

同轴任意槽形周期圆波导慢波结构色散特性的研究

岳玲娜[†] 王文祥[‡] 魏彦玉 宫玉彬

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2005 年 1 月 14 日收到 2005 年 3 月 1 日收到修改稿)

用阶梯近似的方法分析任意槽形加载的圆波导慢波系统, 利用各阶梯相邻面的导纳匹配条件以及中心互作用区与加载区的场匹配条件, 获得了任意槽形加载周期慢波结构的统一色散方程. 利用该色散方程, 得到色散特性与 CST MWS 仿真软件模拟结果良好符合. 分别求解几种特殊槽形加载慢波结构的色散特性及耦合阻抗, 其中, 三角形结构色散和耦合阻抗均最弱, 而倒梯形结构色散最强, 耦合阻抗最大.

关键词: 任意槽形, 慢波结构, 色散特性, 行波管

PACC: 5270G, 4110H

1. 引 言

行波管的发展趋势之一是向着大功率和宽频带的方向发展, 而寻找新型的慢波结构则是解决该问题的关键技术之一. 在常规行波管中, 普遍使用的两大类慢波结构(螺旋线和耦合腔)已难以满足需要. 特别是在毫米波段, 二者固有的缺陷^[1]限制了它们的应用. 周期加载波导作为一种传统的慢波线, 特别是应用在相对论行波管^[2-4]、返波管^[5]中, 一直受到行波管研制者的关注. 其中得到最广泛应用的是圆盘加载波导和波纹波导. Henoeh 完成了对圆盘加载波导的深入分析, 并讨论了具有中心内导体的同轴圆盘加载波导^[6], 从中可以看出, 加入同轴内导体对于拓展系统的带宽有着积极的作用. 因此, 研究同轴结构的周期慢波系统可以为寻求大功率宽频带的行波管提供新的思路. 在此基础上, 通过对脊加载同轴膜片慢波系统^[7]和同轴阶梯加载圆波导及同轴圆弧形槽慢波线^[8]的研究结果表明, 加载形状的变化对慢波结构的色散特性有着较大的影响. 在通常的分析方法中, 加载形状改变则需对该结构进行近似, 然后求解. 如果能给出一种普遍的方法, 使得我们能够方便地对任意加载形状进行分析比较, 将为寻求新型周期加载慢波结构奠定基础. 本文对任意槽形周期加载圆波导的色散特性进行分析, 进

而得到统一的色散方程.

2. 同轴任意槽形周期加载圆波导

同轴任意槽形周期加载圆波导示意图如图 1 所示: r_a 是同轴内导体的半径, r_b 和 r_c 为加载槽的内外半径. w 为槽口的宽度, L 为周期. 整个结构分为两个区域: 互作用区 I ($r_a \leq r \leq r_b$) 和槽区 II ($r_b \leq r \leq r_c$).

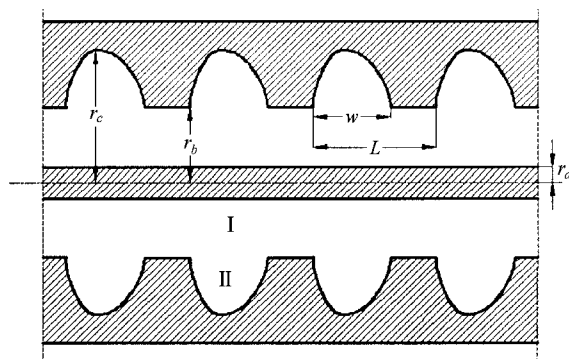


图 1 同轴任意槽形周期加载圆波导纵剖面图

2.1. 对任意形状槽内场的分析

对同轴膜片加载及脊加载结构的分析, 均假设槽内只存在沿径向传播的 TEM 模. 任意形状槽内场由于边界形状的无规则性, 无法直接借鉴上述方

[†]E-mail: lnyue@uestc.edu.cn

[‡]E-mail: wxwang@uestc.edu.cn

法. 为此, 我们将任意形状槽的边界用一系列尽可能逼近的矩形阶梯来近似(如图 2 所示)^[9], 忽略相邻阶梯边界处的不均匀性, 则在每个阶梯区域内的场可以按照已有的方法给出^[7], 然后利用相邻阶梯交界面上的导纳匹配条件以及相互作用区和槽区边界的匹配条件, 获得任意槽形周期加载慢波结构的色散方程.

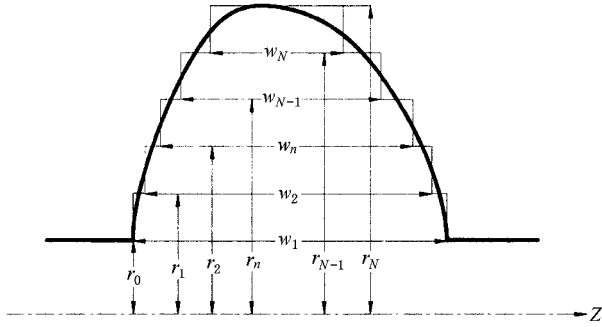


图 2 任意形状槽的阶梯近似表示

图 2 中用 N 个矩形阶梯来近似任意槽形的边界, 每个阶梯距离中轴线的半径和阶梯宽度分别由 r_n 和 w_n 来表示, 显然, $r_0 = r_b$, $r_N = r_c$, $w_1 = w_0$. 为了简化分析, 仍然假设各个阶梯内电场仅有 z 向分量且均匀无变化, 则第 n 个阶梯内的场分量为

$$\begin{aligned} E_{zn}^{\parallel} &= [A_n^{\parallel} J_m(kr) + B_n^{\parallel} Y_m(kr)] e^{-j(\omega t - m\phi)}, \\ H_m^{\parallel} &= -\frac{1}{Z_0 k} \frac{m}{r} [A_n^{\parallel} J_m(kr) + B_n^{\parallel} Y_m(kr)] e^{-j(\omega t - m\phi)}, \\ H_{\phi n}^{\parallel} &= -\frac{j}{Z_0} [A_n^{\parallel} J'_m(kr) + B_n^{\parallel} Y'_m(kr)] e^{-j(\omega t - m\phi)}, \\ H_{zn}^{\parallel} &= 0, \\ E_m^{\parallel} &= 0, \\ E_{\phi n}^{\parallel} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 A_n^{\parallel} , B_n^{\parallel} 为场的幅值系数, k 为自由空间波数, $z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 为自由空间波阻抗.

为了得到相邻阶梯导纳之间的关系, 定义第 $n-1$ 区的场在界面 $r = r_{n-2}$ 处的归一化导纳为

$$\begin{aligned} Y_{n-1}(r_{n-2}) &= \frac{H_{\phi(n-1)}^{\parallel}}{E_{z(n-1)}^{\parallel}} \\ &= \frac{J'_m(kr_{n-2}) + C_{n-1} Y'_m(kr_{n-2})}{J_m(kr_{n-2}) + C_{n-1} Y_m(kr_{n-2})}. \end{aligned} \quad (2)$$

同理, 第 $n-1$ 区的场在界面 $r = r_{n-1}$ 处的归一化导纳为

$$Y_{n-1}(r_{n-1}) = \frac{J'_m(kr_{n-1}) + C_{n-1} Y'_m(kr_{n-1})}{J_m(kr_{n-1}) + C_{n-1} Y_m(kr_{n-1})}. \quad (3)$$

此两式中均有 $C_{n-1} = B_{n-1}^{\parallel}/A_{n-1}^{\parallel}$. 联立求解 (2)(3) 式, 消掉 C_{n-1} , 即可得到 $Y_{n-1}(r_{n-2})$ 与 $Y_{n-1}(r_{n-1})$ 之间的关系

$$\begin{aligned} Y_{n-1}(r_{n-2}) &= R_m(kr_{n-2}, kr_{n-1}) \\ &\quad \times \frac{Y_{n-1}(r_{n-1}) + S_m(kr_{n-1}, kr_{n-2})}{Y_{n-1}(r_{n-1}) - R_m(kr_{n-1}, kr_{n-2})}. \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} R_m(x, y) &= \frac{J'_m(x)Y_m(y) - Y'_m(x)J_m(y)}{J_m(x)Y_m(y) - Y_m(x)J_m(y)}, \\ S_m(x, y) &= \frac{J'_m(x)Y'_m(y) - Y'_m(x)J'_m(y)}{Y_m(x)J'_m(y) - J_m(x)Y'_m(y)}. \end{aligned}$$

为了推导同一区域两侧交界面上的导纳之间的关系, 定义第 $(n-1)$ 区的场在 $r = r_{n-1}$ 面上的平均导纳为^[10]

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{n-1}(r_{n-1}) &= \frac{-r_{n-1} \int_0^{w_{n-1}} \int_0^{2\pi} (E_{z(n-1)}^{\parallel *}) H_{\phi(n-1)}^{\parallel} \Big|_{r=r_{n-1}} d\phi dz}{\left(\int_0^{w_{n-1}} E_{z(n-1)}^{\parallel *} dz \int_0^{w_{n-1}} E_{z(n-1)}^{\parallel} dz \right)_{r=r_{n-1}}} \\ &= \frac{2\pi j r_{n-1}}{Z_0 w_{n-1}} Y_{n-1}(r_{n-1}). \end{aligned} \quad (5)$$

同理, 第 n 区的场在 $r = r_{n-1}$ 面上的平均导纳为

$$\begin{aligned} \bar{Y}_n(r_{n-1}) &= \frac{-r_{n-1} \int_0^{w_n} \int_0^{2\pi} (E_{zn}^{\parallel *}) H_{\phi n}^{\parallel} \Big|_{r=r_{n-1}} d\phi dz}{\left(\int_0^{w_n} E_{zn}^{\parallel *} dz \int_0^{w_n} E_{zn}^{\parallel} dz \right)_{r=r_{n-1}}} \\ &= \frac{2\pi j r_{n-1}}{Z_0 w_n} Y_n(r_{n-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

显然, 两区域在同一交界面处的平均导纳应该相等, 即 $\bar{Y}_{n-1}(r_{n-1}) = \bar{Y}_n(r_{n-1})$, 于是有

$$\frac{Y_{n-1}(r_{n-1})}{Y_n(r_{n-1})} = \frac{w_{n-1}}{w_n}. \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (4) 式可得到导纳递推关系

$$\begin{aligned} Y_{n-1}(r_{n-2}) &= R_m(kr_{n-2}, kr_{n-1}) \\ &\quad \cdot \left[\frac{w_{n-1} Y_n(r_{n-1}) + w_n S_m(kr_{n-1}, kr_{n-2})}{w_{n-1} Y_n(r_{n-1}) - w_n R_m(kr_{n-1}, kr_{n-2})} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

当 $n = N$ 时, 也即 $r_N = r_c$, 此时电场的纵向分量满足

$$E_{zN}^{\parallel} = A_N^{\parallel} J_m(kr_c) + B_N^{\parallel} Y_m(kr_c) = 0, \quad (9)$$

因此有

$$C_N = \frac{B_N^{\parallel}}{A_N^{\parallel}} = -\frac{J_m(kr_c)}{Y_m(kr_c)}. \quad (10)$$

(10) 式代入(2)式可得到导纳递推公式的初始条件

$$Y_N(r_{N-1}) = \frac{J'_m(kr_{N-1})Y_m(kr_c) - J_m(kr_c)Y'_m(kr_{N-1})}{J_m(kr_{N-1})Y_m(kr_c) - J_m(kr_c)Y_m(kr_{N-1})} \quad (11)$$

最终由导纳递推公式(8)及初始值(11)可计算出 I, II 两区交界面 $r = r_b$ 处的导纳 $Y_I(r_b)$.

2.2. 中心相互作用区的场分布

由周期结构的 Floquet 定理,中心相互作用区的场表达式如下:

$$E_z^I = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [A_s^I F_m(\gamma_s r) + B_s^I G_m(\gamma_s r)] e^{-j\beta_s z} e^{-j(\omega t - m\phi)},$$

$$H_z^I = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [C_s^I F_m(\gamma_s r) + D_s^I G_m(\gamma_s r)] e^{-j\beta_s z} e^{-j(\omega t - m\phi)},$$

$$E_\phi^I = \mp \left\{ \frac{m}{r} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_s}{\gamma_s} [A_s^I F_m(\gamma_s r) + B_s^I G_m(\gamma_s r)] + jZ_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{k}{\gamma_s} [C_s^I F'_m(\gamma_s r) + D_s^I G'_m(\gamma_s r)] \right\} \times e^{-j\beta_s z} \cdot e^{-j(\omega t - m\phi)},$$

$$H_\phi^I = \mp \left\{ \frac{m}{r} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{\beta_s}{\gamma_s} [C_s^I F_m(\gamma_s r) + D_s^I G_m(\gamma_s r)] - \frac{j}{Z_0} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{k}{\gamma_s} [A_s^I F'_m(\gamma_s r) + B_s^I G'_m(\gamma_s r)] \right\} \times e^{-j\beta_s z} \cdot e^{-j(\omega t - m\phi)}. \quad (12)$$

由于场的径向分量并未参与场匹配,故此处省略不写.上式中 $A_s^I, B_s^I, C_s^I, D_s^I$ 为场的幅值系数, γ_s, β_s 分别为第 s 次空间谐波的径向和 z 向传播常数,为当 $\gamma_s^2 = k^2 - \beta_s^2 < 0$ 时(12)式表示慢波,取“ \mp ”号上面的符号, F_m 和 G_m 分别代表第一、第二类变态贝塞尔函数 I_m 和 K_m ; 当 $\gamma_s^2 = k^2 - \beta_s^2 > 0$ 时(12)式表示快波,取“ \mp ”号下面的符号, F_m 和 G_m 分别代表第一、第二类变态贝塞尔函数 J_m 和 Y_m .

2.3. 边界条件及色散方程

在内导体表面 $r = r_a$ 处,电场切向分量为零,即满足

$$E_z^I = 0. \quad (13)$$

在 $r = r_b$ 处,采用以下的连续条件:

$$E_z^I = \begin{cases} E_z^{\text{II}} & TL \leq z \leq TL + w_1, \\ 0 & TL + w_1 \leq z \leq (T+1)L, \end{cases} \quad (14)$$

$$E_\phi^I = \begin{cases} E_\phi^{\text{II}} & TL \leq z \leq TL + w_1, \\ 0 & TL + w_1 \leq z \leq (T+1)L, \end{cases} \quad (15)$$

$$\int_{TL}^{TL+w_1} H_\phi^I dz = \int_{TL}^{TL+w_1} H_\phi^{\text{II}} dz. \quad (16)$$

利用(13)~(16)式以及场的表示式(1)和(12),可以消去各个幅值系数从而得到同轴任意槽形加载周期圆波导慢波系数的统一色散方程为

$$\mp \frac{w_1}{L} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \left[\frac{m^2 \beta_s^2}{kr_b^2 \gamma_s^3} \frac{F'_m(\gamma_s r_a) G_m(\gamma_s r_b) - G'_m(\gamma_s r_a) F_m(\gamma_s r_b)}{F'_m(\gamma_s r_a) G'_m(\gamma_s r_b) - G'_m(\gamma_s r_a) F'_m(\gamma_s r_b)} - \frac{k}{\gamma_s} \frac{F'_m(\gamma_s r_a) G_m(\gamma_s r_a) - F_m(\gamma_s r_a) G'_m(\gamma_s r_b)}{F'_m(\gamma_s r_b) G_m(\gamma_s r_a) - G'_m(\gamma_s r_b) F_m(\gamma_s r_a)} \right] \times \left[\frac{\text{si}(\beta_s w_1/2)}{\beta_s w_1/2} \right]^2 + Y_I(r_b) = 0. \quad (17)$$

经分析可知,当槽口宽度 w 与槽的内外半径 r_b, r_c 确定之后,槽形状对色散的影响就体现为 $Y_I(r_b)$ 的不同.特殊地,当 $N = 1$ 即槽为矩形结构时,有

$$Y_I(r_b) = \frac{J'_m(kr_b)Y_m(kr_c) - Y'_m(kr_b)J_m(kr_c)}{J_m(kr_b)Y_m(kr_c) - Y_m(kr_b)J_m(kr_c)}. \quad (18)$$

将(18)式代入(17)式得到

$$\frac{1}{kr_b} \frac{J'_m(kr_b)Y_m(kr_c) - Y'_m(kr_b)J_m(kr_c)}{J_m(kr_c)Y_m(kr_b) - Y_m(kr_c)J_m(kr_b)} \mp \frac{w}{L} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_s r_b} \left[\frac{G_m(\gamma_s r_a) F'_m(\gamma_s r_b) - F_m(\gamma_s r_a) G'_m(\gamma_s r_b)}{G'_m(\gamma_s r_a) F_m(\gamma_s r_b) - F'_m(\gamma_s r_a) G_m(\gamma_s r_b)} - \frac{\beta_s^2 (m/r_b)^2}{k^2 \gamma_s^2} \frac{F'_m(\gamma_s r_a) G_m(\gamma_s r_b) - G'_m(\gamma_s r_a) F_m(\gamma_s r_b)}{F'_m(\gamma_s r_a) G'_m(\gamma_s r_b) - G'_m(\gamma_s r_a) F'_m(\gamma_s r_b)} \right] \left[\frac{\text{si}(\beta_s w_1/2)}{\beta_s w_1/2} \right]^2 = 0. \quad (19)$$

该色散方程形式与文献[6]中同轴膜片加载结构色

散方程(15)完全一致.

2.4. 耦合阻抗

按照 Pierce 的定义,第 s 次空间谐波的耦合阻抗为

$$K_c = \frac{E_{zs} E_{zs}^*}{2\beta_s^2 P}, \quad (20)$$

式中 E_{zs} 是第 s 次空间谐波在所求位置处的纵向电场幅值, E_{zs}^* 是其共轭值, P 是系统总的功率流, 满足

$$P = \sum_{s=-\infty}^{\infty} P_s^I + \sum_{n=1}^N P^{II}(n), \quad (21)$$

式中 P_s^I 代表中心相互作用区第 s 次空间谐波的功率流, 由波印廷矢量计算得到

$$P_s^I = \frac{1}{2} \int_{r_a}^{r_b} [E_r^I \cdot H_\phi^{*1} - E_\phi^I \cdot H_r^{*1}] 2\pi r dr \quad (22)$$

$P^{II}(n)$ 代表槽区第 n 个区域内传输的功率流, 由于我们认为 E_r^{II} , E_ϕ^{II} 均为零, 故 $P^{II}(n) = 0$.

3. 数值计算结果及讨论

经过前面的分析可知 (17) 式可以用来研究任意槽形周期加载圆波导的色散关系. 我们选取几种特殊形状的结构, 详细分析槽形状对色散特性和耦合阻抗的影响. 图 3 从 (a) 到 (e) 依次为矩形、倒梯形、梯形、三角形和余弦形槽结构.

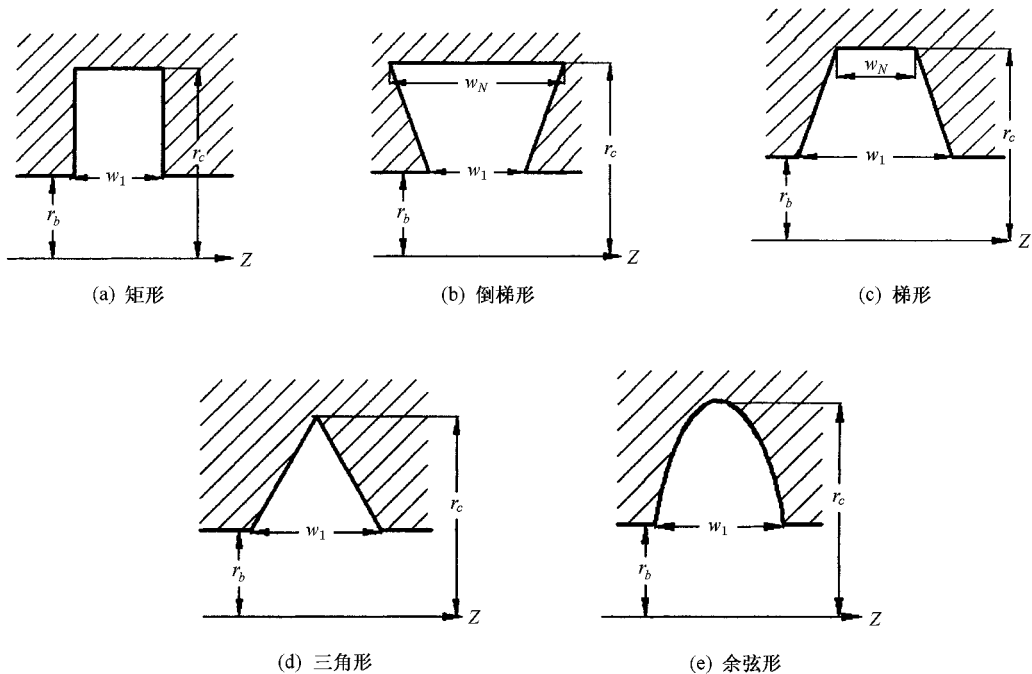


图 3 五类特殊形状的槽

在相同槽口宽度 w_1 、周期长度 L 、槽的内、外半径 r_b 和 r_c 以及只考虑圆对称基模式 TM_{01} 的情况下, 我们利用 (17) 式, 分别对五种特殊结构的色散特性进行计算. 为了验证理论分析结果, 我们还利用电磁仿真软件 CST Microwave Studio 对其中的同轴三角形槽圆波导进行了模拟, 并与理论值相比较. 图 4 给出了二者比较的结果. 明显地, 模拟值与本文理论计算得到的值相符合. 计算中用到的结构尺寸为 $r_a = 4\text{mm}$, $r_b = 10\text{mm}$, $r_c = 40\text{mm}$, $w_1 = 3.2\text{mm}$, $L = 4.8\text{mm}$.

图 5 和图 6 给出了五种不同形状结构的色散

特性和耦合阻抗. 从图中可以清楚地看到, 倒梯形结构具有最强的色散, 矩形、梯形、余弦形色散依次减弱, 三角形结构的色散最弱. 同时, 色散越弱的结构也对应较大的相速, 较宽的频带范围和较低的耦合阻抗. 因此, 在相同槽口宽度和槽深的情况下, 三角形槽结构可提供最大的相速和带宽, 但耦合阻抗最低, 而倒梯形则可使相速最小, 耦合阻抗最大.

4. 结 论

本文分析了一种同轴任意槽形加载圆波导慢波

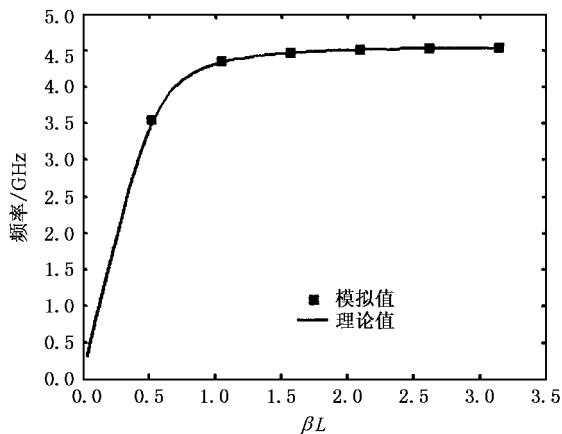


图 4 同轴三角形槽圆波导色散特性理论值与模拟值比较

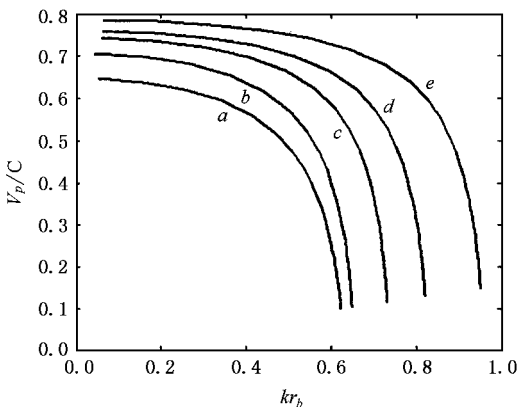


图 5 不同槽形加载同轴圆波导色散特性(曲线 a :倒梯形 ;b :矩形 ;c :梯形 ;d :余弦形 ;e :三角形)

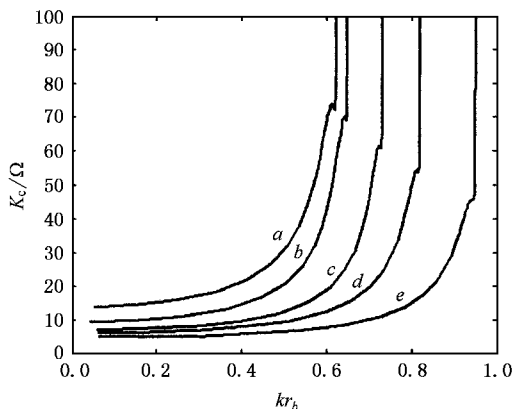


图 6 不同槽形加载同轴圆波导耦合阻抗(曲线 a :倒梯形 ;b :矩形 ;c :梯形 ;d :余弦形 ;e :三角形)

结构的普遍理论,通过以多层矩形阶梯来近似代替任意形状槽的边界的方法,利用导纳匹配,获得了同轴任意槽形加载圆波导结构的统一色散方程.这一普遍方程可以蜕化为已有的同轴圆盘加载结构的色散方程.用电磁仿真软件 CST MSW 对三角形槽结构的模拟结果与理论结果符合良好,从另一角度证明了理论分析的可行性.在此基础上,对五种特殊结构:倒梯形、矩形、梯形、余弦形和三角形的色散特性和耦合阻抗进行比较,结果表明:1)在同样槽深和槽宽情况下,三角形槽有最大的通频范围,相速也最大,而倒梯形槽相速最低,频带范围最小;2)耦合阻抗沿倒梯形、矩形、梯形、余弦形和三角形的顺序依次减小.

[1] Wang W X ,Yu G F and Gong Y B 1995 *Vacuum Electronics* **5** 30 (in Chinese) [王文祥、余国芬、宫玉彬 1995 真空电子技术 **5** 30]
 [2] Shiffier D ,Nation J A and Kerslick G S 1990 *IEEE Trans . Plasma Science* **18** 546
 [3] Kimura T ,Alberti S ,Danly B G and Temkin R J 1993 *Particle Accelerator Conference* **4** 2690
 [4] Zhang J and Zhong H H 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 206 (in Chinese) [张 军、钟辉煌 2005 物理学报 **54** 206]
 [5] Gunin A V ,Klimov A I , Korovin S D *et al* 1998 *IEEE Trans . Plasma Science* **26** 326

[6] Henoeh B T 1958 *J. Appl . Phys .* **18** 1
 [7] Yue L N ,Wang W X ,Gong Y B and Zhang K Q 2004 *IEEE Trans . On Plasma Science* **32** 1086
 [8] Yue L N ,Wang W X ,Wei Y Y and Gong Y B 2005 *Int . J . of Infrared and Millimeter Waves* **26** 107
 [9] Wei Y Y ,Wang W X and Sun J H 2000 *IEEE Microwave and Wave Lett .* **10** 4
 [10] Wei Y Y ,Wang W X ,Gong Y B and Zhou P 2000 *Acta Phys . Sin .* **49** 949 (in Chinese) [魏彦玉、王文祥、宫玉彬、周 鹏 2000 物理学报 **49** 949]



The dispersion characteristics of the coaxial arbitrary-shaped-groove periodic slow-wave structure

Yue Ling-Na[†] Wang Wen-Xiang[‡] Wei Yan-Yu Gong Yu-Bin

(School of Physical Electronics , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 ,China)

(Received 14 January 2005 ; revised manuscript received 1 March 2005)

Abstract

The dispersion equation of a coaxial arbitrary-shaped-groove slow-wave structure is derived by means of an approximate field-theory analysis in which the continuous profile of the groove is approximately replaced by a series of rectangular steps and the field continuity at the interface of two neighboring steps and the matching conditions at the interface between the groove region and central region are employed. The simulation results by CST MWS are in good agreement with the numerical calculation results of the dispersion equation. We have calculated the dispersion characteristics and the coupling impedance of the slow-wave structures with some special groove shape. It shows that the dispersion characteristic of the triangle-groove structure is the weakest and the coupling impedance of it is the least, while the dispersion characteristic of the inverted-trapezoid-groove structure is the strongest and the coupling impedance of it is the largest.

Keywords : arbitrary-shaped-groove , slow-wave structure , dispersion characteristics , traveling wave tube

PACC : 5270G , 4110H

[†]E-mail : lnyue@uestc.edu.cn

[‡]E-mail : wxwang@uestc.edu.cn