

# 一个强、弱耗散功能可分隔系统中的特征激变<sup>\*</sup>

巢小刚<sup>1)2)</sup> 戴俊<sup>2)</sup> 王文秀<sup>2)</sup> 何大韧<sup>2)†</sup>

1) (江苏工业学院信息科学系, 常州 213016)

2) (扬州大学物理科学与技术学院, 扬州 225002)

(2005 年 5 月 5 日收到, 2005 年 6 月 6 日收到修改稿)

报道一个由保守映象和耗散映象不连续、不可逆地分段描述的系统, 以及在其中发生的一例特征激变. 激变的独特之处在于逃逸孔洞. 由映象的不连续、不可逆性而导致相平面中出现一个胖分形迭代禁区网, 它使得一个混沌吸引子突然失稳而发生激变后出现的两个周期吸引子的吸引域边界成为点滴状. 仅仅在每个周期点邻近存在这样的一个作为逃逸孔洞的、受到强耗散性支配和禁区边界限制的规则边界吸引域.

关键词: 激变, 保守映象, 耗散映象, 逃逸孔洞

PACC: 0545

## 1. 引 言

系统与外界环境的物质、信息、能量的交流导致的弱耗散(耗散环境引起的耗散性)越来越受到注意<sup>[1-8]</sup>. 除此之外, Wang 等人在 2001 年提请人们注意一种被称为“类耗散性”的弱耗散机理<sup>[9, 10]</sup>. 这是在一个不可逆, 即一个相点可能具有多个逆象的系统中产生的耗散. 这时多个相空间体积元有可能在动力学过程中合为一个, 从而引起相空间的塌缩. 类耗散性并不像传统耗散性那样常常引起相空间的一个无限衰减过程, 使得相空间中一个有限区域中的初值无限地趋近于一个测度为零的点吸引子, 而是常常引起相空间的一个有限衰减过程, 使得相空间中一个有限区域中的初值在有限长时间后进入一个测度不为零的椭圆岛吸引子<sup>[11-15]</sup>.

“激变”(crisis)意味着混沌吸引子的突变, 是自然界中非常普遍的现象. 通常当控制参数发展到一个阈值时, 在混沌吸引子内突然出现一个从零测度逐渐长大的“逃逸孔洞”, 使吸引子上的相点运动越来越快地从此逸出. Grebogi, Ott 和 Yorke (GOY)发现了这种现象, 并且解析地导出了适用于相当广泛情况的激变普适标度律<sup>[16-18]</sup>

$$\tau \sim |p - p_c|^{-\gamma}, \quad (1)$$

其中  $\tau$  表示迭代在原混沌吸引子中的平均生存时间,  $p_c$  为控制参数的阈值. GOY 指出处处光滑的二维耗散映象中的逃逸孔洞通常由一个混沌吸引子的吸引域边界上的鞍点的不稳定轨线越过稳定轨线的区域构成. 王旭明等人<sup>[11-15]</sup>研究了类耗散引起的混沌吸引子突变, 他们发现这种激变通常发生在一个零尺寸的椭圆岛在一个混沌吸引子内突然出现的时刻. 当椭圆岛不断长大时, 吸引子上的迭代向它逃逸更快, 就可以观测到激变的普遍生存时间标度律. 姜玉梅等人<sup>[13, 14]</sup>分析地研究了类耗散系统中的激变标度律, 一般地指出这种耗散性不影响激变生存时间标度因子的数值, 因此对这个标度因子数值的估算可以仅考虑逃逸孔洞增长的规律以及对孔洞单位面积访问概率的变化规律. 在文献[11-15]报道的激变中, 混沌吸引子都与系统函数定义域中的不连续区域边界密切相关. 这与 Mira 的解析结论一致<sup>[19]</sup>, 即这一类二维分段连续不可逆映象中的混沌运动位于不连续边界各阶映象所限制的区域中.

类耗散系统中只有这种弱耗散性, 这在一定程度上是理想化的. 许多实际系统中不可逆性(同一现状可能来自多种历史状态)所导致的类耗散性和传统的强耗散性是共存的, 但是一般很难区别二者的作用. 本文第二节讨论一个由一个保面积映象和一个传统强耗散映象不连续、不可逆地分段描述的系

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 10275053)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: drhe@yzu.edu.cn

统 第三节讨论这类系统的一个重要特征——迭代禁区,并分别讨论强耗散和弱耗散在形成禁区时的作用,第四节为一例具有特色、由强、弱耗散可区分的作用导致的激变,讨论激变的参数阈值、逃逸孔洞,并且在一定程度上分析讨论激变的生存时间标度律,然后进行数值验证。

## 2. 系 统

本文研究的系统是一个电路模型,与文献[9,10]讨论的类似。图1显示了模型的草图,其中 $I_1, I_2$ 为电流源,且 $I_1 \gg I_2$ , $K_1, K_2, K_3$ 为可控电子开关。当 $K_1$ 闭合, $K_2$ 断开时,如图2所示, $I_1$ 对电容 $C$ 非常快速地充电。当电容两端电压 $U_c$ 上升到一个受到正弦信号调制的上阈值,且 $U_c$ 不超过一个常量 $E$ 时, $K_1$ 断开, $K_2$ 闭合。 $K_3$ 接通 $I_2$ ,使 $C$ 通过电流源 $I_2$ 缓慢地放电。如果 $U_c$ 超过 $E$ 则在刚刚超过 $E$ 时 $K_3$ 接通电阻 $R$ ,使 $C$ 通过 $R$ 缓慢地放电。无论在那种情况,当 $U_c$ 下降到一个下阈值(它的数值受到上一次 $U_c$ 突然下降时所处的上阈值相位的调制,将在下文说明)时, $K_1$ 闭合, $K_2$ 断开,电容器 $C$ 又从放电状态转入充电状态。如此不断反复地进行张弛振荡。图2显示了 $U_c$ 的张弛振荡及变化的上、下阈值。如图所示,上阈值可以表示为

$$\begin{cases} U_n = U_{\max} + U_0 \sin 2\pi x_n, & x_n \notin F, \\ U_n = U_{\max} + cU_0, & x_n \in F, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $U_n$ 表示电容第 $n$ 次突然从充电转为放电时的上阈值数值, $x_n$ 表示这时上阈值正弦调节信号的相位, $U_{\max}, U_0$ 为常参数,

$$F = [x_{F1}, x_{F2}] = \left[ 0.5 + \frac{\arcsin(c)}{2\pi}, 1 - \frac{\arcsin(c)}{2\pi} \right],$$

定义为“电压保护区”(即由于 $U_c$ 将要超过设定的阈值 $E$ 而实行电压保护,使 $U_c$ 从这时的上阈值 $E$ 转为下降的定义域区域,此区域之外的其他部分称为非电压保护区),参数 $c$ 满足 $0 < c < 1$ 。同时,如图2所示,相位 $x_n$ 对下阈值的调节满足关系

$$U_{\min}(y_n) = U_{\max} - aU_0 - by_n U_0, \quad (3)$$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n - \frac{1}{b} \sin(2\pi x_n), & x_n \notin F, \\ y_{n+1} = y_n + \frac{4\pi}{bU_0}, & x_n \in F, \end{cases} \quad (4)$$

其中参数 $a, b$ 分别满足 $a > 1$ 和 $b > 0$ 。从图2可以看出下阈值限制在 $(U_{\max} - aU_0, U_{\max} - aU_0 - bU_0)$ 之

间,而且 $y_n \in [0, 1], y_n = 0$ 时, $U_{\min} = U_{\max} - aU_0$ , $y_n = 1$ 时, $U_{\min} = U_{\max} - aU_0 - bU_0$ 。

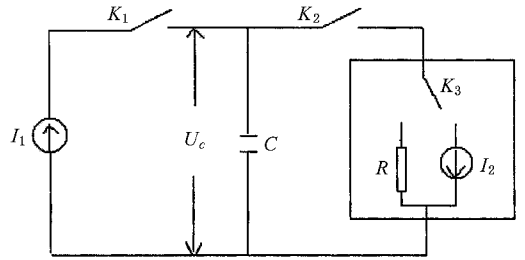


图1 包含耗散性元件的过电压保护张弛振荡电路草图

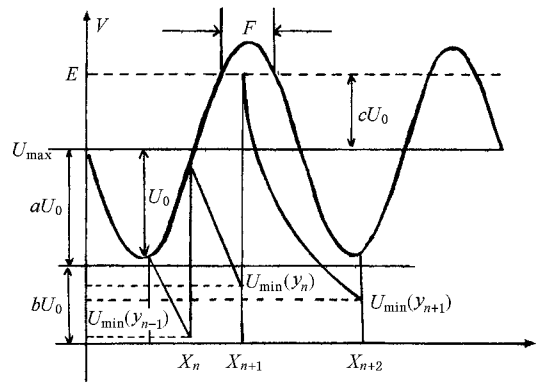


图2 图1所示电路的张弛振荡

从基本的电路定理可以得出如下关系:

$$C[U_c(x_n) - U_{\min}(y_n)] = I_2 \frac{2\pi(x_{n+1} - x_n)}{\omega} \quad (5)$$

其中 $C$ 是电容的大小, $\omega$ 是上阈值调制信号的频率。当 $x_n \notin F$ 时,取 $C\omega/I_2 = 1, \frac{bU_0}{2\pi} = 1$ ,可得到映射

$$\begin{cases} x_{n+1} = g_{1x} = x_n + y_{n+1} + \frac{a}{b}, \\ y_{n+1} = g_{1y} = y_n - \frac{1}{b} \sin(2\pi x_n), \end{cases} \quad x_n \notin F. \quad (6)$$

当 $x_n \in F$ 时,电路通过电阻 $R$ 放电。用类似的方法可以得到

$$\begin{cases} x_{n+1} = g_{2x} = x_n + \frac{\alpha}{2\pi} \ln \frac{1 + cd}{1 - ad - bdy_n}, \\ y_{n+1} = g_{2y} = y_n + 2x_n, \end{cases} \quad x_n \in F. \quad (7)$$

我们强调这个电路模型是可以现代电子元件以很高的精度实现的,而且这个电路模型仅仅是导出映象(6)(7)的同类映象的可能物理背景之一。本文讨论的主要思想和现象的主要特征不依赖于映象函数的细节,因而可能使用各种物理系统作为背景。

容易验证映象(6)是一个保面积映象,而在本文所讨论的参数范围内,映象(7)是一个传统的强耗散映象.而且选择映象(6)(7)的逆象取决于  $x_n$  而不是  $x_{n+1}$ ,因此每一个点  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  可能有两个逆象,映象(6)(7)的分段映象可能展示上节中所述的类耗散性.本系统只有在迭代经过电压保护区时才显示强耗散,在非电压保护区的迭代没有耗散,但是穿越两个子映射的定义域不连续边界时可能显示类耗散.

本文讨论的激变现象涉及许多周期轨道,特别是一个四周期和一个八周期轨道,解析地解出这些轨道的显函表达式并且分析它的稳定性是困难的,只能在第四节中用数值方法进一步讨论.

### 3. 禁 区

本文研究的系统由保守映象(6)和强耗散映象(7)分段描述.保守映象  $g_1$  与耗散映象  $g_2$  的定义域分别为非电压保护区  $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq x_{F1} \text{ " or " } x_{F2} \leq x \leq 1\}$  和电压保护区  $F = \{(x, y) | x \in [x_{F1}, x_{F2}]\}$ .映象(6)的禁区  $J_1$  定义为“其中各点的逆象  $g_1^{-1}(P) \{ P \in J_1 \}$  落在  $g_2$  的定义域内而不存在的相平面区域”,表示为  $J_1 = \{(x, y) | g_1^{-1}(x, y) \in F\}$ ;映象(7)的禁区  $J_2$  的主要部分(下面将解释)定义为“其中各点的逆象  $g_2^{-1}(P) \{ P \in J_2 \}$  落在  $g_1$  的定义域内而不存在的相平面区域”,表示为  $J_{2a} = \{(x, y) | g_2^{-1}(x, y) \in D\}$ .

由逆映象方程可解得  $J_1$  的边界方程为

$$x_{n+1} - \frac{a}{b} + m - x_{F2} \leq y_{n+1} \leq x_{n+1} - \frac{a}{b} + m - x_{F1}$$

( $m$  为整数,表示取模操作),表示保守映象  $g_1$  的迭代禁区  $J_1$  被限制在两条平行直线之间.映象(7)的禁区  $J_2$  的边界只能用数值方法确定.我们把上文所述的按  $g_2^{-1}$  迭代一次得到的逆象落在非电压保护区  $D$  中的相点集合标记为  $J_{2a}$ ,电压保护区按  $g_2^{-1}$  迭代一次的逆象集表示为

$$M = \{(x, y) | g_2^{-1}(x, y) \in F\}.$$

除掉这两个区域后,剩余的第三部分  $J_{2b}$  表示相平面上全部相点按  $g_2$  迭代一次后的象集小于相平面所造成的差集.也就是由于映象方程  $g_2$  的强耗散性所导致的相平面塌缩部分,可表示为  $J_{2b} = I - g_2(I)$  这里  $I$  表示整个相平面  $\{(x, y) | x \in [0, 1], y \in [0, 1]\}$ .

显然,由于整个相平面按  $g_2$  迭代都落在  $J_{2b}$  之外,  $J_{2b}$  中也不可能有  $g_2$  的逆象存在,因此也是禁区  $J_2$  的一部分.

系统的禁区  $J$  可以表示为  $J_1$  和  $J_2 = J_{2a} \cup J_{2b}$  的交集(两个映射的逆象都不存在的点集)

$$\begin{aligned} J &= J_1 \cap J_2 = J_1 \cap (J_{2a} \cup J_{2b}) \\ &= \{(x, y) | g_1^{-1}(x, y) \in F\} \cap (\{(x, y) | g_2^{-1}(x, y) \in D\} \\ &\quad \cup (I - g_2(I))), \end{aligned} \quad (8)$$

可以说明,如果映象(7)没有强耗散性,  $J_{2b}$  将不存在,  $J_2 = J_{2a}$ .这时的禁区如图 3 ( $\alpha = 1, a = 2.0, b = 1.27, c = 0.8, d = 0.09$ )中除用过  $B'$  表示的细条部分之外的阴影区域所示.  $B'$  可称为“强耗散性导致禁区”,其余的黑色区域可称为“类耗散性导致禁区”.这样,在本系统显示的不连续不可逆映射特征——禁区的出现中,强、弱耗散的效应可以明显地区分.在下一节介绍强耗散性导致禁区在特征激变规律中的关键作用.

如文献 [20] 所述,禁区的各阶象的集合除掉具有两个逆象的点集后形成一个胖分形网,它仍旧是禁止从相平面区其他部分出发的迭代进入的区域.

### 4. 激 变

本文研究的强、弱(类)耗散可分割的系统也可以出现激变,这时强、弱(类)耗散同时存在,但可能分别分析它们的不同作用,因此激变可能具有明显的特征.本文只讨论映象(6)(7)中的参数取值为  $a = 2.0, c = 0.8, d = 0.09, \alpha = 1$ (弧度每伏特)的情况,选  $b$  为控制参量.

当控制参数减小到  $b \approx 1.400$  时,系统的相平面内除了共存的一些椭圆岛以外,还出现了一个跨边界的四周期点吸引子轨道.也就是说,出现了保守性的椭圆岛与强耗散性的点吸引子周期轨道共存的新现象.当  $b \approx 1.356$  时,所有的椭圆岛几乎同时与边界碰撞而消失,只剩下跨边界的四周期点吸引子.在  $b \approx 1.278$  时,相平面中又出现一个跨边界的八周期耗散的点吸引子.当  $b_0 \approx 1.2691$  时,四周期耗散的点吸引子的关键周期点(图 3 中的点 2,  $x_g = 0.81948, y_g = 0.55597$ )与耗散性导致禁区  $B'$  的边界相碰.八周期耗散的点吸引子几乎同时也与  $B'$  的边界碰撞而消失,而后系统的相平面由一个混沌吸引子主宰.如果反过来增大控制参数,则可以观察到当

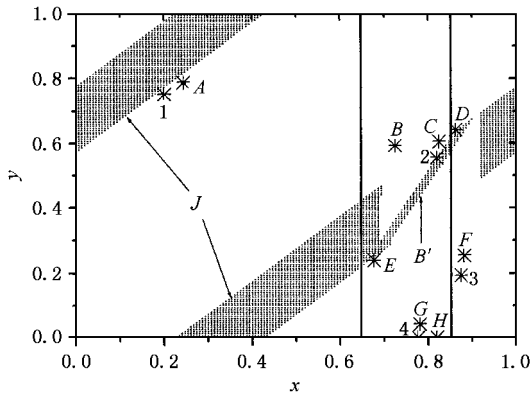


图3  $b = 1.27$  时系统的相平面(在  $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$  均匀选取  $10 \times 10$  个初值,从每个出发迭代 100000 次,记录最后 1000 次画出。1, 2, 3, 4 处的叉点表示四周期轨道;A, B, C, D, E, F, G, H 的叉点表示八周期轨道。阴影区表示禁区,其中  $B'$  表示前述的强耗散性导致的禁区)

$b_0 \approx 1.2691$  时一个混沌吸引子突然失稳,其上迭代经过一个长瞬态后分别无限地趋于四、八周期耗散吸引子的情况。这就是一个激变。图 3 显示了  $b = 1.27$ ,也就是从  $b_0 \approx 1.2691$  稍稍增大控制参数时,相平面上的禁区以及上述的四、八周期强耗散点吸引子。图 4(a)显示了  $b = 1.2707$  时相平面上瞬态混沌网和胖分形禁区网。图 4(a)中的灰色区域显示图 3 中的禁区和它的一阶象,它们填补了图中最主要的禁止迭代的区域,其他更小的禁止迭代的白色区域将由禁区的更高阶象去除掉具有两个逆象的点集后填补;黑色点显示混沌瞬态网(形状完全类似于  $b < b_0 \approx 1.2691$  时的混沌吸引子,是在  $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$  内均匀选取  $10 \times 10$  个初值,从每个初值出发迭代 1000 次,然后纪录 1000 次画出的);两条黑色竖直线显示映象函数的不连续边界;禁区  $B'$  中部用灰色显示的一个小方框是在图 4(b)中放大的区域。图 4(b)所示的灰色区域的画法,是在  $x \in [0.815, 0.825], y \in [0.53, 0.58]$  范围(即上述关键四周期点的邻域)内均匀选取  $500 \times 500$  个初值,从每个初值出发迭代 20000 次,每隔四步检测一次,一旦逸出  $x \in [0.815, 0.825], y \in [0.53, 0.58]$  的范围就剔除这个初值。未被剔除的初值就构成了迭代一旦进入就必定被吸引向关键四周期点的区域。图 4(b)中从初值点 A, B 出发的细实线表示从此区域内出发的迭代不会再离开此区域,而是渐进地无限趋于位于它中心的关键四周期点。

本文的数值结果表明:从此区域之外的点出发

的迭代都将迅速地跃出并且远离此区域,在混沌瞬态集中作大幅度的漫游。参照 Lai 等人的结果<sup>[21]</sup>,我们的数值结果证明:禁区引起的迭代空白区域网将使图 3 中所示的四、八周期轨道的吸引域高度地互相交错,成为点滴状,以至于大部分相平面上的初值点到底趋于哪个吸引子完全不可预言,如图 4(c)所示(其中灰色点表示趋于八周期轨道的初值,白点表示趋于四周期轨道的初值,在  $x \in [0, 1], y \in [0, 1]$  范围内均匀取  $1000 \times 1000$  个初值,若迭代 500000 次之内达到  $|x - x_g| \leq 0.000001, |y - y_g| \leq 0.000001$ ,则认为迭代进入四周期轨道。进入八周期轨道的判据类似,不再赘述)。只有每个周期点的邻近存在上述的具有光滑边界的有限大小的强耗散吸引区。图 4(c)中用黑色点显示了四周期点周围的这些强耗散吸引区。在瞬态随机网中大幅度跳跃的迭代一旦进入这些区域,就会渐进地趋于位于此区域的耗散性周期点吸引子。

然而,这些强耗散主宰邻域区并不就是激变的逃逸孔洞  $\Delta$ ,  $\Delta$  还必需受到禁区边界或者它的象的限制。(d)显示了(c)中用 E 标注的关键四周期点吸引邻域的放大,它与(b)中显示的灰色区域完全相似。其中(b)中下边一条黑色曲线表示图 3 中由  $B'$  表示的细条强耗散性导致禁区的边界,上边两条黑色曲线表示这边界的第四和第八阶象。显然,由相平面上任意一个其他区域出发的迭代都不可能进入这三条黑色曲线包围区域之外的灰色区域(它们属于禁区或者它的象),所以这三条黑色曲线包围的灰色区才是逃逸孔洞  $\Delta$ 。随控制参数  $b$  的增大,上边两条黑色曲线表示的边界的第四和第八阶象不断远离,使得逃逸孔洞  $\Delta$  不断增大,从而使迭代在瞬态随机网中的平均寿命不断降低。据我们所知,这种由强耗散完全主宰,且受到强耗散导致禁区边界限制的逃逸孔洞在此之前从未发现过,是本例激变的最显著特征。

如前所述,本例激变中强耗散存在的影响完全表现在逃逸孔洞  $\Delta$  上,因此如文献 12, 13 指出的,对激变生存时间标度律中标度因子的数值估算可以仅考虑逃逸孔洞增长的规律以及对孔洞单位面积访问概率的变化规律。即

$$\tau \propto \frac{1}{\rho \Delta}, \quad (9)$$

其中  $\Delta$  是上面定义的逃逸孔洞测度(面积),  $\rho$  是原混沌吸引子中迭代对  $\Delta$  中单位面积的访问概率。正因为我们只关心逃逸孔洞  $\Delta$  随参数  $b$  的变化关系

(一般是幂函数关系)中的标度因子(目的是为了估计标度律(1)中的标度因子  $\gamma$ ),可以近似地把  $\Delta$  当作三角形. 它的面积随参数  $b$  的变化关系可以近似

地用图 4(b)中的两条黑色直线表示的周期点 2 到左上边和右下边的两条黑色边界线的垂直距离  $d, d'$  的乘积来代表.

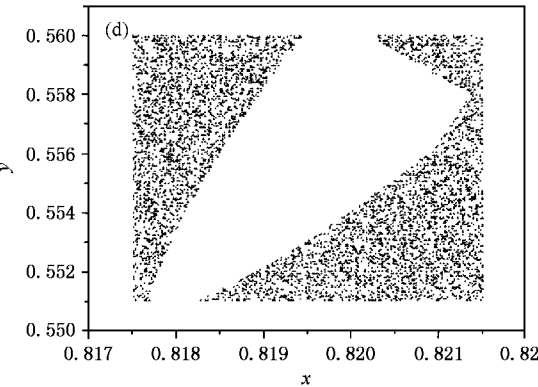
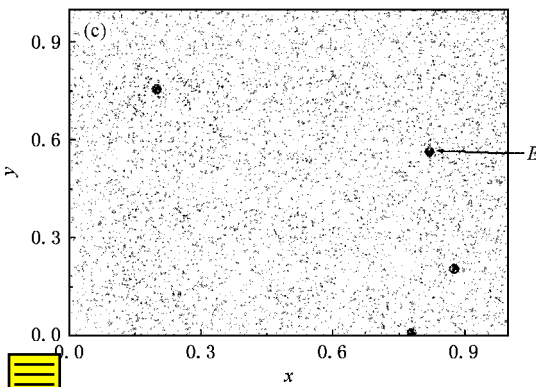
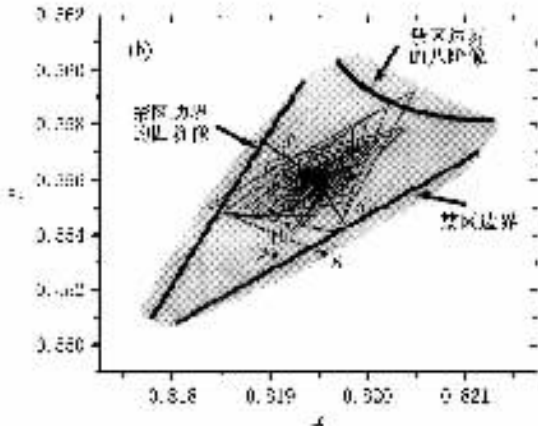
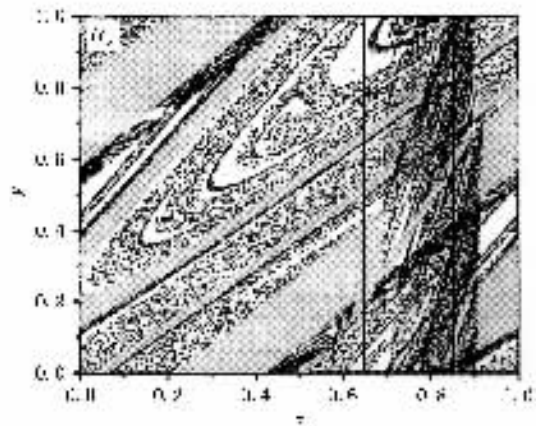


图 4 (a)为  $b = 1.2707$  时的相平面 (b)为(a)中小方框区域的放大 (c)为  $b = 1.2707$  时的四、八周期轨道吸引域 (d)为(c)中区域 E 的放大

我们数值地得到了如下的垂直距离  $d', d$  随参数  $b$  的变化关系:

$$d' \propto (b - b_0)^{0.75 \pm 0.03} \quad (10)$$

和

$$d \propto (b - b_0)^{0.76 \pm 0.02} \quad (11)$$

这说明逃逸孔洞  $\Delta$  随参数  $b$  的变化关系可以合理地认为是

$$\Delta \propto (b - b_0)^{0.75 + 0.76} \quad (12)$$

同时,我们的计算表明迭代对  $\Delta$  中单位面积的访问概率  $\rho$  是一个不依赖于参数  $b$  的常量. 所以,由(9)(12)式立即可以估算出本例激变的平均生存时间标度律应为

$$\tau \propto \frac{1}{\rho \Delta} \propto (b - b_0)^\gamma, \quad (13)$$

其中  $\gamma \cong -1.51$ . 图 5 显示了我们完全从数值计算

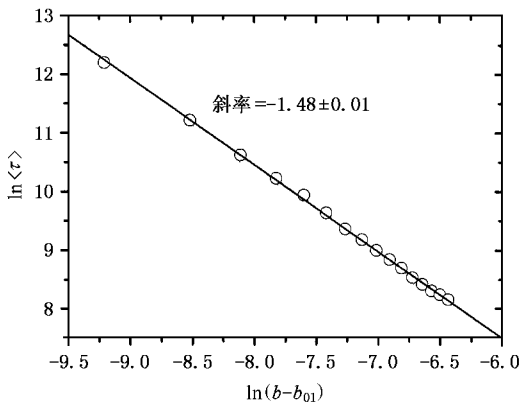


图 5 混沌瞬态的平均生存时间  $\tau$  的标度律(  $\tau$  由均匀分布的  $100 \times 100$  个初值计算得到. 控制参数  $b$  的变化范围是 1.2692 到 1.2707. 当  $b = 1.2708$  时,系统的相平面中出现一个七周期耗散吸引子轨道,标度律发生突变,因此标度律只能计算到图中显示范围)

出发的思路计算的激变标度律,平均生存时间  $\tau$  定义为

$$\tau = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{n}, \quad (14)$$

其中  $n$  为均匀选取的初值数,  $N_i$  为第  $i$  个初值点出发进入  $\Delta$  之前的生存步数. 图 5 显示双对数平面上良好的线性关系,说明激变标度律遵从

$$\tau \propto (b - b_0)^\gamma, \quad (15)$$

其中  $\gamma = -1.48 \pm 0.01$ , 这与我们上述的半解析结果相当好地符合.

## 5. 结 论

作为结论,我们研究了一个由保守映象和耗散映象不连续、不可逆地分段描述的系统. 这样的系统中存在普遍的弱(类)耗散行为和只发生在系统演化过程中的某些时间阶段或空间范围之中的强(传统)耗散行为. 这样的系统可能在理论上具有重要性,可以展示像本文讨论的激变这样完全新型的现象. 这种激变的逃逸孔洞是相平面上稀有的、完全受到强耗散性支配的点吸引子的规则边界吸引域,相平面上的绝大部分其他区域都是不同点吸引子吸引域的点滴状混合.

- [ 1 ] Guo G C, Duan L M, Zheng S B *et al* 1998 *Physics* **27** 53, 241, 496 (in Chinese) [ 郭光灿、段路明、郑仕标等 1998 物理 **27** 53, 241, 496 ]
- Guo G C, Duan L M, Zheng S B *et al* 1999 *Physics* **28** 54, 120 (in Chinese) [ 郭光灿、段路明、郑仕标等 1999 物理 **28** 54, 120 ]
- [ 2 ] Unruh W G 1995 *Phys. Rev. A* **51** 992
- [ 3 ] Wagenblast K H, Otterlo A V, Schon G *et al* arXiv: cond-mat/9704252
- [ 4 ] Kamennev A, Gefen Y arXiv: cond-mat/9708109
- [ 5 ] Miyashita S, Saito K, Kobayashi H *et al* arXiv: cond-mat/0001179
- [ 6 ] Guinea F arXiv: cond-mat/0207381
- [ 7 ] Lotkhov S V, Bogoslovsky S A, Zorin A B *et al* arXiv: cond-mat/0312152
- [ 8 ] Vorrath T, Brandes T, Kramer arXiv: cond-mat/0312140
- [ 9 ] Wang J, Ding X L, Hu B, Wang B H, Mao J S, He D R 2001 *Phys. Rev. E* **64** 026202
- [ 10 ] Wang J, Ding X L, Wang B H, He D R 2001 *Chin. Phys. Lett.* **18** 13
- [ 11 ] Wang X M, Wang Y M, He D R *et al* 2002 *Eur. Phys. J.* **19D** 119
- [ 12 ] Wang Y M, Wang X M, He D R *et al* 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1475 (in Chinese) [ 汪颖梅、王旭明、何大韧等 2002 物理学报 **51** 1475 ]
- [ 13 ] Jiang Y M, Lu Y Q, He D R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 383 (in Chinese) [ 姜玉梅、陆云清、何大韧 2004 物理学报 **53** 383 ]
- [ 14 ] Jiang Y M, Lu Y Q, Chao X G, He D R, 2004 *Eur. Phys. J. D* **29** 285
- [ 15 ] He Y, Jiang Y M, Shen Y, He D R 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1071 (in Chinese) [ 何 阅、姜玉梅、申 影、何大韧 2005 物理学报 **54** 1071 ]
- [ 16 ] Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1507  
Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1983 *Physica (Amsterdam)* **7D** 181
- [ 17 ] Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 1284  
Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1987 *Phys. Rev. A* **36** 5365
- [ 18 ] Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 935  
Grebogi C, Ott E, Yorke J A 1985 *Ergod. Theor. Dynam. Sys.* **5** 341
- [ 19 ] Mira C 1996 *Inter. J. Bifur. and Chaos* **6** 893
- [ 20 ] Dai J, Wang W X, Jiang Y M, He Y, Chen W, He D R 2005 *Chin. Phys.* **14** 1334
- [ 21 ] Lai Y C, He D R, Jiang Y M 2005 *Phys. Rev. E* **72** 025201(R)

# Characteristic crisis in a system with distinguishable strong and weak dissipation functions <sup>\*</sup>

Chao Xiao-Gang<sup>1)2)</sup> Dai Jun<sup>2)</sup> Wang Wen-Xiu<sup>2)</sup> He Da-Ren<sup>2)†</sup>

1) *Information Science Department, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou 213016, China*

2) *College of Physics Science and Technology, Yangzhou University, Yangzhou 225002, China*

( Received 5 May 2005 ; revised manuscript received 6 June 2005 )

## Abstract

This article reports a crisis in a system described by a concatenation of a conservative and a dissipative mapping. The special feature of the crisis lies in its special escaping hole. A fat fractal forbidden net, induced by interaction between discontinuous and noninvertible properties, introduces rippled-like attraction basins of two periodic attractors, which appear after the crisis when a chaotic attractor suddenly loses stability. There are small areas, which serve as escaping holes and are dominated by strong dissipation as well as confined by the boundary of forbidden region only in the vicinity of each periodic point. To our knowledge, the crisis has not been reported before.

**Keywords** : crisis, conservative map, dissipative map, escaping hole

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10275053 ).

<sup>†</sup>E-mail: [dlrhe@yzu.edu.cn](mailto:dlrhe@yzu.edu.cn)