

# 物体内部三维位移场分析的数字图像相关方法<sup>\*</sup>

汪 敏 胡小方<sup>†</sup> 伍小平

(中国科学技术大学,中国科学院材料力学行为和设计重点实验室,合肥 230026)

(2005 年 12 月 21 日收到,2006 年 1 月 16 日收到修改稿)

提出了物体内部三维位移场的数字图像相关分析方法,对物体变形前后,或连续变形的两个相邻状态的内部三维结构的数字图像,通过相关运算获得三维位移场.文中给出了三维相关法的体搜索窗口、相关函数及亚像素运算的相关系数拟合函数.数字模拟结果证明了三维相关法的正确性及可靠性.位移计算精度为 0.02 像素.

关键词:数字图像相关,三维相关,亚像素

PACC:0760,4255H,4230V

## 1. 引 言

物体变形前后的数字图像含有大量的信息,从图像中如何获取有用信息一直以来为学者们所关注<sup>[1-3]</sup>.其中数字图像相关(Digital Image Correlation, DIC)法<sup>[4,5]</sup>即为在数字图像中提取位移及变形信息的一种重要方法.近几年来,国内外众多学者对数字图像相关法进行了大量研究,使得该方法已日趋完善和成熟.数字图像相关法直接利用变形前后数字图像的灰度变化来测量被测物体表面的位移和变形场.因其具有非接触、全场等优点,得到了广泛的应用.如掌纹图像相关匹配的重重复定位技术<sup>[6]</sup>,光流计算<sup>[7]</sup>等.

由上可知,目前数字图像相关方法的应用都是基于对被测物体的表面检测,因此它属于二维的表面检测,不能用于物体内部结构的三维位移及变形分析.近年来,随着无损检测 CT 技术的极大发展,国内外学者对不同物质进行了许多研究,如压缩过程中泡沫铝材料的检测<sup>[8]</sup>,烧结过程中陶瓷颗粒演化的检测<sup>[9]</sup>等等.这些工作都表明了在不同场(如力场、温度场及电磁场等)中获得物质内部微结构的演化图像成为可能.但是应用 CT 技术获取物质在不同场中的内部微结构演化图像不是最终目的,最终目的是利用这些重建图像来建立或修正反映物质内在演化规律或机理的模型.这样就使得如何从这些

物质内部微结构重建图像中提取有用信息成为新的研究问题.同时,无论物质在力场、温度场还是其他场的作用下,获取其内部微结构的位移场及变形场有着重要的意义和价值.且这些位移场及变形场已不是二维场所能描述的.鉴于此,目前的数字图像相关(二维相关)已不能满足这些位移场及变形场的分析,因此,有必要发展出数字图像三维相关法来满足这一要求.

综上所述,为了检测物体内部微结构的三维位移及变形场,本文首次提出了数字图像三维相关法的思想及原理,给出了三维相关法的计算窗口、相关函数以及亚像素运算的曲面拟合函数,并且对三维相关法进行了数值模拟验证,其结果证实了三维相关的可行性及可靠性.

## 2. 数字图像相关的基本原理

数字图像相关指对被测物体变形前后的两幅图像进行相关运算,获得物体的位移场及变形场.这里的位移场及变形场一般是指物体的表面.其运算过程如下:在变形前的图像中,取以所求位移点 $(x, y)$ 为中心的 $(2N+1) \times (2N+1)$ 矩形计算窗口(又称模板,这里  $N$  表示正整数),在变形后的目标图像中搜索,并按某一相关函数来进行计算,以寻找出与模板的相关系数为最大值的以 $(x', y')$ 为中心的 $(2N+1) \times (2N+1)$ 矩形区域,这样所求点 $(x, y)$ 的位移即

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(批准号:10232030,10472113)与北京同步辐射实验室基金共同资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: huxf@ustc.edu.cn

可由  $x - x'$  及  $y - y'$  值确定<sup>[10]</sup>. 通常采用的相关函数为标准化协方差相关函数, 其取值范围为

$[-1, 1]$ , 见式(1),

$$\alpha(u, v) = \frac{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N [f(x, y) - \bar{f}] [g(x+u, y+v) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N [f(x, y) - \bar{f}]^2} \sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N [g(x+u, y+v) - \bar{g}]^2}}, \quad (1)$$

式中  $f(x, y)$ ,  $g(x+u, y+v)$  分别为变形前后数字图像中各像素点灰度,  $\bar{f}$ ,  $\bar{g}$  为其计算窗口的平均灰度值,  $u, v$  为模板中心的整像素位移. 由于数字图像记录的是离散灰度信息, 利用(1)式的相关函数来进行相关搜索时窗口的平移只能以整像素为单位来进行, 这样通过此法获得的位移  $u, v$  是像素的整数倍, 因此上述方法称为整像素相关运算. 若想获得亚像素的位移精度, 在整像素相关运算的基础上, 需进行进一步的计算, 即通过曲面拟合法、二维拉格朗日插值法等方法来获得亚像素位移, 这里就不说明了.

### 3. 三维相关原理

#### 3.1. 三维相关整像素运算

与数字图像二维相关类似的是, 三维相关也可分为整像素运算和亚像素运算. 与数字图像二维相关不同的是, 二维相关是对被测物体变形前后的两幅二维图像进行相关运算, 而三维相关则是对被测物体变形前后的两个三维体图像进行计算. 因此, 在进行三维相关运算时, 不能将模板选择为一矩形窗口, 应该为一立体结构. 本文提出的三维相关计算窗口为一正六面体结构(见图1), 其大小为  $(2N+1) \times (2N+1) \times (2N+1)$ . 由于计算窗口的改变, 这样就有必要对相关函数进行扩展, 这里选用的相关函数为标准化协方差相关函数, 其扩展形式见(2)式, 同样, 其取值范围为  $[-1, 1]$ .

$$\alpha(u, v, w) = \frac{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [f(x, y, z) - \bar{f}] [g(x+u, y+v, z+w) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [f(x, y, z) - \bar{f}]^2} \sqrt{\sum_{x=-N}^N \sum_{y=-N}^N \sum_{z=-N}^N [g(x+u, y+v, z+w) - \bar{g}]^2}}, \quad (2)$$

这里  $f(x, y, z)$ ,  $g(x+u, y+v, z+w)$  分别为变形前后数字图像中各像素点灰度,  $\bar{f}$ ,  $\bar{g}$  为其计算窗口的平均灰度值,  $u, v, w$  为模板中心的整像素位移.

确定好三维相关计算窗口及相关函数后, 在变形前的体图像中, 取以所求位移点  $(x, y, z)$  为中心的体计算窗口, 在变形后的体图像中搜索, 并按(2)式进行计算, 寻找出与模板的相关系数为最大值的以  $(x', y', z')$  为中心的体区域, 以确定目标的位移. 同样, 由于数字图像记录的是离散灰度信息, 利用(2)式的相关函数来进行相关搜索时窗口的平移只能以整像素为单位来进行, 因此相关搜索所能获得的位移  $u, v, w$  为像素的整数倍.

#### 3.2. 三维相关亚像素运算

由上可知, 通过三维相关整像素运算可得到变

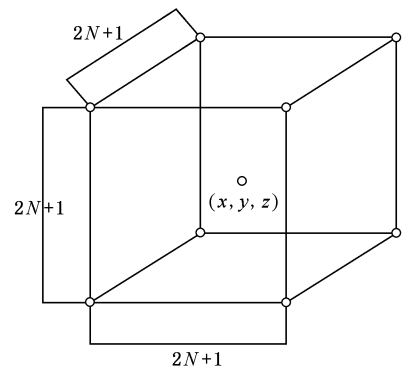


图1 计算窗口示意图

形前点  $(x, y, z)$  与其变形后对应点的位置  $(x', y', z')$  以及这两点间的相关系数, 为了便于说明点  $(x', y', z')$  与其周围点的位置关系, 现建立一相对坐标

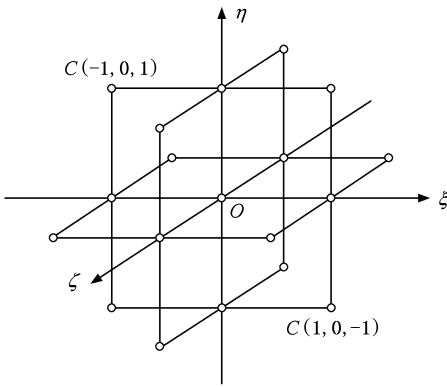


图 2 相对坐标系及相邻点

系(见图 2),该坐标系以点 \$(x', y', z')\$ 为原点, \$\xi, \zeta, \eta\$ 分别为平行于 \$x, y, z\$ 的三坐标轴. 这样点 \$(x, y, z)\$ 与点 \$(x', y', z')\$ 间的相关系数值可用 \$C(0, 0, 0)\$ 表示, 同样点 \$(x, y, z)\$ 与变形后点 \$(x', y', z')\$ 周围各点间相关系数可用 \$C(\xi, \zeta, \eta)\$ 表示(见图 2). 在二维相关亚像素运算中, 变形前点与变形后各点间的相关系数可采用二元二次函数进行拟合, 因此, 本文在三维相关亚像素运算中, 采用三元二次函数对其变形前点与变形后各点间的相关系数进行拟合, 其函数表达式如(3)式所示,

$$C(\xi, \zeta, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\zeta + a_3\eta + a_4\xi\zeta + a_5\xi\eta + a_6\zeta\eta + a_7\xi^2 + a_8\zeta^2 + a_9\eta^2, \quad (3)$$

由于点 \$(x, y, z)\$ 与变形后点 \$(x', y', z')\$ 及其周围各点间相关系数 \$C(\xi, \zeta, \eta)\$ 皆为可求的, 即可通过三维相关整像素运算获得, 因此(3)式中的各系数 \$a\_0 \dots a\_9\$ 可由(4)式得,

$$\begin{aligned} a_0 &= C(0, 0, 0), \\ a_1 &= \frac{1}{2}(C(1, 0, 0) - C(-1, 0, 0)), \\ a_2 &= \frac{1}{2}(C(0, 1, 0) - C(0, -1, 0)), \\ a_3 &= \frac{1}{2}(C(0, 0, 1) - C(0, 0, -1)), \\ a_4 &= \frac{1}{4}(C(1, 1, 0) + C(-1, -1, 0) - C(1, -1, 0) - C(-1, 1, 0)), \\ a_5 &= \frac{1}{4}(C(1, 0, 1) + C(-1, 0, -1) - C(1, 0, -1) - C(-1, 0, 1)), \\ a_6 &= \frac{1}{4}(C(0, 1, 1) + C(0, -1, -1) - C(0, 1, -1) - C(0, -1, 1)), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 &= \frac{1}{2}(C(1, 0, 0) + C(-1, 0, 0) - C(0, 0, 0)), \\ a_8 &= \frac{1}{2}(C(0, 1, 0) + C(0, -1, 0) - C(0, 0, 0)), \\ a_9 &= \frac{1}{2}(C(0, 0, 1) + C(0, 0, -1) - C(0, 0, 0)). \end{aligned} \quad (4)$$

拟合函数 \$c(\xi, \zeta, \eta)\$ 的极值点应满足以下方程组:

$$\begin{cases} \frac{\partial C(\xi, \zeta, \eta)}{\partial \xi} = a_1 + a_4\zeta + a_5\eta + 2a_7\xi = 0, \\ \frac{\partial C(\xi, \zeta, \eta)}{\partial \zeta} = a_2 + a_4\xi + a_6\eta + 2a_8\zeta = 0, \\ \frac{\partial C(\xi, \zeta, \eta)}{\partial \eta} = a_3 + a_5\xi + a_6\zeta + 2a_9\eta = 0. \end{cases} \quad (5)$$

由(5)式整理可得

$$\begin{cases} (a_4^2 - 4a_7a_8)\zeta \\ = 2a_2a_7 - a_1a_4 + (2a_6a_7 - a_4a_5)\eta, \\ (a_4a_5 - 2a_6a_7)\zeta \\ = 2a_3a_7 - a_1a_5 + (4a_7a_9 - a_5^2)\eta, \end{cases} \quad (6)$$

令

$$\begin{aligned} b_0 &= a_4^2 - 4a_7a_8, \\ b_1 &= 2a_2a_7 - a_1a_4, \\ b_2 &= 2a_6a_7 - a_4a_5, \\ b_3 &= a_4a_5 - 2a_6a_7, \\ b_4 &= 2a_3a_7 - a_1a_5, \\ b_5 &= 4a_7a_9 - a_5^2, \end{aligned}$$

这里, 由于系数 \$a\_0 \dots a\_9\$ 为已知值, 所以 \$b\_0 \dots b\_5\$ 同样为已知值. 于是, 由(5)(6)式可求出拟合函数的极值点位置 \$(\xi', \zeta', \eta')\$, 即

$$\begin{aligned} \xi' &= -\frac{a_1(b_0b_5 - b_2b_3) + a_4(b_1b_5 - b_2b_4) + a_5(b_1b_3 - b_0b_4)}{2a_7(b_0b_5 - b_2b_3)}, \\ \zeta' &= \frac{b_1b_5 - b_2b_4}{b_0b_5 - b_2b_3}, \\ \eta' &= \frac{b_1b_3 - b_0b_4}{b_0b_5 - b_2b_3}. \end{aligned} \quad (7)$$

由(7)式即可获得三维相关的亚像素位移, 则由三维相关运算获得的物体内部结构位移 \$(u', v', w')\$ 应为整像素位移与亚像素位移之和, 如(8)式所示:

$$\begin{cases} u' = u + \xi', \\ v' = v + \zeta', \\ w' = w + \eta'. \end{cases} \quad (8)$$

## 4. 数字模拟计算

基于三维相关运算的理论分析,分别对三维相关的整像素及亚像素运算进行模拟计算.变形前图像是采用 SR-CT 技术重建获得的泡沫铝结构图像,图像大小为  $200 \times 200 \times 200$  像素(见图 3).由 SR-CT 技术重建的图像,其内部的任一点的灰度值都是已知的,且灰度值的大小代表不同的物质,如图 3 中的灰度值为 255 时,其表示的物质为空气;灰度值为 0 时,其表示的物质为铝.正是这些分布在体内灰度值不等的物质构成了数字图像相关所必须的特征信息,使得它适用于本文提出的数字图像三维相关法.变形后图像是采用数字图像处理方法对变形前图像(图 3)沿  $z$  方向进行平移而成的,平移量  $\Delta l$  分别为 0.6, 1, 1.4, 2 像素,平移 1 及 2 像素使用数字图像处理技术可直接实现,而平移 0.6 及 1.4 像素不可直接实现,皆通过灰度插值的方法进行.

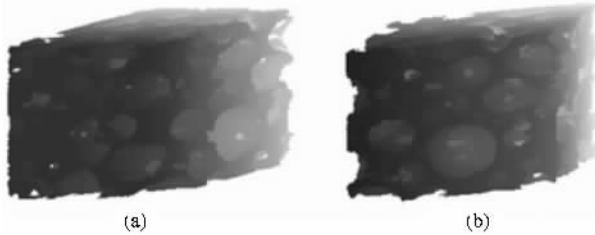


图 3 (a)(b)为不同视角下泡沫铝的 SR-CT 重建图像

根据重建图像中的气孔尺寸,选用大小为  $(31 \times 31 \times 31)$  的计算窗口对上述平移前后的图像进行三维相关运算,共模拟计算了  $80 \times 80 \times 80$  个点.由于计算点的数量很多,特选用体内三点  $A, B, C$  的计

算结果来进行分析说明,且  $A, B, C$  三点的坐标分别为  $(100 \times 100 \times 100)$   $(80 \times 80 \times 120)$   $(120 \times 120 \times 80)$ , 它们的计算结果如表 1 所示.表 1 中  $w'_A, w'_B, w'_C$  分别指点  $A, B, C$  的  $z$  向位移计算结果.

表 1 三维相关法获取的位移量

$\Delta l/\text{pixel}$	0.6	1	1.4	2
$w'_A/\text{pixel}$	0.608	0.984	1.388	2.011
$w'_B/\text{pixel}$	0.599	1.008	1.387	1.983
$w'_C/\text{pixel}$	0.607	1.005	1.392	1.986

由上可知,三维相关可获得点在  $x, y, z$  三个方向上的位移  $u', v', w'$ , 但鉴于重建图像只是沿  $z$  方向进行了平移,因此为了便于讨论,表 1 只给出了点在  $z$  方向上三维相关法的计算结果.由表 1 可知,当平移量为 0.6, 1, 1.4 及 2 像素时,三点的三维相关计算结果与其实际平移量的大小是非常一致的,且计算结果与实际值之间的最大偏差量为 0.016 像素,这表明三维相关法是正确可靠的,且精度较高,其计算偏差小于 0.02 像素,满足实际检测的需要.

## 5. 结 论

本文提出了数字图像三维相关法,分析研究了三维相关的整像素及亚像素运算法,并对三维相关运算法进行了数值模拟计算,其结果证实了三维相关法的正确可靠性,说明本文提出的三维相关法适用于物体内部结构三维位移及变形场的计算.当然,计算窗口的大小,亚像素位移的求解方法以及相关系数拟合函数的形式都会影响到三维相关法计算结果的精度,因此,作者下一步将对这些问题进行更深入的研究.

- [1] Wu X P, He S P, Li Z C 1980 *Acta Phys. Sin.* **29** 1142 (in Chinese)[伍小平、何世平、李志超 1980 物理学报 **29** 1142]
- [2] Wu X P, He S P, Li Z C 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 973 (in Chinese)[伍小平、何世平、李志超 1983 物理学报 **32** 973]
- [3] Song H S, Cheng C F, Zhang N Y *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 669 (in Chinese)[宋洪胜、程传幅、张宁玉等 2005 物理学报 **54** 669]
- [4] Yamaguchi I 1981 *J. Phys. (E)* **14** 1270
- [5] Peters W H, Ranson W F 1982 *Opt. Eng.* **21** 427
- [6] Jiang J Y, Hu X D, Xu K X, Yu Q L 2003 *J. Tianjin Univer.* **36**

300 (in Chinese)[蒋景英、胡晓东、徐可欣、虞启琰 2003 天津大学学报 **36** 300]

- [7] Sun C M 2002 *Image. Vis. Comput.* **20** 981
- [8] Wang M, Hu X F, Wu X P 2005 *J. Exp. Mech.* **20** 363 (in Chinese)[汪敏、胡小方、伍小平 2005 实验力学 **20** 363]
- [9] Bernard D, Gendron D, Heintz J M *et al* 2005 *Acta Mater.* **53** 121
- [10] Pan B, Xu B Q, Chen D, Feng J 2005 *Acta Metro. Sin.* **26** 128 (in Chinese)[潘兵、续伯钦、陈丁、冯娟 2005 计量学报 **26** 128]

# Digital image correlation method for the analysis of 3-D internal displacement field in object <sup>\*</sup>

Wang Min Hu Xiao-Fang Wu Xiao-Ping

( *Chinese Academy of Sciences Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials ,  
University of Science and Technology of China , Hefei 230026 , China* )

( Received 21 December 2005 ; revised manuscript received 16 January 2006 )

## Abstract

In this paper , the digital image correlation method for the analysis of 3-D displacement field is firstly presented. The 3-D displacement field caused by internal microstructures evolution is obtained by correlative calculation of digital images taken before and after deformation of the object. The 3-D searching window , correlation function and the fitted function of correlation coefficient are obtained. The numerical simulation results confirmed this technique. The precision of displacement measurement is 0.02 pixel.

**Keywords** : digital image correlation , 3-D correlation , sub-pixel

**PACC** : 0760 , 4255H , 4230V

---

<sup>\*</sup> Project supported by National Nature Science Foundation of China ( Grant Nos. 10232030 , 10472113 ) and Beijing Synchrotron Radiation Facility Foundation.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : huxf@ustc.edu.cn