

耦合发电机系统的自适应控制与同步^{*}

王兴元[†] 武相军

(大连理工大学电子与信息工程学院, 大连 116024)
(2005 年 12 月 20 日收到 2006 年 3 月 25 日收到修改稿)

讨论了耦合发电机系统的自适应控制和参数未知时的自适应同步问题. 设计了自适应控制器, 将耦合发电机系统的混沌轨道镇定到平衡点, 并使得两个参数未知的耦合发电机系统达到了混沌同步. 数值模拟验证了所设计的控制器的有效性.

关键词: 耦合发电机系统, 自适应控制, 平衡点, 同步

PACC: 0545, 0555

1. 引言

1990 年, 美国马里兰大学物理学家 Ott, Grebogi 和 Yorke 通过参数微扰法(即 OGY 法)成功地控制了混沌^[1], Pecore 和 Carroll 又提出了混沌同步方案^[2]. 由于混沌控制及同步在信息科学、医学、生物、工程等领域具有很大的应用潜力及发展前景, 引起了人们的广泛关注与兴趣, 科学工作者在理论和实验上都已做了大量的工作^[3-7]. 混沌控制, 研究的是将混沌系统控制到周期轨道或平衡点, 典型的控制方法有 OGY 法、反馈控制方法、自适应控制方法、滑膜变结构控制方法、模糊控制方法、反控制方法等^[1, 8-14]. 混沌同步, 研究的是如何使两个混沌系统达到同步, 典型的同步方法有 PC 法、反馈法、观测器法、神经网络控制法、T-S 模糊模型法等^[2, 15-18]. 就目前混沌控制方法论的发展所取得的成就而言, 上述方法并不是对所有混沌系统的控制或同步都有效, 不同的方法有各自的优缺点, 具体情况要具体分析. 为此, 本文设计了自适应控制器, 成功地将耦合发电机系统的混沌轨道控制到平衡点上, 并实现了两个参数未知的耦合发电机系统的混沌同步.

2. 系统分析

耦合发电机系统由一个具有混沌特征的三维自

治方程组

$$\begin{cases} \dot{x} = -\mu x + y(z + \alpha), \\ \dot{y} = -\mu y + x(z - \alpha), \\ \dot{z} = 1 - xy, \end{cases} \quad (1)$$

来描述, 它是由连接在一起的两台发电机组成, 其中任何一台发电机都处于另一台发电机产生的电流所形成的磁场之中^[19, 20]. (1) 式中 μ 和 α 是正的控制参数. 当 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 时, 系统出现混沌行为, 图 1 所示为系统 (1) 的混沌吸引子及其二维投影. 由图 1 可见, 系统 (1) 的混沌吸引子除具有低维混沌吸引子的一般特点外, 还具有其独特之处: 吸引子的二维投影具有更复杂的折叠和拉伸轨线, 这说明系统 (1) 在局部上比低维混沌系统具有更强的不稳定性, 这使得对系统 (1) 的控制难度大大增加了.

令

$$\begin{cases} -\mu x + y(z + \alpha) = 0, \\ -\mu y + x(z - \alpha) = 0, \\ 1 - xy = 0. \end{cases} \quad (2)$$

求解方程 (2), 可得系统 (1) 的两个平衡点: $S_1(\beta_1, \beta_2, \gamma)$, $S_2(-\beta_1, -\beta_2, \gamma)$. 这里 $\beta_1 = \sqrt{(\gamma + \alpha)\mu}$, $\beta_2 = \sqrt{(\gamma - \alpha)\mu}$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 + \mu^2}$.

命题 1 当参数 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 时, 系统 (1) 的平衡点 S_1 是临界稳定的.

证明: 在平衡点 S_1 处, 系统 (1) 的 Jacobi 矩阵为

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60573172)和辽宁省教育厅高等学校科学技术研究项目(批准号: 20040081)资助的课题.

[†] E-mail: wangxy@dlut.edu.cn

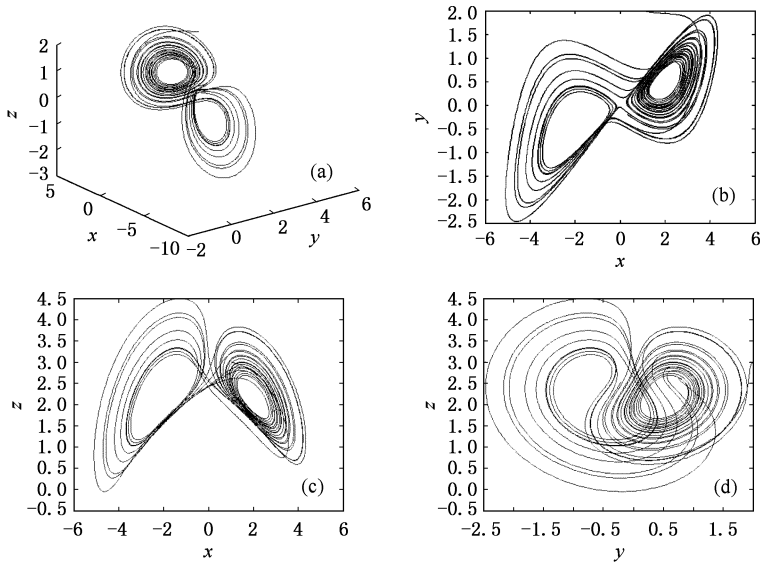


图1 系统(1)的混沌吸引子及其二维投影 (a)混沌吸引子 (b)吸引子在 $x-y$ 平面上的投影 (c)吸引子在 $x-z$ 平面上的投影 (d)吸引子在 $y-z$ 平面上的投影

$$J(S_1) = \begin{pmatrix} -\mu & \gamma + \alpha & \beta_2 \\ \gamma - \alpha & -\mu & \beta_1 \\ -\beta_2 & -\beta_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -\mu x + y(z + \alpha), \\ \dot{y} = -\mu y + x(z - \alpha), \\ \dot{z} = 1 - xy + u. \end{cases} \quad (3)$$

$J(S_1)$ 的特征方程为

$$\lambda^3 + 2\mu\lambda^2 + (\alpha^2 + \mu^2 + \beta_1^2 - \beta_2^2 - \gamma^2)\lambda + (\mu\beta_1^2 + \mu\beta_2^2 + 2\gamma) = 0.$$

令 $p_1 = 2\mu$, $p_2 = \alpha^2 + \mu^2 + \beta_1^2 + \beta_2^2 - \gamma^2$, $p_3 = \mu\beta_1^2 + \mu\beta_2^2 + 2\gamma$. 当 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 时, 有 $p_1 p_2 = p_3$, 根据 Routh-Hurwitz 判据^[21], 可知平衡点 S_1 临界稳定.

命题 2 当参数 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 时, 系统(1)的平衡点 S_2 是临界稳定的.

证明: 在平衡点 S_2 处, 系统(1)的 Jacobi 矩阵为

$$J(S_2) = \begin{pmatrix} -\mu & \gamma + \alpha & \beta_2 \\ \gamma - \alpha & -\mu & -\beta_1 \\ \beta_2 & \beta_1 & 0 \end{pmatrix},$$

$J(S_2)$ 的特征方程为

$$\lambda^3 + 2\mu\lambda^2 + (\alpha^2 + \mu^2 + \beta_1^2 - \beta_2^2 - \gamma^2)\lambda + (2\alpha + \mu\beta_1^2 - \mu\beta_2^2) = 0.$$

令 $p_1 = 2\mu$, $p_2 = \alpha^2 + \mu^2 + \beta_1^2 - \beta_2^2 - \gamma^2$, $p_3 = 2\alpha + \mu\beta_1^2 - \mu\beta_2^2$. 当 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 时, 有 $p_1 p_2 = p_3$, 根据 Routh-Hurwitz 判据^[21], 可知平衡点 S_2 临界稳定.

3. 自适应控制

系统(1)的受控形式为

(3) 式中的控制器 u 可使混沌系统的轨道镇定到平衡点 S_1 或 S_2 . 取 $u = -k(z - \bar{z})$, k 是正的反馈增益. 则(3)式变为

$$\begin{cases} \dot{x} = -\mu x + y(z + \alpha), \\ \dot{y} = -\mu y + x(z - \alpha), \\ \dot{z} = 1 - xy - k(z - \bar{z}). \end{cases} \quad (4)$$

系统(4)在平衡点 $S(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 处的 Jacobi 矩阵为

$$J(S) = \begin{pmatrix} -\mu & \bar{z} + \alpha & \bar{y} \\ \bar{z} - \alpha & -\mu & \bar{x} \\ -\bar{y} & -\bar{x} & -k \end{pmatrix},$$

其特征方程为

$$\lambda^3 + (2\mu + k)\lambda^2 + (\alpha^2 + \mu^2 + 2\mu k + \bar{x}^2 + \bar{y}^2 - \bar{z}^2)\lambda + (\mu^2 k + \alpha^2 k - \bar{z}^2 k + \mu\bar{x}^2 + \mu\bar{y}^2 + 2\bar{z}) = 0. \quad (5)$$

3.1. 镇定到平衡点 S_1 和 S_2

命题 3 若取 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 并且 $k > 0$, 则受控系统(4)渐进稳定地趋于平衡点 S_1 或 S_2 .

证明: 将平衡点 $S_1(\beta_1, \beta_2, \gamma)$ 或 $S_2(-\beta_1, -\beta_2, \gamma)$ 的坐标代入(5)式, 整理后可得特征方程如下:

$$\lambda^3 + (2\mu + k)\lambda^2 + (\alpha^2 + \mu^2 + 2\mu k + \beta_1^2 + \beta_2^2 - \gamma^2)\lambda + (\mu^2 k + \alpha^2 k$$

$$-\gamma^2 k + \mu\beta_1^2 + \mu\beta_2^2 + 2\gamma) = 0. \quad (6)$$

令

$$\begin{cases} \theta_1 = 2\mu + k, \\ \theta_2 = \alpha^2 + \mu^2 + 2\mu k + \beta_1^2 \\ \quad + \beta_2^2 - \gamma^2, \\ \theta_3 = \mu^2 k + \alpha^2 k - \gamma^2 k + \mu\beta_1^2 \\ \quad + \mu\beta_2^2 + 2\gamma. \end{cases} \quad (7)$$

选取 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$ 且 $k > 0$ 由 (7) 式可以得出 $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0, \theta_3 > 0$ 和 $\theta_1\theta_2 > \theta_3$. 根据 Routh-Hurwitz 判据^[21]可知, 此时特征方程 (6) 的实特征根和复特征根的实部均为负值, 故受控系统 (4) 渐进稳定地趋于平衡点 S_1 或 S_2 .

3.2. 混沌控制的数值模拟

为使耦合发电机系统 (1) 处于混沌状态, 选取参数 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$. 选取时间步长为 $\tau = 0.002$ s, 采用四阶 Runge-Kutta 法去求解方程 (4), 作者利用自适应方法研究了耦合发电机系统的混沌控制, 图 2

为模拟结果. 其中图 2(a)–(c) 给出了当选取受控系统 (4) 的初始点为 $x(0) = 1, y(0) = 2$ 和 $z(0) = 3$, 取 $k = 5$ 时, 受控系统 (4) 镇定到平衡点 $S_1(2.0117, 0.4971, 2.1471)$ 上的结果; 图 2(d)–(f) 给出了初始点为 $x(0) = 3, y(0) = 4$ 和 $z(0) = 0$. 取 $k = 2$ 时, 受控系统 (4) 镇定到平衡点 $S_2(-2.0117, -0.4971, 2.1471)$ 上的结果. 由图 2(a)–(c) 可见: 当 t 接近 13 s、8 s 和 10 s 时, $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 分别稳定到了 2.0117、0.4917 和 2.1471, 即受控系统 (4) 被镇定到 $S_1(2.0117, 0.4971, 2.1471)$ 上; 由图 2(d)–(e) 和 (f) 可见: 当 t 接近 18 s、16 s 和 22 s 时, $x(t), y(t)$ 和 $z(t)$ 分别稳定到了 $-2.0117, -0.4917$ 和 2.1471, 即受控系统 (4) 被镇定到 $S_2(-2.0117, -0.4971, 2.1471)$ 上. 图 3 为上述自适应控制过程中控制量 u 随时间的变化曲线. 由图 3(a) 和 (b) 可见, 控制量 u 分别经约 22 s 和 36 s 的大幅波动后, 基本稳定在零点附近, 这说明在很小的控制量 u 的作用下受控系统 (4) 即可被镇定到平衡点 S_1 或 S_2 上.

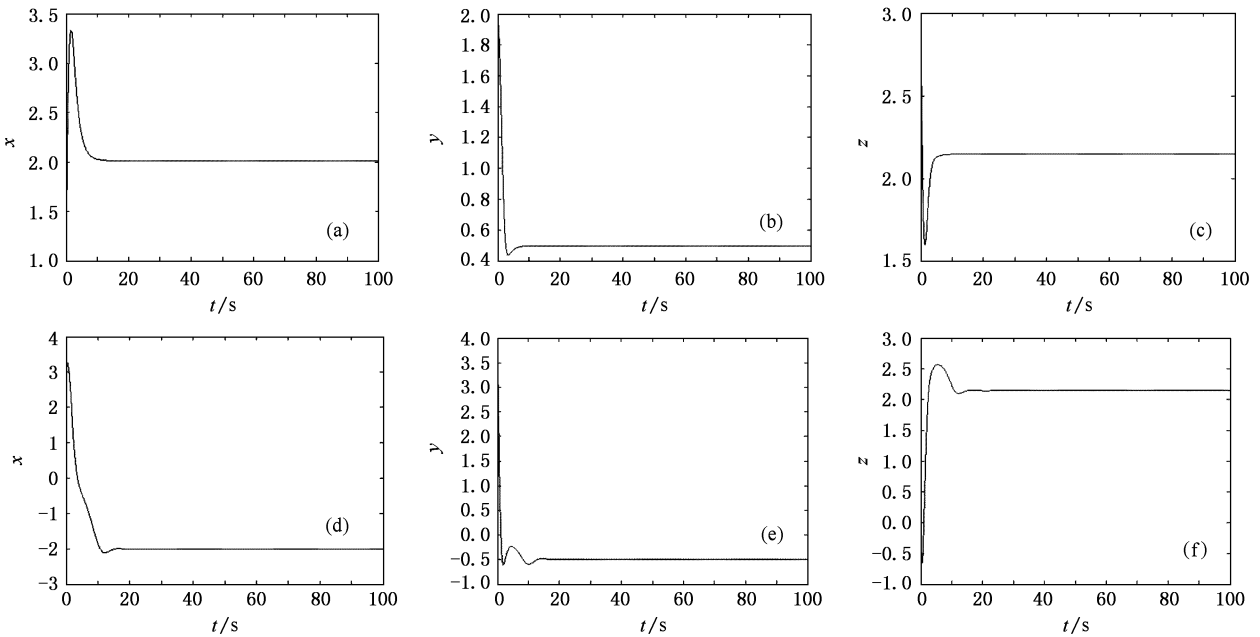


图 2 利用自适应方法镇定系统 (1) 到平衡点上的模拟结果 (a) 镇定到点 $S_1, x(t)$ 的变化曲线; (b) 镇定到点 $S_1, y(t)$ 的变化曲线; (c) 镇定到点 $S_1, z(t)$ 的变化曲线; (d) 镇定到点 $S_2, x(t)$ 的变化曲线; (e) 镇定到点 $S_2, y(t)$ 的变化曲线; (f) 镇定到点 $S_2, z(t)$ 的变化曲线

4. 自适应同步

4.1. 自适应同步控制器的设计

定义驱动系统为

响应系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\mu x_1 + y_1(z_1 + \alpha), \\ \dot{y}_1 = -\mu y_1 + x_1(z_1 - \alpha), \\ \dot{z}_1 = 1 - x_1 y_1. \end{cases} \quad (8)$$

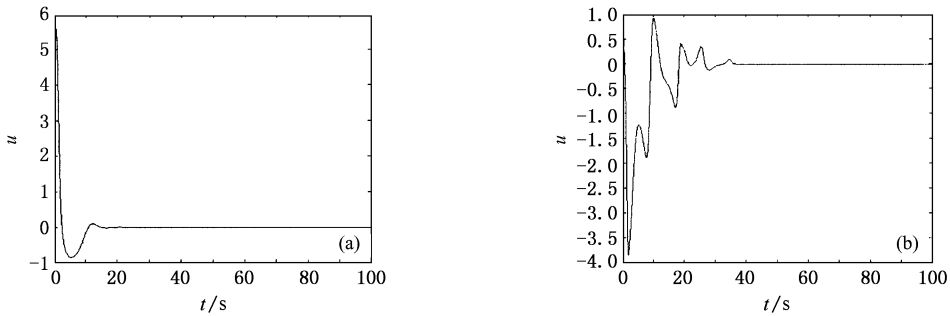


图3 自适应控制过程中控制量 u 随时间的变化曲线 (a) 镇定到点 S_1 (b) 镇定到点 S_2

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -\mu x_2 + y_2(z_2 + \alpha) - \mu, \\ \dot{y}_2 = -\mu y_2 + x_2(z_2 - \alpha), \\ \dot{z}_2 = 1 - x_2 y_2. \end{cases} \quad (9)$$

(9) 式中 u 为控制输入, 它可以使得在参数 μ 和 α 未知的情况下, 驱动系统 (8) 与响应系统 (9) 达到同步. 定义状态误差为 $e_1 = x_2 - x_1$, $e_2 = y_2 - y_1$ 和 $e_3 = z_2 - z_1$, 故可得到如下误差系统:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -\mu e_1 + y_2 z_2 - y_1 z_1 + \alpha e_2 - u, \\ \dot{e}_2 = -\mu e_2 + x_2 z_2 - y_1 z_1 - \alpha e_1, \\ \dot{e}_3 = -x_2 y_2 + x_1 y_1. \end{cases} \quad (10)$$

若 $t \rightarrow \infty$ 时, 有 $\|e\| \rightarrow 0$, 这里 $e(t) = (e_1(t), e_2(t), e_3(t))$, 则驱动系统 (8) 与响应系统 (9) 可达到同步. 设计自适应控制器为

$$\begin{cases} u = k e_1, \\ \dot{k} = \beta e_1^2, \end{cases} \quad (11)$$

式中 k 为估计反馈增益, 且 $k(0) = 0$; $\beta > 0$, 改变 β 的值可以适当调整自适应的速度. 故受控误差系统可以表述为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -\mu e_1 + y_2 z_2 - y_1 z_1 + \alpha e_2 - k e_1, \\ \dot{e}_2 = -\mu e_2 + x_2 z_2 - y_1 z_1 - \alpha e_1, \\ e_3 = -x_2 y_2 + x_1 y_1, \\ \dot{k} = \beta e_1^2. \end{cases} \quad (12)$$

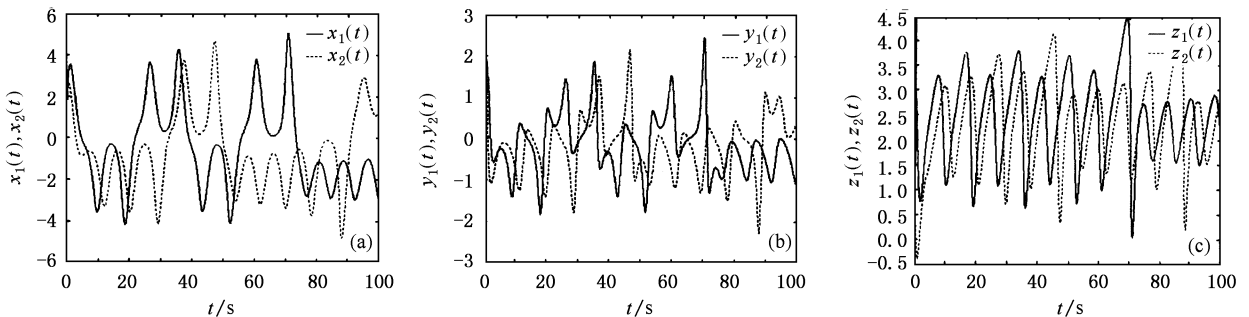


图4 未加控制时系统 (8) 和 (9) 从不同的初始点出发的轨道随时间的变化 (a) $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的变化曲线 (b) $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 的变化曲线; (c) $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 的变化曲线

定理 1 当 $\mu \geq 1, k = k^* > (z_1 + z_2)^2 / 4 - \mu$ 时, 误差系统 (12) 渐进稳定.

证明 取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} [e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \frac{1}{\beta} (k - k^*)^2], \quad (13)$$

式中 $k^* > 0, k^*$ 是 k 的估计值. 对 (13) 式求导, 再由 (12) 式可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + (k - k^*) \dot{k} \\ &= - \left[\mu + k^* - \frac{(z_1 + z_2)^2}{4} \right] e_1^2 \\ &\quad - (\mu - 1) e_2^2 - \left[\frac{(z_1 + z_2)}{2} e_1 - e_2 \right]^2. \end{aligned}$$

当 $\mu \geq 1$, 且 $k = k^* > (z_1 + z_2)^2 / 4 - \mu$ 时, 有 $\dot{V} < 0$. 由 Lyapunov 稳定性理论知, 误差系统 (12) 渐进稳定.

4.2. 混沌同步的数值模拟

选取时间步长为 $\tau = 0.002$ s, 采用四阶 Runge-Kutta 法去求解方程 (8) 和 (9), 作者研究了驱动系统 (8) 与响应系统 (9) 的同步, 其中驱动系统 (8) 与响应系统 (9) 的初始点分别选取为: $x_1(0) = 1, y_1(0) = 2$ 和 $z_1(0) = 3, x_2(0) = 2, y_2(0) = 3$ 和 $z_2(0) = 1$. 为使驱动系统 (8) 处于混沌状态, 选取参数 $\mu = 1$ 和 $\alpha = 1.9$. 选取响应系统 (9) 中控制器的参数 $\beta = 5$.

未施加控制,即 $u = 0$ 时,由图 4 可见:系统(8)与(9)的轨道毫不相干.利用了控制器(11),所得驱动系统(8)和响应系统(9)的同步过程模拟结果如图 5 所示,由图 5(a)(b)和(c)可见:当 t 接近 35 s、36 s 和 34 s 时,驱动系统(8)与响应系统(9)的 $x_1(t)$ 和

$x_2(t)$ 、 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 、 $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 分别达到了同步.图 6 为控制输入 u 随时间的变化曲线.由图 6 可见,控制输入 u 经约 36 s 的大幅波动后,基本稳定在零点附近,即在很小的控制输入 u 的作用下系统(8)和系统(9)即可达到同步.

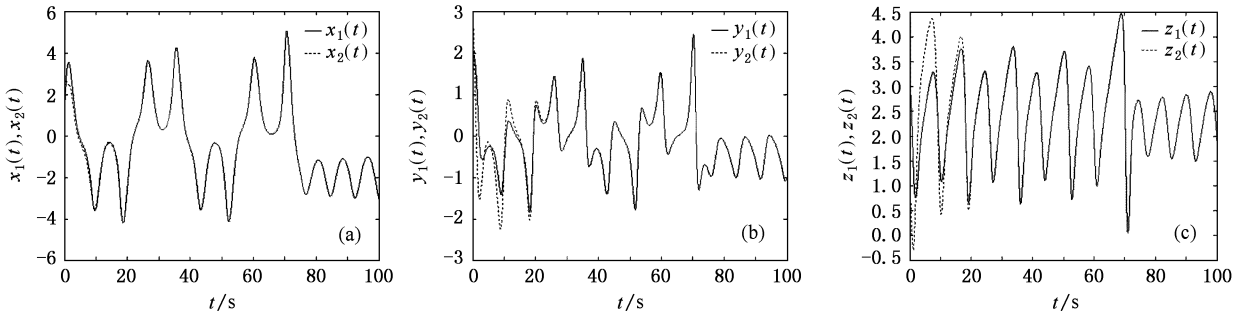


图 5 控制器式(11)的作用下系统(8)和系统(9)的同步过程模拟结果 (a) $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的变化曲线 (b) $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 的变化曲线; (c) $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 的变化曲线

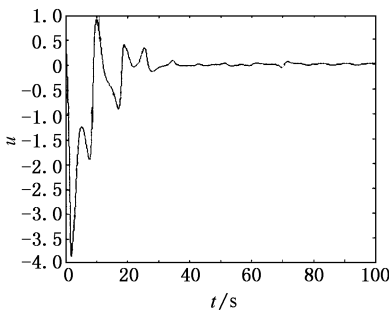


图 6 系统(8)和系统(9)的同步过程中控制输入 u 随时间的变化曲线

5. 结 论

本文讨论了耦合发电机系统的自适应控制与同步问题.设计了自适应控制器,并成功地将耦合发电机系统的混沌轨道镇定到平衡点.

传统的同步方法要求精确已知混沌系统参数,而实际的混沌系统,系统参数往往是未知的.为此,本文设计了自适应同步控制器,使得两个参数未知的耦合发电机系统达到了混沌同步.

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [2] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [3] Chen G, Dong X 1998 *From Chaos to Order: Methodologies, Perspectives and Applications* (Singapore: World Scientific) chapt. 1
- [4] Wang G R, Yu X L, Chen S G 2001 *Chaotic Control, Synchronization and Utilizing* (Beijing: National Defence Industry Press) chapt. 7 (in Chinese)[王光瑞、于熙龄、陈式刚 2001 混沌的控制、同步与利用(北京:国防工业出版社)第七章]
- [5] Guan X P, Fan Z P, Chen C L, Hua C C 2002 *Chaotic Control and its Application on Secure Communication* (Beijing: National Defence Industry Press) chapt. 9 (in Chinese)[关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用(北京:国防工业出版社)第九章]
- [6] Chen G R, Lü J H 2003 *Dynamical Analyses, Control and Synchronization of the Lorenz system family* (Beijing: Science Press) chapt. 2 (in Chinese)[陈关荣、吕金虎 2003 Lorenz 系统族的动力学分析、控制与同步(北京:科学出版社)第二章]
- [7] Wang X Y 2003 *Chaos in the Complex Nonlinearity System* (Beijing: Electronics Industry Press) chapt. 2 (in Chinese)[王兴元 2003 复杂非线性系统中的混沌(北京:电子工业出版社)第二章]
- [8] Vassiliadis D 1994 *Physica D* 1994 **71** 319
- [9] Hwang C, Chow H, Wang Y 1996 *Physica D* **92** 95
- [10] Zlateva P 1996 *Control Eng. Practice* **4** 1023
- [11] Hwang C, Hsieh J 1997 *Chaos, Solitons Fract.* **8** 1507
- [12] Tian Y, Gao F 1998 *Physica D* **117** 1
- [13] Pavlica V, Petrovacki D 1999 *Fuzzy Sets and Systems* **101** 41
- [14] Wang X, Chen G, Yu X 2000 *Chaos* **10** 771
- [15] Liu F, Ren Y, Shan X M, Qiu Z L 2002 *Chaos, Solitons Fract.* **13** 723
- [16] Morgul Ö, Solak E 1996 *Phys. Rev. E* **54** 4803
- [17] Jiang G P, Wang S P 2000 *Journal on Communications* **21** 79 (in Chinese)[蒋国平、王锁萍 2000 通信学报 **21** 79]
- [18] Wang Y W, Guan Z H, Wang H O 2003 *Phys. Lett. A* **320** 154
- [19] Agiza H N 2002 *Chaos, Solitons Fract.* **13** 341

- [20] Agiza H N 2004 *Int. J. Modern Phys. C* **15** 873 国仲 1993 自动控制原理(合肥:中国科学技术大学出版社)
- [21] Pang G Z 1993 *The principles of control*(Hefei : The university of science and technology of China Press) chapt. 3 (in Chinese)[庞 第三章]

Adaptive control and synchronization of a coupled dynamo system *

Wang Xing-Yuan[†] Wu Xiang-Jun

(*School of Electronic & Information Engineering , Dalian University of Technology , Dalian 116024 , China*)

(Received 20 December 2005 ; revised manuscript received 25 March 2006)

Abstract

This paper addresses the adaptive control and synchronization of the coupled dynamo system with unknown system parameters. Adaptive controller is developed to suppress chaos to equilibrium points and realize synchronization of two identical coupled dynamo systems with unknown system parameters. Numerical simulations are employed to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords : coupled dynamo system , adaptive control , equilibrium point , synchronization

PACC : 0545 , 0555

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 60573172) and the Superior University Science Technology Research Project of Liaoning Province(Grant No. 20040081).

[†] E-mail : wangxy@dlut.edu.cn