

理想条件下氦氡团簇离子垂直移动速度的理论计算^{*}

乐仁昌^{1)†} 林刚勇²⁾

¹⁾ 福建师范大学物理系 福州 350007)

²⁾ 东华理工学院电子工程系 抚州 344000)

(2004 年 5 月 19 日收到, 2004 年 11 月 3 日收到修改稿)

在论述了氦氡团簇形成机理的基础上, 根据传统力学理论, 进一步推导了氦氡团簇离子移动速度计算公式, 并对氦氡团簇向上和向下移动的极限速度以及达到极限速度的时间进行了讨论.

关键词: 团簇, 氦运移, 最大速度

PACC: 3640, 2390

1. 引言

随着氦气测量的广泛应用与深入研究, 人们发现过去所提出的氦气运移机理如扩散作用、对流作用、地下水的作用、潮汐作用、抽吸作用、伴生气体的拖曳作用、渗流作用、地热作用、地应力作用等等均不能解释所观测到的众多现象的, 例如, 在理想条件下(指常温、常压、静态、室内条件下), 氦及其子体的比重均比空气大, 却具有明显向上运移能力, 存在一种比扩散和重力沉降大得多的“上浮”运移机理, 这是以上理论所不能解释的. 而新近所提出的氦团簇运移机理^[1-5], 从内因上解决了氦及其子体的运移机理问题, 它能够很好地解释过去人们所遇到的众多现象. 因此, 研究氦团簇的性质, 了解氦氡团簇的运移速度, 对于进一步揭示氦气运移机理具有重要意义.

2. 氦氡团簇的形成

团簇是指一个以上的原子或分子的集合体, 是由分子或原子过渡到对应的宏观物质之间的过渡物质形式. 惰性气体包括氦气也能形成团簇, 惰性气体组成的团簇, 其间作用力较弱, 主要借助 van der Waals 力维持, 团簇可大可小, 就⁴He 而言, ⁴He 为玻

色子, 它能由两个⁴He 构成, 也可多至 10^6 个⁴He; 最新探测到的双原子 He₂ 团簇, 其结合能仅为 $\sim 10^{-7}$ eV, 核间平均距离 ~ 5.5 nm, 团簇的大小与其他惰性气体团簇的大小也大不相同, 氦团簇的结构完全可以通过量子理论计算得到; He 团簇极易掺入不同的原子和分子, 包括其他惰性气体等等, 即由惰性气体、金属等等多种组分相互作用, 构成复合团簇^[6-8].

我们知道, 氦及其子体和母体, 大多数为 α 辐射体会放射出 α 粒子. α 粒子减速后, 将成为带有两个正电荷的 He 核. 正 2 价的 He 核具有很大吸引电子、获得电子的能力. 同时, 正 2 价的 He 核周围所形成的电场, 能使原子序数较大、外层电子多的氦及其子体和母体如 Po, Bi, Rn, Ra, U 等中性原子极化, 出现电子云分布不均匀现象. 在电场作用下, He 核和氦及其子体和母体之间会产生强相互作用力. 即使是中性的 He 原子, 由于它们之间的 van der Waals 力, 也能发生弱相互作用, 值得一提的是, 由于 van der Waals 相互作用力非常弱, 在常温下由于热碰撞作用, 中性 He 原子形成的氦氡团簇很容易解体. 这样, He 核及 He 借助与氦及其子体和母体之间的强相互作用力和弱相互作用力结合在一起, 形成直径为 nm 至 μ m 级的团簇, 成为 He-Rn, He-Po, He-Bi, He-Pb 甚至 He-Ra, He-U 等综合团簇.

由于 He 很轻, 当这一团簇的重量小于空气对

^{*} 福建省青年科技人才创新项目(批准号 2003J010)和福建省教育厅项目(批准号 JA03035)资助的课题.

[†] E-mail: jrc@fjnu.edu.cn

它的浮力时,便导致团簇自行上升,出现氦及其子体比重虽大,却具有‘自身’向上运移的能力。

3. 氦氦团簇上浮运移和重力下沉运移速度理论计算

氦气团簇的运移过程比较复杂.氦由镭衰变产出后与 He 核结合成氦氦团簇,设团簇为球形,则团簇在空气中受到重力 P (方向向下)、浮力 B (方向向上)和空气黏滞阻力 f (方向与团簇运动方向相反)的作用.由牛顿第二定律,可得出氦氦团簇的运动方程为

$$\pm(P - B) - f = ma \quad (1)$$

式中,如果重力 P 大于浮力 B ,则取正值,团簇向下运动;如果重力 P 小于浮力 B ,则取负值,团簇向上运动; m 为氦氦团簇的质量, a 为氦氦团簇运动加速度.

又设氦氦团簇半径为 r ,则重力大小为

$$P = mg. \quad (2)$$

浮力的大小等于氦氦团簇所排出的空气的重量,即

$$B = m'g. \quad (3)$$

根据斯托克斯公式,黏滞阻力的大小为

$$f = 6\pi\eta \cdot rv, \quad (4)$$

式中 m' 为氦氦团簇所排出的空气的质量, g 为重力加速度, r 为球形氦氦团簇的半径, η 为空气的黏滞系数, v 为其速率.

将(2)(3)和(4)式代入(1)式得

$$\pm(mg - m'g) - 6r\pi\eta v = m \frac{dv}{dt}.$$

令 $b = 6r\pi\eta$, $F_0 = \pm(mg - m'g)$ 则上式变为

$$F_0 - bv = m \frac{dv}{dt},$$

因此有

$$\frac{dv}{v - \frac{F_0}{b}} = -\frac{b}{m} dt,$$

两端积分得

$$\ln \left| v - \frac{F_0}{b} \right| = -\frac{b}{m} t + c_1,$$

从而

$$\left| v - \frac{F_0}{b} \right| = e^{-(b/m)t} \cdot e^{c_1}$$

即

$$v - \frac{F_0}{b} = \pm e^{c_1} \cdot e^{-(b/m)t}.$$

因为 $\pm e^{c_1}$ 为任意常数,把它记作 c ,得方程的通解为

$$v = \frac{F_0}{b} + ce^{-(b/m)t}.$$

将初始条件 $v|_{t=0} = 0$ 代入,得 $c = -F_0/b$,从而得微分方程的解为

$$v = \frac{F_0}{b} [1 - e^{-(b/m)t}]. \quad (5)$$

可见,当 F_0 为一恒力且团簇质量 m 不变时,氦氦团簇上浮或下沉的速度随时间的增加而增加.

实际上,氦氦团簇类似于气溶胶或者说就是一种气溶胶,它在运移过程中可以结合新的 He 核,也可以由于碰撞等原因失去一个或多个 He 核,甚至凝并其他的氦氦团簇.氦及其子体本身也要衰减,因此,驱动力 F_0 和氦氦团簇质量 m 是可变的.

4. 氦氦团簇上浮运移和重力下沉运移速度讨论

我们仍然假设氦氦团簇为球形,在运动过程中 F_0 为一恒力且 m 不变,(5)式可以变为

$$v = \pm \frac{(m - m')g}{6\pi r\eta} [1 - e^{-(6\pi r\eta/m)t}] \\ = \pm \frac{\chi(\rho - \rho') \cdot r^2 \cdot g}{9\eta} [1 - e^{-(9\eta/2\rho \cdot r^2)t}], \quad (6)$$

式中 ρ 为氦氦团簇的密度; ρ' 为空气密度($1.293 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$).

根据文献 9—11 的实验结果,氦氦团簇或放射性团簇的体积很小,接近于气体分子的平均自由程(10^{-5} cm),因此上述速度计算公式必须用滑动系数进行修正^[12],即

$$v = \pm \frac{2C_c(\rho - \rho') \cdot r^2 \cdot g}{9\eta} [1 - e^{-(9\eta/2\rho \cdot r^2)t}] \quad (7)$$

式中 C_c 为滑动修正系数,与氦氦团簇或气溶胶的大小有关.

要使氦氦团簇向上运移,其密度必须小于空气密度.在 20℃ 和 1 个标准大气压下,根据 1g 分子理想气体体积为 22420.7 cm^3 可以推算出空气密度为 $1.293 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$,氦气密度为 $9.902 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$,氦气密度为 $1.784 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3$.要使氦气与氦气混合气体密度大于空气密度,1 cm^3 氦气必须与 7.7 cm^3 的氦气混合.假如一个氦与一个 He 核结合成团簇后,其体积为 2 倍的体积,则一个氦必须与 8 个以上

的 He 核结合成团簇,才能向上运移.

由(6)式可以看出,当 $t \rightarrow \infty$ 时,上浮或下沉的速度达到极限值,极限值 v_{\max} 为

$$v_{\max} = \pm \frac{\chi(\rho - \rho') \cdot r^2 \cdot g}{9\eta}.$$

实际上,上浮或下沉的速度达到极限值并不需要无限长的时间.

当 $t = 3 \cdot (2\rho \cdot r^2 / 9\eta) = 2\rho \cdot r^2 / 3\eta$ 时, $e^{-(9\eta/2\rho \cdot r^2)t} = e^{-3} \approx 0.05$, 此时氦-氩团簇的运移速度为

$$v = v_{\max}(1 - 0.05) = 0.95v_{\max}.$$

这就是说,氦氩团簇运移速度已达到极限速度的 95%. 因此,可以认为 $t \geq 3 \cdot (2\rho \cdot r^2 / 9\eta)$ 时,运移速度已达到极限速度. 设空气的黏滞系数 $\eta = 1.81 \times 10^{-4} \text{ g/cm} \cdot \text{s}$, 根据文献 [9—11] 的实验结果,氦氩团簇或吸附态放射性气溶胶的直径在 100—400nm 之间,

我们取 200nm (即 $2 \times 10^{-5} \text{ cm}$) 作为氦-氩团簇的半径,则氦氩团簇运移速度到达极限速度的时间为

$$\begin{aligned} t &= 3 \cdot (2\rho \cdot r^2 / 9\eta) = 2\rho \cdot r^2 / 3\eta \\ &= 2 \times 9.902 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-10} / 3 \times 1.81 \times 10^{-4} \\ &= 1.46 \times 10^{-8} (\text{s}). \end{aligned}$$

可见,氦-氩团簇在空气中运移达到极限速度的时间很短.

5. 结 论

上述理论计算是在许多假设的前提下进行的, 具有较大的近似性. 虽然如此, 所得到的理论公式对于了解氦气运移的特点还是有意义的, 并对氦气测量在地球科学、环境科学等领域的应用具有一定的指导意义.

[1] Le R C, Wu Y P and Jia W Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2458 (in Chinese) [乐仁昌、吴允平、贾文懿 2003 物理学报 **52** 2458]

[2] Jia W Y, Fang F, Zhou R S *et al* 2000 *Nuclear Techniques* **23** 169 (in Chinese) [贾文懿、方方、周蓉生等 2000 核技术 **23** 169]

[3] Jia W Y, Fang F and Zhou R S *et al* 1999 *Journal of Chengdu University of Technology* **26** 171 (in Chinese) [贾文懿、方方、周蓉生等 1999 成都理工大学学报 **26** 171]

[4] Liu H F 1997 *Doctoral Dissertation* (Chengdu University of Technology) (in Chinese) [刘鸿福 1997 成都理工学院博士论文]

[5] Le R C 2001 *Doctoral Dissertation* (Chengdu University of Technology) (in Chinese) [乐仁昌 2001 成都理工学院博士论文]

[6] Gordon W. F. Drake, Mandich M L 1995 *Atomic, Molecular, & Optical Physics Handbook* (American Institute of Physics Press)

[7] Joppien M, Karbach R and Moller T 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 2654

[8] Miao J W, Shi M G, Yang B F *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1058 (in Chinese) [缪竞威、师勉恭、杨百方等 2000 物理学报 **49** 1058]

[9] Porstendorfer J 1994 5th International symposium on the Natural Radiation Environment (ISSN 1018-5593 Report EUR 14411 EN) 231—235

[10] G. Butterveek-Dempewolf 2000 *Aerosol Science and Technology* **33** 262

[11] L. Morawska and M. Jamriska 1997 *Aerosol Science and Technology* **26** 5

[12] Richard Denis 1988 *Aerosol Handbook* (Beijing: Nuclear Energy Press) (in Chinese) [理查特·丹尼斯 [美] 1988 气溶胶手册 原子能出版社]

Theoretical calculation of vertical migration velocity for helium-radon cluster ions under ideal condition^{*}

Le Ren-Chang¹⁾ Lin Gang-Yong²⁾

¹⁾*(Fujian Normal University , Fuzhou 350007 ,China)*

²⁾*(East China Institute of Technology , Fuzhou 344000 , China)*

(Received 19 May 2004 ; revised manuscript received 3 November 2004)

Abstract

The process in which the helium-radon clusters come into being was discussed. According to the traditional theory of mechanics , the theoretical calculation formula of vertical migration velocity for helium-radon clusters has been deduced. The maximal velocity and the time needed for the helium-radon clusters being accelerated to the maximal velocity are also given.

Keywords : cluster , migration of radon , maximal velocity

PACC : 3640 , 2390

^{*} Project supported by the Bureau of Science and Technology of Fujian Province ,China (Grant No. 2003J010) and the Bureau of Education of Fujian Province , China (Grant No. JA03035).