

基于最小二乘支持向量机的混沌控制^{*}

刘 涵[†] 刘 丁 任海鹏

(西安理工大学自动化与信息工程学院, 西安 710048)

(2004 年 10 月 27 日收到, 2004 年 11 月 29 日收到修改稿)

利用支持向量机良好的非线性函数逼近和泛化能力, 提出基于最小二乘支持向量机非线性补偿的混沌控制新方法. 应用最小二乘支持向量机离线辨识混沌系统的非线性部分, 并用辨识模型补偿系统的非线性, 同时应用线性状态反馈控制混沌系统. 对三种典型连续混沌系统的仿真研究表明, 提出的控制方法可以有效的控制混沌系统到达设定的目标状态, 并且由线性状态反馈控制器构成的闭环系统稳定.

关键词: 混沌控制, 支持向量机, 最小二乘支持向量机, 状态反馈, 稳定性

PACC: 0545

1. 引 言

目前, 混沌控制因其广泛的需求和应用前景而受到越来越多的重视, 混沌控制不仅为混沌应用准备必要的手段, 而且在理论上也促进了混沌理论和控制理论两个方面的深入研究. 几十年来, 控制混沌系统, 将混沌状态镇定到不动点, 或者引导至期望周期轨道的方法很多. 上世纪 90 年代, OGY 控制混沌的方法受到广泛关注^[1], 此后有关控制混沌的成果不断出现, 且在一些实例中得到成功的应用^[2-9]. 由于混沌系统以及控制的复杂性, 人们自然考虑将智能方法引入到混沌控制中, 采用神经网络对混沌系统进行建模和控制的研究已有很多的文献报道. 文献 [2] 利用动态神经网络作为系统辨识器, 并利用滑模技术调节网络加权系数, 最后应用神经网络模型设计最优控制器. 文献 [3] 提出了一种基于 GA 的再励学习神经网络控制器, 它不需要知道混沌系统的平衡点, 而且不需要系统的输出数据即可将系统稳定到高周期轨道上. 文献 [4] 提出一种基于改进型 BP 神经网络控制混沌系统运动的新途径, 不必提供系统运动的轨迹, 只需要给出控制的目标点, 即可实现混沌运动控制. 文献 [8] 采用 RBF 神经网络对混沌系统的动力学特性进行学习, 用训练好的 RBF 神经网络模型进行混沌系统的控制. 然而, 在实际中神经网络的结构和类型难以选择, 需要估计的参数相

对于较少的数据样本显得太多, 容易导致所得到的神经网络模型对数据样本过学习, 泛化能力不够. 同时, 神经网络固有的易收敛于局部极值的缺陷也限制了它的应用.

统计学习理论 (statistical learning theory, SLT) 是由 Vapnik 建立的一种专门研究小样本下机器学习规律的理论^[10, 11], 支持向量机 (support vector machines, SVM) 是在这一理论上发展起来的一种新的分类和回归工具. 支持向量机通过结构风险最小化原理来提高泛化能力, 将最优分类面问题转化为求解凸二次规划问题, 较好地解决了小样本、非线性、高维数、局部极小点等实际问题. 本文将支持向量机应用于混沌控制, 将混沌动力学系统分解为线性部分和非线性部分, 应用 SVM 的非线性函数逼近能力, 离线辨识系统的非线性部分并在系统中给予补偿, 同时应用线性状态反馈控制器控制混沌系统. 通过对三种典型连续混沌动力学系统的仿真研究, 表明该方法能够很好的控制混沌系统的初始状态到目标状态, 并且构成的闭环系统稳定, 证明了该方法的有效性.

2. 支持向量机与最小二乘支持向量机

经验风险最小化原则一直是解统计模式识别等统计机器学习问题的基本思想, 在此思想的指导下, 人们主要解决如何更好的求取最小经验风险 (训练

^{*} 高等学校博士学科点专项科研基金 (批准号: 20040700010) 资助的课题.

[†] E-mail: liuhan@xaut.edu.cn

误差最小).但实践证明,一味地追求训练误差最小并不能得到最好的泛化能力,有些情况下,训练误差太小反而会导致泛化能力下降,这在神经网络学习中表现得尤为突出(即过学习问题).导致出现该问题的一个根本原因就是传统统计学是一种渐进理论,它的许多结论都是在样本数目趋向于无穷大的条件下得出的,而在小样本条件下,以传统渐进统计学为理论基础的统计学习最小化原则并不能很好地实现由贝叶斯决策理论导出的期望风险最小化原则.为了解决传统渐进统计学应用在小样本统计学习中的不足,Vapnik等人建立了统计学习理论.统计学习理论指出,在小样本条件下,只有同时控制经验风险和学习机容量(用 VC 维衡量),才能获得具有良好泛化能力的学习机^[10].

SVM 是统计学习理论的一种通用学习方法,一种新的、很有潜力的数据分类和回归工具.SVM 的基本思想为选择一个非线性变换 $\Phi(\cdot)$ 把 n 维输入,1 维输出样本向量

$$(x_1, y_1)(x_2, y_2) \dots (x_i, y_i) \dots (x_l, y_l) \\ x_i \in \mathbf{R}^n, y_i \in \mathbf{R}, i = 1, \dots, l.$$

从原空间映射到高维特征空间 \mathbf{F} ,在此空间构造最优线性回归函数

$$f(x) = \omega^T \cdot \Phi(x) + b. \quad (1)$$

同时利用了结构风险最小化原则,引入了间隔的概念,并巧妙地利用原空间的核函数取代高维特征空间的点积运算,避免了复杂计算.标准支持向量机和最小二乘支持向量机^[12](LS-SVM)在利用结构风险原则时,在优化目标中选择了不同的损失函数,它们分别为松弛因子 ξ_i 和误差 ξ_i 的二范数.

对于标准的支持向量机,优化问题为

$$\min_{\omega, b, \xi} \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \sum_{i=1}^l \xi_i. \quad (2)$$

约束条件为

$$\begin{cases} y_i - \omega^T \Phi(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i, \\ \omega^T \Phi(x_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^*, \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0, i = 1, \dots, l. \end{cases} \quad (3)$$

常数 $\gamma > 0$,它控制对超出误差 ε 的样本的惩罚

的程度; ε 为 Vapnik ε -不敏感代价函数定义的误差^[10].

对于 LS-SVM^[12],优化问题变为

$$\min_{\omega, b, \xi} \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \xi_i^2. \quad (4)$$

约束条件变为等式约束

$$y_i = \omega^T \Phi(x_i) + b + \xi_i, i = 1, \dots, l. \quad (5)$$

LS-SVM 定义了与标准支持向量机不同的代价函数,并将其不等式约束改为等式约束.为求解(4)式的优化问题,引入拉格朗日函数

$$L = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \xi_i^2 - \sum_{i=1}^l \alpha_i (\omega^T \Phi(x_i) + b - y_i + \xi_i), \quad (6)$$

其中 α_i 为拉格朗日乘子.根据 KKT 条件^[10],可得到如下等式和约束条件

$$\begin{cases} \omega = \sum_{i=1}^l \alpha_i \Phi(x_i), \\ \sum_{i=1}^l \alpha_i = 0, \\ \alpha_i = \gamma \cdot \xi_i, \\ \omega^T \Phi(x_i) + b - y_i + \xi_i = 0. \end{cases} \quad (7)$$

对于 $i = 1, \dots, l$,上式消去 ω 和 ξ 得到(8)式的线性方程

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & \mathbf{Z}\mathbf{Z}^T + \gamma^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{Z}^T = [y_1 \Phi(x_1), \dots, y_l \Phi(x_l)], \\ \mathbf{Y} = [y_1, \dots, y_l]^T, \\ \mathbf{1} = [1, \dots, 1]^T, \\ \boldsymbol{\alpha}^T = [\alpha_1, \dots, \alpha_l]. \end{cases} \quad (9)$$

由(8)式,根据 Mercer 条件^[11],可以令 $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{Z}\mathbf{Z}^T$ 则

$$\boldsymbol{\Omega}_{kh} = y_k y_h \Phi(x_k)^T \Phi(x_h) = y_k y_h \cdot K(x_k, x_h), \\ k, h = 1, \dots, l, \quad (10)$$

其中 $K(x_k, x_h) = \Phi(x_k)^T \Phi(x_h)$ 定义为核函数,则(8)式修改为

$$\begin{bmatrix} 0 & y_1 & \dots & y_l \\ y_1 & y_1 y_1 K(x_1, x_1) + 2/\gamma & \dots & y_1 y_l K(x_1, x_l) \\ & & \ddots & \\ y_l & y_l y_1 K(x_l, x_1) & \dots & y_l y_l K(x_l, x_l) + 2/\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

因此支持向量的优化问题转化为解上述线性方程的问题. 该线性方程可以用最小二乘的方法求解, 并且要比 SVM 中求解二次规划快的多, 且所需计算资源少. 应用 LS-SVM 对非线性函数回归的结果为

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \alpha_i K(x, x_i) + b, \quad i = 1, \dots, m \quad (12)$$

其中 m 为支持向量的个数. 即由 LS-SVM 回归的非线性函数可以由较少的支持向量来描述, 这样可以减少非线性控制问题中由于需要重复计算函数值所带来的计算量.

3. 基于 LS-SVM 非线性补偿的混沌控制

对于混沌动力学系统, 一般可分解为线性部分与非线性部分的和^[13], 即

$$\dot{x} = f_L(x) + f_N(x) = Ax + f_N(x), \quad (13)$$

其中 $f_L(x) = Ax$ 为线性部分, 假定其数学模型已知, 因此可以设计相应的线性控制器; $f_N(x)$ 为非线性部分, 数学模型未知, 但是其输入和输出是可以通过测量得到. 假定存在一个非线性函数逼近器, 其对 (13) 式中非线性部分 $f_N(x)$ 的近似为 $\hat{f}_N(x)$, 用 $\hat{f}_N(x)$ 补偿和削弱原系统中的 $f_N(x)$, 定义近似误差

$$\epsilon(x) = f_N(x) - \hat{f}_N(x). \quad (14)$$

当 $\epsilon(x) \approx 0$ 时, 原系统变为带有弱非线性、线性部分占主导地位的系统, 因此可以通过设计一个线性状态反馈控制器来控制由 (13) 式表征的混沌动力学系统.

为了完成混沌系统的控制, 作如下假设:

- 1) 原系统线性部分可控. 因此可以通过引入状态反馈来任意配置极点, 从而得到满意的系统性能.
- 2) 原系统非线性部分的输入和输出可测. 因此可以通过构造支持向量机来近似系统的非线性部分.

引入非线性函数逼近器 $\hat{f}_N(x)$ 后, 原系统 (13) 变为

$$\dot{x} = Ax + f_N(x) - \hat{f}_N(x) = Ax + \epsilon(x), \quad (14)$$

其中 $\epsilon(x)$ 为近似误差. 理想情况下 $\epsilon(x)$ 为零, 则带有线性状态反馈控制器的纯线性系统为

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (15)$$

其中由 $\{A, B\}$ 表征的系统可控, 控制量 u 满足

$$u = -k^T x + v, \quad (16)$$

其中 v 为外部参考输入, 不失一般性, 令 $v = 0$; k 为

状态反馈阵, 可以通过极点配置的方法得到^[14]. 因此带有状态反馈的闭环系统的模型为

$$\dot{x} = Ax - Bk^T x. \quad (17)$$

由于原系统可控, 因此总可以选择合适的 k 使闭环系统达到满意的性能并使系统稳定.

如果不能忽略近似误差 $\epsilon(x)$, 则带有近似误差和线性状态反馈的闭环系统为

$$\dot{x} = Ax - Bk^T x + \epsilon(x). \quad (18)$$

由于 $\epsilon(x)$ 的存在, 可能引起由线性控制器构成的闭环系统的不稳定. 由于系统 (18) 非线性很弱, 这时可以通过选择合适的 k 使 (18) 式的极点远离虚轴, 从而使 (18) 式稳定. 另外, 对于 (18) 式的稳定性, 有如下的定理.

定理^[15] 假定被控系统 (18) 的平衡点在原点, 则系统的平衡点是渐进稳定的, 当

$$\frac{\|\epsilon(x)\|}{\|x\|} \Big|_{\|x\| \rightarrow 0} \rightarrow 0, \quad (19)$$

其中 $\|\cdot\|$ 定义为欧氏范数, 定理的证明参见 [15].

即当非线性函数逼近器 $\hat{f}_N(x)$ 满足 (19) 式, 被控系统 (18) 的状态将趋近于零. 本文选用 LS-SVM 作为非线性函数逼近器, 离线学习系统非线性部分的模型, 并在闭环系统中补偿这一部分非线性, 从而使被控混沌系统的状态达到目标状态. 基于 LS-SVM 非线性补偿的混沌控制的结构框图如图 1 所示.

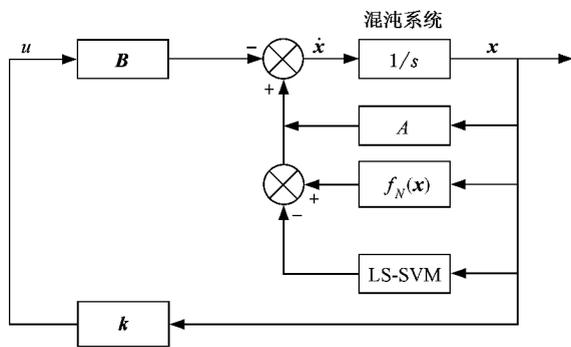


图 1 基于 LS-SVM 非线性补偿的混沌控制的结构框图

4. 仿真结果与分析

4.1. LS-SVM 的参数整定方法

选用 700 对混沌系统非线性部分的输入、输出数据作为 LS-SVM 的训练和测试集, 其中 500 对数据用来训练, 200 对数据用来测试. 本文选取 RBF 函数

作为核函数,即

$$K(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) = \exp\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2}{-2\sigma^2}\right). \quad (20)$$

支持向量机参数的整定一直是提高支持向量机学习和泛化能力的主要研究问题之一.在 LS-SVM 中需要整定的参数有两个:正则化参数 γ 和核宽度 σ .本文提出自适应参数优化的方法来整定支持向量机的参数.以 RBF 核函数为例,参数 γ 和 σ 的优化步骤如下:

1) 首先确定参数 γ 和核参数 σ 的取值范围.基于最小二乘支持向量机的原理以及本文的研究对象,选取 γ 和 σ 的取值范围分别为 $[0.01, 100]$ 和 $[0.01, 100]$.

2) 构建参数对 $\{\gamma_i, \sigma_j : i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n\}$,即将两个参数的取值范围分别 m 和 n 等份,构成 $m \times n$ 对参数 $\{\gamma_i, \sigma_j\}$.

3) 将生成的参数对应用于最小二乘支持向量机学习,并计算学习误差.取最小学习误差对应的参数对 $\{\gamma_i, \sigma_j\}_{E_{\min}}$ 为最优参数.

4) 如果误差精度不能达到要求,则以 $\{\gamma_i, \sigma_j\}_{E_{\min}}$ 为中心,缩小参数的取值范围.重复步骤 3),不断优化 LS-SVM 的参数,直至达到所要求的误差精度.

通过对 LS-SVM 的离线训练,获得对混沌系统的最佳近似(12),并用该最佳逼近器补偿和削弱原系统的非线性部分,混沌系统中余下的线性部分通过线性状态反馈控制器进行控制.

4.2. 连续混沌系统的仿真研究

为了验证提出的基于 LS-SVM 非线性补偿的线性状态反馈控制方法,本文对三种典型的连续混沌系统进行了仿真研究.对每一种系统,首先应用 LS-SVM 对其非线性部分进行离线辨识,然后将训练好的 LS-SVM 加入原混沌系统以补偿和削弱系统的非线性,最后通过对线性部分设计线性状态反馈控制器,控制混沌系统到达设定的目标状态.

4.2.1. Duffing 系统

Duffing 混沌系统的动力学方程可以分解为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + f_N(\mathbf{x})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1.1 & -0.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1^3 + 1.8\cos(1.8t) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

由 LS-SVM 辨识后的非线性部分的近似误差的

均方差为

$$\text{MSE}\{\varepsilon(x_1), \varepsilon(x_2)\} = \{0.004, 0.029\}. \quad (22)$$

设计线性状态反馈控制 u , 状态反馈系统的极点配置在 $-2, -2$. 为保证原系统可控,取 $B = [1 \ 1]^T$.

$$u(t) = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} = -[5.1 \ 3.6] \mathbf{x}. \quad (23)$$

在 u 的控制下系统由初始状态 $[3 \ 3]^T$ 光滑地收敛到目标状态 $[0 \ 0]^T$,如图 2 所示.图中实线为带有 LS-SVM 补偿的状态反馈系统的状态变化轨线,虚线为没有 LS-SVM 补偿时的状态变化轨线.虽然在没有 LS-SVM 非线性补偿时,状态反馈在某种程度上可以控制混沌系统,但是在增加 LS-SVM 非线性补偿后,明显可以获得更好的性能.

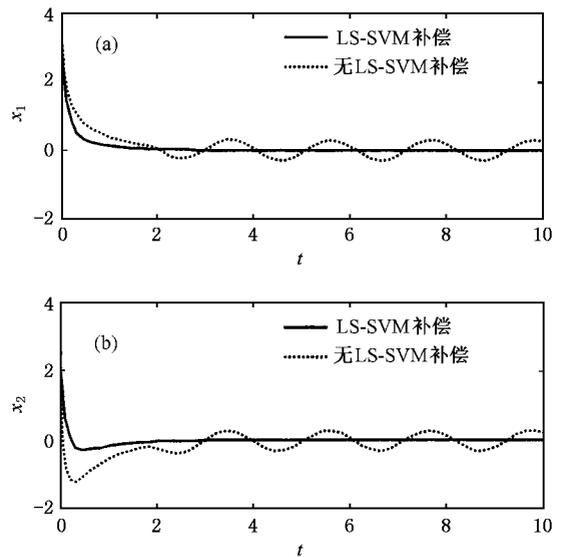


图 2 Duffing 混沌系统的状态反馈控制

为了定量比较 Duffing 混沌系统在使用和未使用 LS-SVM 非线性近似时,采用线性状态反馈控制器的控制性能,表 1 计算和比较了混沌系统状态的均方误差.

表 1 Duffing 混沌系统状态均方差值的比较

	未使用 LS-SVM	使用 LS-SVM
x_1	0.0537	0.000231
x_2	0.0499	0.000210

4.2.2. Rossler 系统

Rossler 混沌系统的动力学方程可以分解为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + f_N(\mathbf{x})$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & -5.4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.2 + x_1 x_3 \end{bmatrix}. \quad (24)$$

由 LS-SVM 辨识后的非线性部分的近似误差的均方差为

$$\begin{aligned} & \text{MSE}\{\epsilon(x_1), \epsilon(x_2), \epsilon(x_3)\} \\ & = \{0.013, 0.017, 1.374\}. \end{aligned} \quad (25)$$

同样设计线性状态反馈控制 u , 将状态反馈系统的极点配置在 $-1, -2, -3$. 为保证原系统可控, 取 $B = [1 \ 1 \ 1]^T$.

$$\begin{aligned} u(t) &= -k^T x \\ &= -[0.67 \ 1.43 \ -1.205]x. \end{aligned} \quad (26)$$

在 u 的控制下系统由初始状态 $[1 \ 1 \ 1]^T$ 光滑的收敛到目标状态 $[0 \ 0 \ 0]^T$ 如图 3 所示. 图中实线为带有 LS-SVM 补偿的状态反馈系统的状态变化轨线, 虚线为没有 LS-SVM 补偿时的状态变化轨线.

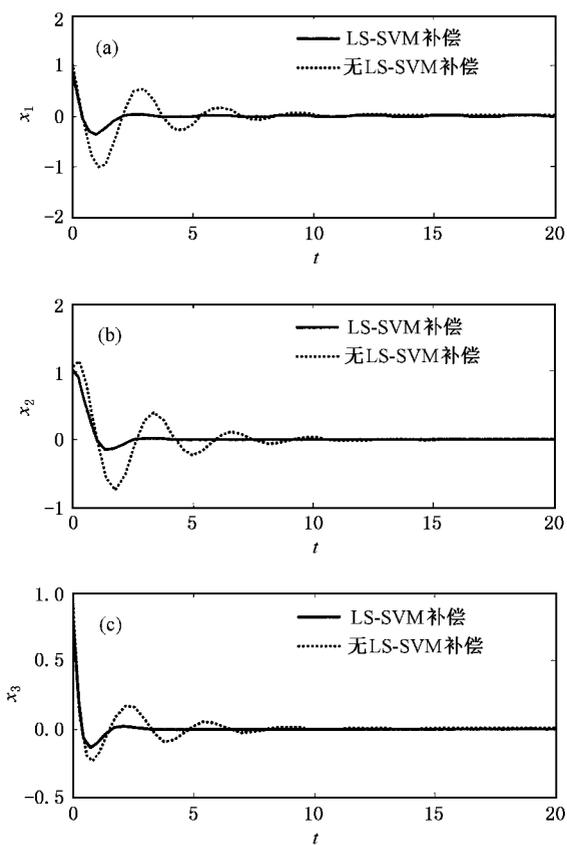


图 3 Rossler 混沌系统的状态反馈控制

4.2.3. Lorenz 系统

Lorenz 混沌系统的动力学方程可以分解为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + f_N(x) \\ &= \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -8/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

由 LS-SVM 辨识后的非线性部分的近似误差的均方差为

$$\begin{aligned} & \text{MSE}\{\epsilon(x_1), \epsilon(x_2), \epsilon(x_3)\} \\ & = \{0.037, 2.124, 3.029\}. \end{aligned} \quad (28)$$

设计线性状态反馈控制 u , 将状态反馈系统的极点配置在 $-1, -2, -3$. 为了保证原系统可控, 取 $B = [1 \ 1 \ 1]^T$.

$$\begin{aligned} u(t) &= -k^T x \\ &= -[-20.8669 \ 13.2015 \ -0.0013]x. \end{aligned} \quad (29)$$

在 u 的控制下系统由初始状态 $[1 \ 1 \ -1]^T$ 光滑的收敛到目标状态 $[0 \ 0 \ 0]^T$ 如图 4 所示. 图中实线为带有 LS-SVM 补偿的状态反馈系统的状态变化轨线, 虚线为没有 LS-SVM 补偿时的状态变化轨线.

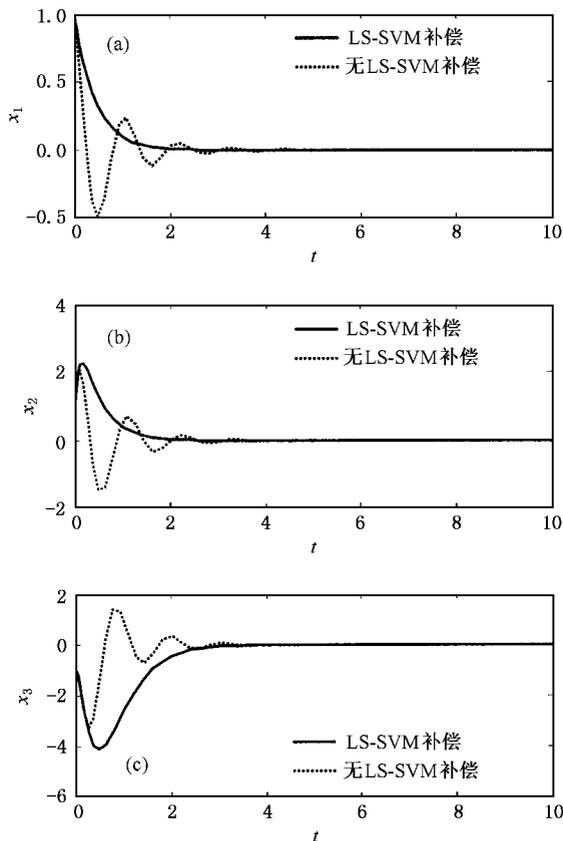


图 4 Lorenz 混沌系统的状态反馈控制

4.3. 稳定性分析

如前所述 (19) 式所描述的定理定义了当 LS-SVM 非线性补偿的近似误差 $\epsilon(x)$ 的范数随着系统状态趋近于零而同时趋于零时 (18) 式所表征的闭

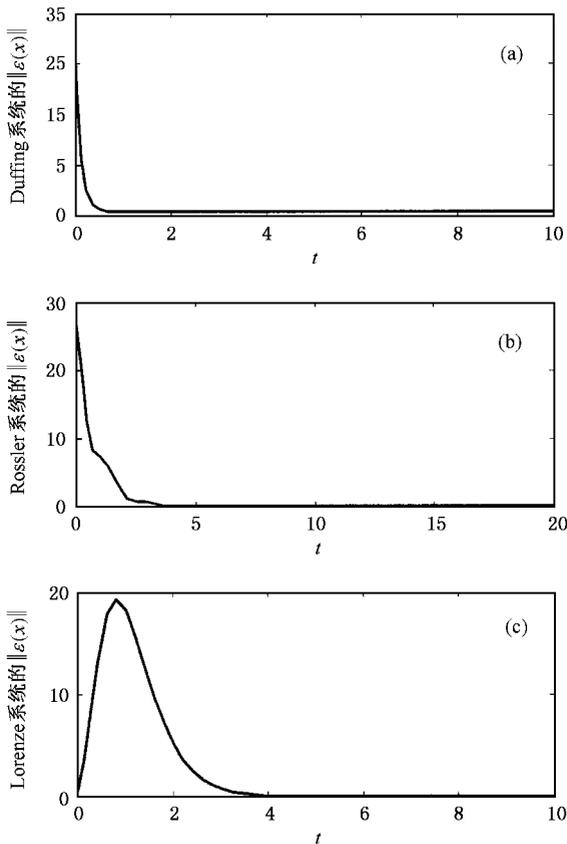


图 5 三种混沌系统 LS-SVM 非线性近似的近似误差

环系统是稳定的. 图 5 为所研究的三个连续混沌系统在状态反馈控制器的控制下系统状态趋于零时, 逼近误差的欧氏范数 $\|\epsilon(x)\|$ 的变化情况, 很明显 $\|\epsilon(x)\|$ 也是随着时间递减至零的. 虽然在 Lorenz 混沌系统中误差函数的递减并不是单调的, 但也符合定理 (19) 所定义的内容, 因此由 LS-SVM 非线性补偿、基于线性反馈控制的混沌系统是闭环稳定的.

5. 结 论

本文提出了一种混沌控制的新方法. 应用最小二乘支持向量机离线辨识混沌系统的非线性部分, 并用辨识模型在系统中补偿非线性部分, 同时应用线性状态反馈控制混沌系统. 对三种典型连续混沌系统的仿真研究表明, 提出的控制方法控制混沌系统到达设定的目标状态非常有效, 由线性状态反馈控制器构成的闭环系统稳定. 利用支持向量机良好的非线性函数逼近和泛化能力, 这一控制方法可以应用到其他复杂非线性动力学系统的控制中.

- [1] Ott E ,Grebogi C and Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Poznyak A S ,Yu W and Sanchez E N 1999 *IEEE Trans. Circuit System* **46** 1491
- [3] Lin C T and Jou C P 1999 *IEEE Trans. Neural Network* **10** 846
- [4] Wang Z Y ,Cai Y L , Jia D *et al* 2000 *Control and Decision* **15** 55
- [5] Tan W ,Wang Y N , Liu Z R 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2463 (in Chinese) [谭文、王耀南、刘祖润 2002 物理学报 **51** 2463]
- [6] Guan X P ,Chen C L and Fan Z P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 753 (in Chinese) [关新平、陈彩莲、范正平 2002 物理学报 **51** 753]
- [7] Ren H P and Liu D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 983 (in Chinese) [任海鹏、刘丁 2002 物理学报 **51** 982]
- [8] Liu D ,Ren H P and Kong Z Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 531 (in Chinese) [刘丁、任海鹏、孔志强 2003 物理学报 **52** 531]
- [9] Liu D ,Qian F C , Ren H P *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2074 (in Chinese) [刘丁、钱富才、任海鹏等 2004 物理学报 **53** 2074]
- [10] Vapnik V 1999 *The Nature of Statistical Learning Theory* (New York : Springer-Verlag)
- [11] Vapnik V 1999 *IEEE Trans. Neural Network* **10** 988
- [12] Suykens J A K and Vandewalle J 1999 *Neural Processing Letter* **9** 293
- [13] Kim K B ,Park J B , Choi Y H *et al* 2000 *Information Science* **130** 165
- [14] Chen C T 1984 *Linear System Theory and Design* (New York : Holt , Rinehart and Winston)
- [15] Brauer F and Nohel J A 1989 *The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations : An Introduction* (Dover : Dover Publications)



Chaos control based on least square support vector machines^{*}

Liu Han Liu Ding Ren Hai-Peng

(School of Automation and Information Engineering , Xi 'an University of Technology , Xi 'an 710048 ,China)

(Received 27 October 2004 ; revised manuscript received 29 November 2004)

Abstract

A new chaos control method based on Least-Square Support Vector Machines(LS-SVM) is proposed which has the excellent nonlinearity approximation ability and better generalization capability. Many chaotic systems can be composed into a sum of a linear and a nonlinear parts. LS-SVM has been applied in off-line identification of nonlinear part in continuous chaos system , and the identification model has been joined in system to compensate nonlinearity. Subsequently a linear state feedback controller has been developed to drive chaotic system to desirable points. It is proven by simulations for three representative continuous chaotic systems that the proposed method is effective to control the chaotic system and closed-loop system with state feedback , and the LS-SVM approximator is stable.

Keywords : chaos control , support vector machines , least square support vector machines , state feedback , stability

PACC : 0545

^{*} Project supported by the Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (Grant No. 20040700010).