

基于微分几何方法的永磁同步电动机 的混沌运动的控制^{*}

韦笃取¹⁾ 罗晓曙^{1)†} 方锦清²⁾ 汪秉宏³⁾

1) 广西师范大学物理与信息工程学院 桂林 541004)

2) 中国原子能科学研究院 北京 102413)

3) 中国科学技术大学近代物理系 合肥 230026)

(2005 年 5 月 17 日收到, 2005 年 6 月 17 日收到修改稿)

永磁同步电动机(PMSM)在某些参数及工作条件下会出现混沌运动,这将危及电机传动系统的稳定运行,因此如何抑制或消除 PMSM 中的混沌成为保持其稳定性的关键问题.利用微分几何控制理论,首先从解析上推导出 PMSM 混沌运动控制律的表达式,然后对控制过程进行仿真.理论分析及数值仿真结果表明:该控制策略不仅行之有效,而且相对其他控制方法具有一定的优越性.研究结果对保证电机传动系统的稳定运行具有较好的参考价值.

关键词:混沌控制,微分几何,准确线性化,永磁同步电动机

PACC: 0545

1. 引 言

永磁同步电动机(PMSM)由于其结构简单、高效节能,因而在工业上得到越来越广泛的应用.近年来,它的稳定性、可靠性研究受到人们广泛的关注,这是由于永磁同步电动机的稳定、可靠运行是工业自动化生产的关键问题.已有的研究表明^[1],电机传动系统在某些参数及工作条件下会呈现混沌行为,其主要表现为转矩和转速的间歇振荡、控制性能的不稳定、系统不规则的电流噪声等.混沌的存在将严重影响电机运行的稳定性,因而有必要对电机系统的混沌产生机理及其控制进行研究.较早研究 PMSM 中的混沌现象的有 Hemati^[2]、张波等人,而张波等人的工作较为突出,他们不仅建立了适合分析 PMSM 系统分岔、混沌等非线性动力学的数学模型^[3],还利用 Poincare 映射、Lyapunov 指数和容量维等分析方法证明了 PMSM 中混沌的存在^[4].

混沌控制自从 1990 年提出以来,它的理论和方法已经得到充分研究^[5-7],但直接应用于 PMSM 混沌控制的研究不仅工作不多,而且控制性能也不够

完善.文献[8]提出了采用纳入轨道和强迫迁徙方法控制 PMSM 中的混沌,该控制策略在理论上虽然有效,但是由于它的控制目标不允许是给定系统自身的轨道或状态,并且需要系统轨道处于吸引域中时才能施加控制,因而在实际系统中很难实现.再者其控制策略本质属于开环控制,不能保证控制过程的稳定性.文献[9]利用状态延迟反馈研究了 PMSM 中的混沌控制,但是该方法很难确定控制的周期目标轨道与延迟时间的关系,而且不容易控制到预知的轨道.为了研究更优的控制方法,本文利用微分几何控制理论中的状态反馈准确线性化方法控制 PMSM 中的混沌运动.

状态反馈准确线性化是非线性系统的微分几何控制理论体系的主要组成部分,其基本原理是通过非线性坐标变换将非线性系统的状态方程化为完全可控的线性系统,然后对线性系统运用最优控制方法进行分析从而得到非线性系统的最优控制结果.这种准确线性化与传统的近似线性化不同,它在线性化过程中没有忽略任何高阶非线性项,因此不仅是准确的,而且可能具有全局意义.

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10247005,70571017),国家自然科学基金重点项目(批准号:70431002)和广西新世纪十百千人才工程人选专项资金(批准号:2002226)资助的课题.

[†] 通讯联系人, E-mail: lxs@mailbox.gxnu.edu.cn

2. PMSM 的数学模型及其混沌性态

经过变换的均匀气隙永磁同步电动机数学模型^[3]为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 x_3 + \tilde{u}_d, \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1 x_3 + \gamma x_3 + \tilde{u}_q, \\ \dot{x}_3 = \alpha(x_2 - x_3) - \tilde{T}_L, \end{cases} \quad (1)$$

式中 x_1, x_2, x_3 为无量纲状态变量, 分别表示 d, q 轴定子电流和转子机械角速度; σ 和 γ 为系统参数, 皆取正值, \tilde{u}_d, \tilde{u}_q 和 \tilde{T}_L 分别为经过无量纲化的 d, q 轴定子电压和负载转矩. 本文只考虑 PMSM 空载运行一段时间后突然断电的情形^[4], 即 $\tilde{u}_d = 0, \tilde{u}_q = 0$ 和 $\tilde{T}_L = 0$ 的情况. 在此情形下系统 (1) 具有丰富的非线性动力学行为^[3]. 理论上 (1) 式的参数 σ, γ 有无限多种组合可使 PMSM 系统出现混沌运动. 取 $\sigma = 3$ ^[3], 以 γ 为分岔参数, 采用 Poincare 截面法可作出关于 x_3 的分岔图, 如图 1 所示. 从图中可以知道倍周期分岔是永磁同步电动机通向混沌的主要途径. 图 2 所示的相图是 $\gamma = 28$ 时系统典型的混沌吸引子.

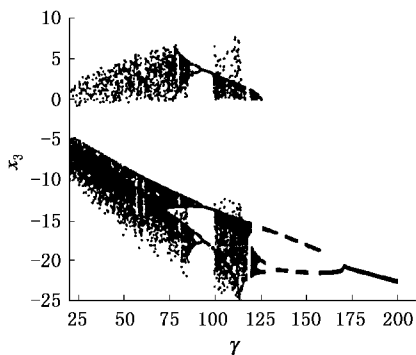


图 1 状态变量 x_3 的分岔图 γ 为分岔参数

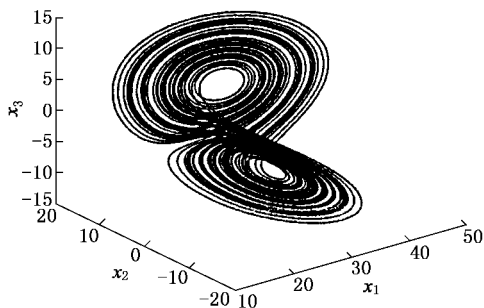


图 2 永磁同步电动机的混沌相图

当系统处于混沌运动时, 永磁同步电动机出现无规则的振荡, 转速忽高忽低, 这将严重危及电机转

动的稳定性, 甚至会引起机电系统的崩溃. 因此必须研究抑制或消除 PMSM 中的混沌运动的方法. 下面介绍我们用微分几何准确线性化方法对永磁同步电动机的混沌进行控制的研究结果.

3. 基于微分几何准确线性化的 PMSM 中混沌运动的控制

在系统 (1) 第一项中加入控制量 u , 选择转子的角速度为控制目标, 则可得到如下的控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 x_3 + u, \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1 x_3 + \gamma x_3, \\ \dot{x}_3 = \alpha(x_2 - x_3), \\ y = x_3 - \gamma_d, \end{cases} \quad (2)$$

其中 γ_d 是控制的目标角速度, 取恒定值, y 为系统角速度与目标角速度的差值. 若系统 (2) 满足准确线性化条件, 则可以通过坐标变换把系统 (2) 化为完全可控的线性系统, 那么当相应的线性系统输出值为零时可以使非线性系统 (2) 式控制到目标值. 下面首先论证 (2) 式满足准确线性化条件, 然后求出控制 PMSM 混沌的控制律.

3.1. PMSM 混沌控制系统的准确线性化条件

PMSM 混沌控制系统 (2) 是典型的单输入单输出 (SISO) 非线性系统, 为了便于分析, 可将其表示为如下的仿射非线性系统的标准式:

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u, \quad (3)$$

$$Y = \lambda(X), \quad (4)$$

式中 $X \in R^n$ 为状态变量; $u \in R^1$ 为控制量; f 和 g 为 R^n 上光滑向量场, 其中

$$f(X) = \begin{bmatrix} -x_1 + x_2 x_3 \\ -x_2 - x_1 x_3 + \gamma x_3 \\ \alpha(x_2 - x_3) \end{bmatrix},$$

$$g(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$Y \in R^1$ 为输出量, $\lambda(X)$ 为标量函数, 且 $\lambda(X) = x_3 - \gamma_d$.

根据微分几何准确线性化原理, 系统 (3) 满足以下两个条件^[10]:

1) 矩阵

$C = [g(X) \text{ ad}_f g(X) \dots \text{ ad}_f^{n-2} g(X) \text{ ad}_f^{n-1} g(X)]$, 对于在 X^0 附近的所有 X 其秩不变且等于 n .

2) 向量场的集合

$$D = \{g(X), ad_f g(X), ad_f^2 g(X), \dots, ad_f^{m-2} g(X)\}$$

在 $X = X^0$ 处是对合的, 那么就必然存在一个函数 $h(x)$, 使得在 $X = X^0$ 处该系统的关系度 r 等于系统的阶数 n , 即所给的系统可在 $X = X^0$ 的一个开集上被准确线性化为一个完全可控的线性系统.

下面, 用上述原理证明 PMSM 混沌控制系统可准确线性化的充分必要条件为 $\sigma x_3 \neq 0$.

事实上, 由系统 (3) 有

$$ad_f g(X) = \frac{\partial g(X)}{\partial X} f(X) - \frac{\partial f(X)}{\partial X} g(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ x_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$ad_f^2 g(X) = \frac{\partial (ad_f g(X))}{\partial X} f(X) - \frac{\partial f(X)}{\partial X} ad_f g(X) = \begin{bmatrix} 1 - x_3^2 \\ \sigma x_2 + (2 - \sigma)x_3 \\ -\sigma x_3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

则

$$\det C = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 - x_3^2 \\ 0 & x_3 & \sigma x_2 + (2 - \sigma)x_3 \\ 0 & 0 & -\sigma x_3 \end{vmatrix} = -\sigma x_3^2 \quad (7)$$

从而可知当 $\sigma x_3^2 \neq 0$ 即 $\sigma x_3 \neq 0$ 时 $\det C \neq 0$ 故 C 的秩为 3 等于系统阶数 n 条件 (1) 得到满足. 又有李括号

$$[g(X), ad_f g(X)] = \frac{\partial (ad_f g(X))}{\partial X} g(X) - \frac{\partial g(X)}{\partial X} ad_f g(X) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

零向量属于任何向量场的集合, 故集合 D 是对合的, 条件 (2) 得到满足. 因此, 系统 (3) 必然存在一个函数 $h(x)$, 使得在 $X = X^0 \in \{x_1, x_2, x_3\} \in R^3 \mid \sigma x_3 \neq 0$ 处该系统的关系度 r 等于系统阶数 3.

下面来验证 (4) 式所构造的输出函数 $\lambda(X)$ 就是函数 $h(x)$, 即验证函数 $\lambda(X)$ 使系统关系度满足 $r = n = 3$ 的条件. 为此, 对给定的系统, 首先计算系统的李导数, 然后利用其确定系统关系度.

$$\lambda(X) = x_3 - y_d, \quad (9)$$

$$L_g \lambda(X) = \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X} g(X) = 0, \quad (10)$$

$$L_f \lambda(X) = \frac{\partial \lambda(X)}{\partial X} f(X) = \alpha(x_2 - x_3), \quad (11)$$

$$L_g L_f \lambda(X) = \frac{\partial L_f \lambda(X)}{\partial X} g(X) = 0, \quad (12)$$

$$L_f^2 \lambda(X) = \frac{\partial L_f \lambda(X)}{\partial X} f(X) = -\sigma x_1 x_3 - (\sigma + \sigma^2)x_2 + (\sigma^2 + \gamma\sigma)x_3, \quad (13)$$

$$L_g L_f^2 \lambda(X) = \frac{\partial L_f^2 \lambda(X)}{\partial X} g(X) = -\sigma x_3, \quad (14)$$

因为 $\sigma x_3 \neq 0$, 取 (14) 式中 $L_g L_f^2 \lambda(X) \neq 0$, 所以根据关系度的定义^[11] 以及 (10) (12) 和 (14) 式可以证明, 由系统所构造的输出函数 $\lambda(X)$ 可使系统关系度 $r = n = 3$.

综合以上分析可知, PMSM 混沌控制系统在所有状态点 $X = X^0 \in \{x_1, x_2, x_3\} \in R^3 \mid \sigma x_3 \neq 0$ 处可准确线性化.

3.2. 求 PMSM 混沌系统控制律

由于 PMSM 混沌控制系统满足准确线性化条件, 因此可通过微分同胚的坐标转换把 PMSM 混沌控制系统 (2) 化为一个完全可控的线性系统, 即化为如下的布鲁诺夫斯基 (Brunovsky) 标准形式:

$$\dot{Z} = AZ + Bv, \quad (15)$$

其中坐标转换 Φ 为

$$Z = [z_1, z_2, z_3]^T = [\Phi_1(X), \Phi_2(X), \Phi_3(X)]^T = [\lambda(X), L_f \lambda(X), L_f^2 \lambda(X)]^T, \quad (16)$$

把 (9) (11) (13) 式代入 (16) 式, 得到坐标变换式为

$$Z = \begin{cases} z_1 = \Phi_1(X) = \lambda(X) = x_3 - y_d, \\ z_2 = \Phi_2(X) = L_f \lambda(X) = \alpha(x_2 - x_3), \\ z_3 = \Phi_3(X) = L_f^2 \lambda(X) = -\sigma x_1 x_3 - (\sigma + \sigma^2)x_2 + (\sigma^2 + \gamma\sigma)x_3, \end{cases} \quad (17)$$

$$(15) \text{ 式中 } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ 在新坐标系下}$$

的 PMSM 混沌控制系统状态反馈律为^[10]

$$u = \frac{-L_f^3 \lambda(X) + v}{L_g L_f^2 \lambda(X)}, \quad (18)$$

(18) 式中

$$L_f^3 \lambda(X) = \frac{\partial L_f^2 \lambda(X)}{\partial X} f(X) = [-\sigma x_3 - \sigma - \sigma^2 - \sigma x_1 + \sigma\gamma + \sigma^2] f(X) = \sigma^3(x_2 - x_3) + \sigma^2(2x_1 x_3 + x_2 - x_1 x_2 + \gamma x_2 - 2\gamma x_3) + \alpha(2x_1 x_3 - x_2 x_3^2 + x_2 - \gamma x_3). \quad (19)$$

可以看到, PMSM 混沌控制系统的控制量 u 与被准确线性化了的系统 (15) 的控制量 v 之间有 (18) 式所示的关系, 因为 $L_g L_f^2 \lambda(X), L_f^3 \lambda(X)$ 可由 (14) 和 (19) 式确定, 所以 (18) 式中的 v 一旦确定, 控制量 u 也随之确定, 为了使 PMSM 混沌控制系统有良好的稳定和动态性能, 可运用二次型性能指标线性最优控制设计方法得到最优控制律 $v^{[12]}$, 即

$$v = v^* = -R^{-1} B^T P^* Z = -K^* Z, \quad (20)$$

这里 $K^* = R^{-1} B^T P^*$ 为最优反馈增益矩阵; P^* 为黎卡梯 (Riccati) 矩阵方程

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (21)$$

的解, 其中 Q 为正定或半正定的权矩阵, R 为正定

的权矩阵. 本文取 $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = 1$. 把 $A, B,$

Q, R 的值代入 (21) 式解得

$$P^* = P = \begin{bmatrix} 2.4142 & 2.4142 & 1.0000 \\ 2.4142 & 4.8284 & 2.4142 \\ 1.0000 & 2.4142 & 2.4142 \end{bmatrix},$$

$$K^* = [1.0000 \quad 2.4142 \quad 2.4142],$$

即

$$k_1^* = 1.0000, k_2^* = 2.4142, k_3^* = 2.4142.$$

所以求得

$$v = -K^* Z = -k_1^* z_1 - k_2^* z_2 - k_3^* z_3, \quad (22)$$

把 (14) (17) (19) 和 (22) 式代入 (18) 式得到 PMSM 混沌控制系统 (2) 的控制律 u 为

$$\begin{aligned} u = & \frac{1}{-\sigma x_3} (-(\sigma^3(x_2 - x_3) + \sigma^2(2x_1 x_3 \\ & + x_2 - x_1 x_2 + \gamma x_2 - 2\gamma x_3)) \\ & + \alpha(2x_1 x_3 - x_2 x_3^2 + x_2 - \gamma x_3)) \\ & - 1.(\alpha(x_3 - y_d) - 2.414\alpha(x_2 - x_3)) \\ & - 2.414\alpha(-\sigma x_1 x_3 - (\sigma + \sigma^2)x_2 \\ & + (\gamma\sigma + \sigma^2)x_3)), \end{aligned}$$

最终的控制律是系统状态量的非线性函数, 在实际设计中需测量电动机 d, q 轴定子电流以及转子机械角速度, 这些值在实际系统易于测量, 因此对 PMSM 混沌系统的控制是可以实现的.

4. 系统仿真研究

为了验证本文采用的控制策略的有效性及其优越

性, 对 PMSM 混沌系统的状态反馈准确线性化控制方法进行仿真, 同时把仿真结果与传统近似线性化方法的控制结果进行对比. 传统近似线性化控制方法是将非线性系统在某一平衡点处加以线性化, 然后用线性系统理论进行分析. PMSM 混沌系统的近似线性状态反馈控制策略简述如下: 在 PMSM 混沌系统 (1) 第三式中加入状态反馈控制项 $u' = k(x_3 - y_d)$, 当反馈增益 k 的取值使得 PMSM 混沌控制系统在平衡点的 Jacobi 矩阵特征值的实部小于零时可控制到恒定目标转速 y_d . 这种控制方法的弊端是在对平衡点求 Jacobi 矩阵时忽略了平衡点泰勒展开式的高阶项, 当控制目标不在平衡点的小邻域内时, 控制结果会出现误差, 而且控制目标值离平衡点越远, 误差就会越大. 而对于准确线性化控制方法, 其线性化过程中没有忽略任何高阶非线性项, 控制目标可以是任意点 $X^0 = X \in \{ (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid \sigma x_3 \neq 0 \}$. 因此相对传统近似线性化控制策略, 准确线性化控制方法能够更好地适应 PMSM 状态大范围的变化, 能够使控制系统有更好的动态性能和更高的稳定性. 仿真时, PMSM 系统参数取 $\sigma = 5.46, \gamma = 20^{[8,9]}$, 近似线性化状态反馈增益取 $k = -14$. 为了保证对比的有效性, 我们选择系统非零不稳定平衡点作为线性化的状态点 X^0 , 在时间 $t = 35s$ 时加入控制. 当所选的控制目标为系统的非零平衡点, 即 $y_d = \sqrt{\gamma - 1}^{[3]}$ 时, 两种控制策略都可以实现目标态的控制; 当所选的控制目标远离系统的平衡点时, 例如 $y_d = 1$, 准确线性化控制方法仍然能使系统被控制到目标转速 $x_3 = 1$, 而近似线性化控制方法的控制结果为 $x_3 = 1.8211$, 误差超过 80%. 控制仿真结果如图 1, 2 所示. 图中实线和虚线分别表示微分几何准确线性化方法和传统近似线性化方法控制的动态响应曲线.

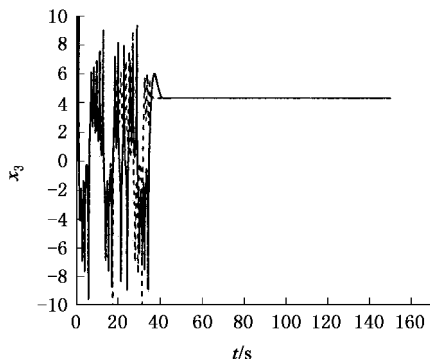


图3 目标为系统平衡点的控制结果

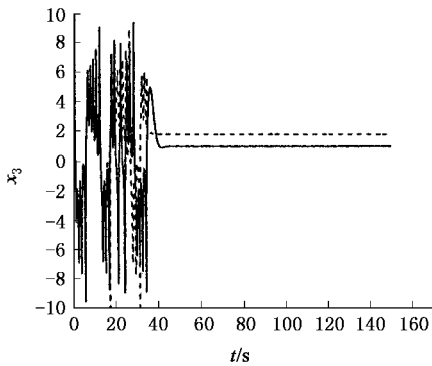


图 4 目标为远离系统平衡点的控制结果

5. 结 论

近 20 年来,微分几何理论在非线性控制系统的应用中得到快速发展,本文首先基于微分几何控制理论推导出 PMSM 混沌运动系统的状态反馈准确线性化控制律,然后利用其对 PMSM 中的混沌运动进行控制,最后对被控制系统进行控制仿真.研究结果表明:该控制策略不仅行之有效,还克服了传统状态反馈近似线性化控制中动态性能差、稳定性不高等缺点.本文的研究结果对微分几何理论在电机传动系统的混沌控制的应用将起到一定的促进作用.

- [1] Chen J H ,Chau K T , Chan C C 1999 *Int. J. Elect.* **86** 857
- [2] Hemati N , Kwatny H 1993 In :*Proceeding of the 32nd Conference on Decision and Control* , San Antonio ,Texas ,December 475
- [3] Zhang B , Li Z , Mao Z Y *et al* 2000 *J. South China Univ. Tech.* **28** 125
- [4] Zhang B , Li Z , Mao Z Y 2001 *Control Theory Appl.* **18** 589(in Chinese) 张 波、李 忠、毛宗源 2001 控制理论与应用 **18** 589]
- [5] Tong P Q 1995 *Acta Phys. Sin.* **44** 169(in Chinese) 童培庆 1995 物理学报 **44** 169]
- [6] Luo X S , Wang B H 2001 *Chin Phys.* **10** 17
- [7] Luo X S , Fang J Q , Wang L H 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 2196(in Chinese) 罗晓曙、方锦清、王力虎 1999 物理学报 **48** 2196]
- [8] Li Z , Zhang B , Mao Z Y 2002 *Control Theory Appl.* **18** 53(in Chinese) 李 忠、张 波、毛宗源 2002 控制理论与应用 **18** 53]
- [9] Ren H P , Liu D , Li J 2003 *Proc. CSEE.* **23** 175(in Chinese) 任海鹏、刘 丁、李 洁 2003 中国电机工程学报 **23** 175]
- [10] Lu Q , Sun Y Z 1993 *Nonlinear control of electric power system* (Beijing Science Press)p48 ,59(in Chinese) 卢 强、孙元章 1993 电力系统非线性控制(北京 科学出版社)第 48 ,59 页]
- [11] Gao J F ,Luo X J ,Ma X K 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 839(in Chinese) 高金峰、罗先觉、马西奎 2000 物理学报 **48** 2196]
- [12] Lu Q , Han Y D 1982 *Optimal control of transmit electricity system* (Beijing Science Press)p88(in Chinese) 卢 强、韩英铎 1982 输电系统最优控制(北京 科学出版社)第 88 页]

Controlling chaos in permanent magnet synchronous motor based on the differential geometry method^{*}

Wei Du-Qu¹⁾ Luo Xiao-Shu^{1)†} Fang Jin-Qing²⁾ Wang Bing-Hong³⁾

1) *College of Physics and Information Technology, Guangxi Normal University, Guilin 541004, China*

2) *China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China*

3) *Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

(Received 17 May 2005 ; revised manuscript received 17 June 2005)

Abstract

Recent investigation has shown that the permanent magnet synchronous motor (PMSM) may have chaotic behaviors for certain values of parameters or under certain working conditions, which threatens the secure and stable operation of motor-driven. Hence, it is important to study methods of controlling or suppressing chaos in PMSM. Using the exact linearization theory of differential geometry, a law of controlling chaos in PMSM is deduced in this paper, and then, the process of controlling is simulated and analyzed. Theoretical analysis and simulation results show that the deduced control law is effective and its control property is better than that of other methods. Our results may help to maintain the system's secure operation.

Keywords : chaos control, differential geometry, exact linearization, permanent magnet synchronous motor

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10247005, 70571017), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 70431002), and the Guangxi New Century Foundation for Ten, Hundred and Thousand Talents (Grant No. 2002226).

[†]Corresponding author. E-mail: lx@mailbox.gxnu.edu.cn