放大系统能够完成对光学图像的无噪声放大^[2];在参量图像放大系统中输入一个轴外像,系统将输出一对沿轴向对称且具有相同强度起伏的纠缠像^[3,4].目前,参量图像放大系统被广泛应用于许多实际应用领域,特别是航天学、显微学以及量子信息和量子计算领域.但是,这些参量图像放大系统的研究大多把输入像选为相干态,而相干态是一个经典态.

压缩相干态是一种典型的非经典态,具有两种非经典特性^[5,6]:一是量子特性,压缩相干态光场的某一正交分量的量子涨落小于相干态中相应分量的量子涨落;二是统计特性,当压缩相干态中表示压缩程度的压缩因子大于零时,光子数分布呈亚泊松分布^[7],展示光子的反聚束效应^[8].压缩相干态的这两种非经典特性在精密测量、精密计算、光通信、引力波探测以及量子非破坏测量^[9-12]等方面具有重要的应用价值.本文把这种具有非经典效应的压缩相干态作为参量图像放大系统的输入图像,求出其通过

系统输出的光学像,展示系统处理非经典态的一种新功能.

2. 系统的基本结构与基本原理

所考虑的系统由两个透镜和光学参量放大器(OPA)组成,其基本结构如图 1 所示^[1].图 1 中, L_1 , L_2 是焦距为 f 的凸透镜; P_2 , P_3 分别为 OPA 的输入、输出平面; P_1 , P_4 分别为参量图像放大系统的输入、输出平面.

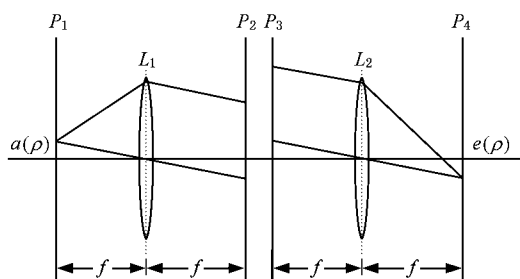


图 1 系统的基本结构图

设 $a(\boldsymbol{\rho}, t)$ 和 $a^+(\boldsymbol{\rho}, t)$ 为输入平面 P_1 上光场的玻色子湮没算符和产生算符,其中 $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ 是两分量横向位置矢量,则 $a(\boldsymbol{\rho}, t)$ 和 $a^+(\boldsymbol{\rho}, t)$ 满足对易关系式

$$[a(\boldsymbol{\rho}, t), a^+(\boldsymbol{\rho}', t')] = \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')\delta(t - t'). \quad (1)$$

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10374025)资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: mffang@hunnu.edu.cn

同样, p_4 输出平面上的图像可用相应的光场玻色子湮没算符和玻色子产生算符 $a(\rho, t)$ 和 $a^+(\rho, t)$ 表示, 而 $b_{in}(\xi, t)$ 和 $b_{out}(\xi, t)$ 分别为 OPA 的输入平面和输出平面上的光场玻色子湮没算符, ξ 也是一个两分量横向位置矢量, 所以 $b_{in}(\xi, t)$ 和 $a(\rho, t)$ 之间的关系由 L_1 实现的傅里叶变换确定,

$$b_{in}(\xi, t) = \frac{1}{f\lambda} \int d\rho \exp\left[-i \frac{2\pi\rho \cdot \xi}{f\lambda}\right] a(\rho, t). \quad (2)$$

对 $b(\xi, t)$ 进行空间-时间傅里叶变换,

$$\tilde{b}(q, \Omega) = \int d\xi dt b(\xi, t) \exp[i(\Omega t - q \cdot \xi)]. \quad (3)$$

因为 $\tilde{b}_{in}(q, \Omega)$ 和 $\tilde{b}_{out}(q, \Omega)$ 分别是 OPA 的输入和输出算符, 所以它们存在下列关系^[1]:

$$\tilde{b}_{out}(q, \Omega) = U(q, \Omega) \tilde{b}_{in}(q, \Omega) + V(q, \Omega) \tilde{b}_{in}^*(-q, -\Omega). \quad (4)$$

由(1)–(4)式可以推出系统的输入、输出图像的关系式为

$$a(\rho, \Omega) = u(\rho, \Omega) a(\rho, \Omega) + v(\rho, \Omega) a^*(-\rho, -\Omega). \quad (5)$$

具有给定系数

$$u(\rho, \Omega) = \frac{[1 - i\delta(\rho, \Omega)][1 - i\delta(\rho, -\Omega)] + |g|^2}{[1 + i\delta(\rho, \Omega)][1 - i\delta(\rho, -\Omega)] - |g|^2}, \quad (6)$$

$$v(\rho, \Omega) = \frac{2g}{[1 + i\delta(\rho, \Omega)][1 - i\delta(\rho, -\Omega)] - |g|^2}, \quad (7)$$

$$\delta(\rho, \Omega) = \Delta/k - \Omega/k + (\rho/\rho_0)^2, \quad (8)$$

$$\Delta = \omega_c - \omega_s, \quad (9)$$

$$k = \frac{cT}{2L}, \quad (10)$$

$$\rho_0 = f\sqrt{\frac{\lambda T}{2\pi L}}, \quad (11)$$

$$g = \sigma/k = \frac{2\sigma L}{cT}. \quad (12)$$

这里 Δ 是失谐参数, k 是腔衰减常数, ω_c 是纵向腔频率, ω_s 是信号频率, c 是光速, T 是腔的部分反射镜的强度透射系数, L 是系统中 OPA 的腔周长, σ 是正比于抽运光场振幅的参量相互作用常数. 利用(5)式可以研究输入像通过参量图像放大系统光学像的成像性质.

3. 输入压缩相干态的光学像

在输入平面输入复振幅 $s(\rho)$ 的压缩相干态. 为了简单, 我们考虑 $s(\rho)$ 为实偶函数的情况, 这在实际中可以通过在输入平面输入一对间距为 $2l$ 且不重叠的反射式图像得到

$$s(\rho) = s_0(\rho - l) + s_0(-\rho - l), \quad (13)$$

式中 $s_0(\rho)$ 是小于 l 的原始图像.

利用(5)式得到输出态为

$$e = ua + va^+, \quad (14)$$

式中 a 为压缩相干态的玻色子湮没算符, 它可以通过对一个光场湮没算符 b_1 进行规范变换得到,

$$a = Sb_1S^+. \quad (15)$$

变换算符 S 就是单模压缩算符,

$$S = \exp\left[1/2 \exp[-i\theta] b_1^2 - 1/2 \exp[i\theta] (b_1^+)^2\right], \quad (16)$$

式中 r 为压缩度, θ 为压缩方向角, 若

$$\cosh r = u_1,$$

$$\exp[i\theta] \sinh r = v_1,$$

则

$$a = u_1 b_1 + v_1 b_1^+.$$

这里 u_1 和 v_1 满足关系式

$$|u_1|^2 - |v_1|^2 = 1.$$

利用上述结果, 由(14)式给定的输出态可重新写为

$$e = (uu_1 + vv_1^*)b_1 + (uv_1 + uu_1^*)b_1^+. \quad (17)$$

3.1. 输出像的性质

可以证明(17)式中 b_1 和 b_1^+ 的系数满足关系式

$$|uu_1 + vv_1^*|^2 - |uv_1 + uu_1^*|^2 = 1. \quad (18)$$

令

$$uu_1 + vv_1^* = \cosh r',$$

$$uv_1 + uu_1^* = \exp[i\theta'] \sinh r', \quad (19)$$

则输出的光学像为一压缩度为 r' 、压缩方向角为 θ' 的压缩相干态. 定义算符 S' 为

$$S' = \exp\left[1/2r' \exp[-i\theta'] b_1^2 - 1/2r' \exp[i\theta'] (b_1^+)^2\right]. \quad (20)$$

显而易见, 算符 S' 是一个压缩度为 r' 、压缩方向角为 θ' 的单模压缩算符. (17)式中算符 e 可认为是压缩算符 S' 对光场湮没算符 b_1 进行规范变换得到的压缩相干态玻色子湮没算符.

在输入平面输入复振幅 $\alpha(\rho)$ 的压缩相干态,由 (17) 式可知,它通过参量图像放大系统的光学像仍然是压缩相干态,但压缩度和压缩方向角均被改变了.因此,利用参量图像放大系统对输入压缩相干态的压缩程度和压缩方向能作可控制的改变.

3.2. 压缩度的控制

压缩相干态通过参量图像放大系统后,压缩度由

$$r = \operatorname{arccosh} u_1 \quad (21)$$

变为

$$r' = \operatorname{arccosh} \left[(uu_1 + vv_1^*) \right]. \quad (22)$$

由 (21) (22) 式可以推出

$$\exp[(r' - r)] = \frac{(uu_1 + vv_1^*) + \sqrt{(uu_1 + vv_1^*)^2 - 1}}{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}}. \quad (23)$$

为了简单,本文考虑参量图像放大系统中 OPA 的腔周长 L 、部分反射镜的强度透射系数 T 以及正比于抽运光场振幅的参量相互作用常数 σ 都为实数的情况,并且假设输入的压缩相干态的压缩方向角为零(即 u_1, v_1 为实数).

根据文献 [1],如果在参量图像放大系统的输入图像固定不动,且系统在最大相敏增益的工作状态下,则

$$\begin{aligned} \Omega &= 0, \\ \alpha(\rho, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (24)$$

利用 (23) 式以及 (6) (7) (12) 式,我们讨论压缩相干态通过参量图像放大系统后光学像压缩度的控制条件.

当

$$\frac{(uu_1 + vv_1^*) + \sqrt{(uu_1 + vv_1^*)^2 - 1}}{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}} = 1,$$

即系统参数满足条件

$$\frac{\sigma L}{T} = -\frac{cv_1}{2u_1}$$

或

$$\frac{\sigma L}{cT} = 0$$

时, $r' = r$, 输出图像与输入图像的压缩度相同.

当

$$\frac{(uu_1 + vv_1^*) + \sqrt{(uu_1 + vv_1^*)^2 - 1}}{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}} > 1,$$

即

$$-\frac{c}{2} < \frac{\sigma L}{T} < -\frac{cv_1}{2u_1}$$

时, $r' > r$, 输出图像压缩度大于输入图像压缩度,实现了压缩度放大.

当

$$\frac{(uu_1 + vv_1^*) + \sqrt{(uu_1 + vv_1^*)^2 - 1}}{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}} < 1,$$

即系统参数满足条件

$$-\frac{cv_1}{2u_1} < \frac{\sigma L}{T} < 0$$

或

$$\frac{\sigma L}{T} < -\frac{c}{2}$$

时, $r' < r$, 输出图像压缩度小于输入图像压缩度.

压缩相干态通过参量图像放大系统后压缩度缩小到零($r' = 0$)时 (23) 式写为

$$\exp[-r] = \frac{(uu_1 + vv_1^*) + \sqrt{(uu_1 + vv_1^*)^2 - 1}}{u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}}. \quad (25)$$

利用 (18) (21) 式 (25) 式写为

$$\begin{aligned} uu_1 + vv_1^* &= 1, \\ uw_1 + vv_1^* &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

在参量图像放大系统的输入图像固定不动,且系统在最大相敏增益的工作状态下,利用 (6) (7) (12) 式知,参量图像放大系统在 $r' = 0$ 这种特殊的情况下满足以下条件:

$$\frac{\sigma L}{T} = -\frac{cv_1}{2(u_1 + 1)}. \quad (27)$$

这时,系统将压缩相干态的压缩度减为零,完全消除了它的非经典性,使之转化为一种只表现经典性质的相干态.

总之,我们可以调整参量图像放大系统中 OPA 的腔周长 L 、部分反射镜的强度透射系数 T 以及正比于抽运光场振幅的参量相互作用常数 σ 来控制系统对压缩相干态的作用,使输出的压缩相干态的压缩度不变、增加或者减小.

3.3. 压缩方向的控制

压缩相干态通过参量图像放大系统后,压缩方向角由 θ 变为 θ' ,

$$\exp[i\theta] = \frac{v_1}{\sinh r},$$

$$\exp[i\theta'] = \frac{uv_1 + vu_1^*}{\sinh r'}. \quad (28)$$

由(6)(7)(21)和(22)式知,压缩方向的变化为

$$\begin{aligned} & \exp[i(\theta' - \theta)] \\ &= \frac{v[u' + \sqrt{(u')^2 - 1}][u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1}] - 1}{[(u' + \sqrt{(u')^2 - 1})^2 - 1][v_1(u_1 + \sqrt{u_1^2 - 1})]} \end{aligned} \quad (29)$$

式中

$$\begin{aligned} v' &= uv_1 + vu_1^*, \\ u' &= uu_1 + vv_1^*. \end{aligned} \quad (30)$$

由(29)(30)式知,输出压缩相干态的压缩方向的变化是由输入压缩相干态的参数 u_1, v_1 和参量图像放大系统的参数 u, v 共同决定的,我们可以通过调整参量图像放大系统的参数来控制输出压缩相干态的压缩方向.

如果参量图像放大系统的输入图像固定不动,且系统在最大相敏增益的工作状态下,当我们减少参量图像放大系统中 OPA 的腔周长 L 、减少正比于抽运光场振幅的参量相互作用常数 σ 以及增大腔的部分反射镜的强度透射系数 T ,使

$$\frac{\sigma L}{T} \ll c, \quad (31)$$

系统的无量纲参量

$$g \rightarrow 0, \quad (32)$$

此时,

$$\exp[i(\theta' - \theta)] = 1. \quad (33)$$

即压缩方向保持不变.

4. 结 论

本文研究了压缩相干态通过参量图像放大系统后的光学像性质.结果表明,输出的光学像为压缩度和压缩方向均可被控制的压缩相干态,即参量图像放大系统对输入压缩相干态的压缩度和压缩方向能作可控制的改变.我们讨论了决定压缩度增加和减小、压缩方向改变的控制条件以及能够把非经典态转化为经典态的条件.在参量图像放大系统的输入图像固定不动,且系统在最大相敏增益的工作状态下,我们可以通过对系统中 OPA 的腔周长、正比于抽运光场振幅的参量相互作用常数以及腔部分反射镜的强度透射系数的调节控制参量图像放大系统对压缩相干态的压缩度和压缩方向的改变.另外,我们还发现参量图像放大系统一种去非经典性的新功能,即在满足一定的系统参数条件下,可以将压缩相干态的压缩度减为零,将具有非经典性质的压缩相干态转变为只有经典性质的相干态.

- [1] Kolobov M I, Lugiato L A 1995 *Phys. Rev. A* **52** 4930
 [2] Navez P, Brambilla E, Gatti A *et al* 2001 *Phys. Rev. A* **65** 013813
 [3] Sokolov I V, Kolobov M I, Lugiato L A 1999 *Phys. Rev. A* **60** 2420
 [4] Gatti A, Brambilla E, Lugiato L A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 1763
 [5] Yuen H P 1976 *Phys. Rev. A* **13** 2226
 [6] Ji Y H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 332 (in Chinese) 嵇英华 2003 物理学报 **52** 332
 [7] Walls D F 1979 *Nature* **280** 451

- [8] Poizik J P 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 271
 [9] Wang D L, Gong Q H, Wang K G *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1484 (in Chinese) 王丹翎、龚旗煌、汪凯戈等 2000 物理学报 **49** 1484
 [10] Wang K G, Xu Q S, Yang J G 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 1641 (in Chinese) 汪凯戈、许秋生、杨建国 1998 物理学报 **47** 1641
 [11] Wu Y 2001 *Phys. Rev. A* **63** 043816
 [12] Wu Y, Yang X X 2001 *Phys. Rev. A* **63** 052303

Optical image of squeezed coherent states in the parametric image amplifier^{*}

Liu Zhu-Xin Fang Mao-Fa

(*College of Physics and Information Science ,Hunan Normal University ,Changsha 410081 ,China*)

(Received 5 November 2004 ;revised manuscript received 15 March 2005)

Abstract

The properties of the output optical image are investigated by taking squeezed coherent states as the input image in the parametric image amplifier. Our results show that the squeezing degree and squeezing direction of the output optical image can be controlled by the parametric image amplifier ,namely ,the increase or decrease of the squeezing degree and the change of the squeezing direction are dependent on the parameter selection of the parametric image amplifier.

Keywords : parametric image amplifier , squeezed coherent states , squeezing degree , squeezing direction angle

PACC : 4250 , 4265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10374025).