

基于行波管螺旋导电面模型的空间电荷场研究^{*}

肖 刘^{1)†} 苏小保¹⁾ 刘濮鲲^{1)†}

1) 中国科学院电子学研究所, 北京 100080)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100039)

(2005 年 11 月 28 日收到, 2006 年 1 月 5 日收到修改稿)

通过分析行波管螺旋导电面模型中的电磁场, 给出了色散和耦合阻抗计算公式, 并深入研究了非线性理论中的空间电荷降低因子. 结果表明, 螺旋导电面模型相对理想导电圆筒中的空间电荷降低因子在较高频段变化不大. 空间电荷降低因子的变化反映了螺旋线外电磁场对电子注的作用, 同样的慢波结构, 较高频率的电磁场应有较大的影响. 因此, 使用螺旋导电面模型在较高频段计算空间电荷降低因子是不合适的.

关键词: 行波管, 非线性, 螺旋导电面, 空间电荷降低因子, 色散, 耦合阻抗

PACC: 1120F, 4110F, 5235H, 4110H

1. 引 言

螺旋线行波管由于具有高功率、高增益、高效率 and 宽频带等特点, 广泛应用于雷达、通讯、电子对抗和精确制导等领域^[1,2]. 行波管注波相互作用过程中非线性现象的研究由来已久^[3], 且一直是行波管结构优化和性能改善的一个关键部分. 通过对非线性现象的研究^[4], 可以有效控制谐波输出、增益波动、交调和互调, 提高输出功率、增益和效率, 改善宽频带工作时的增益平坦度等.

国外行波管非线性理论研究大致可以分为两大体系, 即欧拉体系和拉格朗日体系. 欧拉体系的非线性代码如 Wisconsin-Madison 大学 Booske 等开发的多信号 muse^[5], 用于分析行波管中的交调、互调和谐波输出等. 拉格朗日体系的非线性代码如 Maryland 大学 Antonsen Jr. 等开发的多信号 Christine^[6,7]、美国科学应用国际公司 Freund 等开发的 Gator^[8], 除了可以得到行波管的增益、效率、输出功率等以外, 还可以分析外磁场的影响和电子注的直流通过率. Freund 等在二维和三维的时域代码 Gator 后又研发了三维的频域代码^[9]. 相对时域代码而言, 频域代码虽然获取的信息量减少, 但计算的速度大幅度提升. 同时, Christine 代码也在一维的基础上开发了三维

代码^[10]. 与一维的程序比较, 它可以分析外加磁场的影响以及行波管中的返波等.

实验证明^[11], Christine 是一种计算速度快、实用性很强的频域代码. 将射频场表示为高频系统中各个归一化模式的线性迭加形式; 用类似于推导 Poynting 定理的方法建立场方程, 运动方程应用相对论形式的洛仑兹力方程; 空间电荷场在一维代码中使用了空间圆盘模型, 在三维代码中应用了类似于等离子体粒子模拟的方法. 通过近些年的发展, 其理论体系已较为完整, 但仍在不断的自我完善过程中^[12].

国内从事行波管非线性理论研究的单位主要是成都电子科技大学. 李建清、莫元龙等发展了瓦恩斯坦的波导激励三维多信号非线性理论^[13]; 李斌、杨中海等发展了罗埃的等效线路三维多信号非线性理论; 段兆云、宫玉斌等初步开发了一维多信号 Christine 程序^[14].

通过分析行波管螺旋导电面模型中的电磁场, 给出了色散和耦合阻抗计算公式, 深入研究了非线性理论中的空间电荷降低因子. 结果表明, 螺旋导电面模型相对理想导电圆筒中的空间电荷降低因子在较高频段变化不大. 空间电荷降低因子的变化反映了螺旋线外电磁场对电子注的作用, 同样的慢波结构, 较高频率的电磁场应有较大的影响. 因此, 使用螺旋导电面模型在较高频段计算空间电荷降低因子

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60571039)和国家杰出青年科学基金(批准号: 60125104)资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: pkliu@mail.ie.ac.cn

是不合适的.在较低频率(L波段)计算了一个行波管实例,与一维 Christine 的计算结果有很好的—致性.

2. 场方程

将射频场写成缓变归一化复振幅 $a_n(z)$, 周期本征函数 $\mathbf{e}_n(\mathbf{x})$, $\mathbf{b}_n(\mathbf{x})$ 和指数相位因子乘积的线性迭加形式:

$$\begin{aligned} E_n(\mathbf{x}, t) = & \sum_n i a_n(z) \frac{mc^2}{q} A_{\text{eff},n}^{-1/2} \mathbf{e}_n(\mathbf{x}) \\ & \times \exp[i(\int_0^z k_{zn}(z') dz' - \omega_n t)] + \text{c.c.} \quad (1a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_n(\mathbf{x}, t) = & \sum_n i a_n(z) \frac{mc^2}{q} A_{\text{eff},n}^{-1/2} \mathbf{b}_n(\mathbf{x}) \\ & \times \exp[i(\int_0^z k_{zn}(z') dz' - \omega_n t)] + \text{c.c.} \quad (1b) \end{aligned}$$

其中 k_{zn} 是第 n 次谐波的纵向传播常数, $\mathbf{e}_n(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{b}_n(\mathbf{x})$ 是冷结构中射频场的第 n 次归一化谐波, $A_{\text{eff},n} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{x} \perp \hat{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{e}_n^* \times \mathbf{b}_n + \mathbf{e}_n \times \mathbf{b}_n^*)$, m 和 q 分别是电子的质量和电荷, c 是真空中光速. 螺旋慢波结构中的平均功率流表示为

$$P = P_{\text{flux},2} \sum_n |a_n(z)|^2, \quad (2)$$

其中 $P_{\text{flux},2} = \frac{c}{2\pi} \left(\frac{mc^2}{q} \right)^2 = 1.3862 \times 10^9 \text{ watts}$.

通过与坡印亭定理类似的推导过程,且相互作用区的电子注作一维假设后,非线性理论的场方程表示为:

$$\left(\frac{d}{dz} + \alpha_n(z) \right) a_n(z) = \frac{2\pi i}{I_A} I e_2^*(n, z) e^{-i\psi_n} \quad (3)$$

其中 $I_A = 1.7 \times 10^4 \text{ A}$, $\alpha_n = -\frac{1}{2A_{\text{eff},n}} \frac{\partial A_{\text{eff},n}}{\partial z}$, $e_2(n, z) = \frac{\hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_n^{\text{beam}}}{A_{\text{eff},n}^{1/2}} \exp[i(\int_0^z k_{zn}(z') - \omega_n/v_{z0}) dz']$, ψ_n 将在运动方程的内容里进行具体说明,角括号表示对一个时间周期内进入相互作用区的所有电荷圆环的相应物理量求平均.

3. 运动方程

在很强的轴向磁场或周期反转磁场的作用下,射频轴向电场在电子注所在截面上变化不大时,电子注电子被近似为一维的刚性圆环模型,其外环半

径为 r_{bo} , 内环半径为 r_{bi} . 如果放大的信号频率远小于粒子在外加场作用下的振荡频率(回旋频率或感应加速频率),电荷圆环可以近似为一维的运动.

电子圆环的能量变化率由相对论系数 $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ 的变化率来表示. 由相对论形式的牛顿第二定律 $\frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$, 有

$$\frac{d\gamma}{dz} = \frac{q}{mc^2} \bar{\mathbf{z}} \cdot (\mathbf{E}_{\text{rf}} + \mathbf{E}_{\text{sc}} + \mathbf{E}_{\text{dc}})_{\text{beam}}, \quad (4)$$

其中 E_{rf} 为射频场, E_{sc} 为交流空间电荷场, E_{dc} 为稳态轴向电场. 角括号表示对电子注横截面以及慢波结构纵向周期的平均.

定义与射频场 n 次谐波相关联的相位关系:

$$\psi_n = \omega_n(z/v_{z0} - t), \quad (5)$$

其中 v_{z0} 为电荷圆环的初始轴向速度, 计算时考虑电压下沉的影响. 则电荷圆环相位沿轴向的变化率为

$$\frac{d\psi_n}{dz} = \omega_n(1/v_{z0} - 1/v_z). \quad (6)$$

它是一维非线性理论计算的基本公式之一.

仅考虑射频场时,电荷圆环的纵向运动表示为相对论系数的形式:

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dz} \Big|_{\text{rf}} &= \frac{q}{mc^2} \bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{\text{rf}}^{\text{beam}} \\ &= \text{Re}\{2i \sum_n a_n(z) \cdot e_2(n, z) e^{i\psi_n}\}, \quad (7) \end{aligned}$$

其中系数 2 来源于射频电磁场的共轭.

4. 螺旋导电面模型中的有源场

在一维分析中,设电子注电流密度具有如下的分布形式:

$$\begin{aligned} j_z(r, z, t) = & \frac{I}{\pi(r_{\text{bo}}^2 - r_{\text{bi}}^2)} \exp[i(k_z z - \omega_n t)] \\ & \times e^{-i\psi_n} \begin{cases} 0, & r < r_{\text{bi}} \\ 1, & r_{\text{bi}} < r < r_{\text{bo}} \\ 0, & r > r_{\text{bo}} \end{cases} + \text{c.c.} \quad (8) \end{aligned}$$

由高斯单位制下的连续性方程以及麦克斯韦方程组,仅考虑电磁场的纵向分量,有:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) - \gamma^2 \right] \tilde{E}_z(r) \\ & = \gamma^2 \frac{4I}{\omega_n(r_{\text{bo}}^2 - r_{\text{bi}}^2)} e^{-i\psi} \begin{cases} 0, & r < r_{\text{bi}} \\ 1, & r_{\text{bi}} < r < r_{\text{bo}} \\ 0, & r > r_{\text{bo}} \end{cases} \quad (9a) \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) - \gamma^2 \right] \tilde{H}_z(r) = 0, \quad (9b)$$

其中 $\gamma^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}$, $E_z(r, z, t) = \tilde{E}_z(r) \exp[i(k_z z - \omega t)]$, $H_z(r, z, t) = \tilde{H}_z(r) \exp[i(k_z z - \omega t)]$, 电流密度表达式(8)中的共轭项对纵向电磁场的贡献相应于(9a)式的共轭. 在(9)–(28)式中考虑的均为射频场第 n 次谐波的径向因子, 为了方便, 下标 n 和上标 \sim 被省略.

仅考虑螺旋导电面模型中角向最低阶模式, 将螺旋线慢波结构在径向分为个四区域, 如图 1, 其中 r_h 为螺旋线的平均半径, r_v 为翼片的内半径, r_w 为金属屏蔽筒的内半径, r_{bo} 和 r_{bi} 分别为环状电子注的内外半径. 电子注所在区域的轴向电场分量用通解和特解迭加的形式表示, 具体见(11)式.

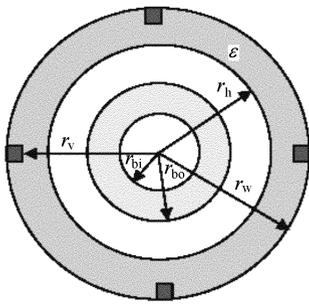


图 1 慢波结构的横截面分区示意图

1) 考虑到轴线上场分量的有限性, 不能存在第二类修正的贝塞尔函数, 电子注内的真空区域电磁场分量表示为

$$\begin{cases} E_{1z} = I_0(\gamma r) A_1, \\ H_{1z} = I_0(\gamma r) C_1, \\ E_{1\phi} = i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} I_0'(\gamma r) C_1, \\ H_{1\phi} = -i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} I_0'(\gamma r) A_1. \end{cases} \quad (10)$$

2) 环形电子注区域:

$$\begin{cases} E_{2z} = I_0(\gamma r) A_2 + K_0(\gamma r) B_2 + \text{const}, \\ H_{2z} = I_0(\gamma r) C_2 + K_0(\gamma r) D_2, \\ E_{2\phi} = i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} [I_0'(\gamma r) C_2 + K_0'(\gamma r) D_2], \\ H_{2\phi} = -i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} [I_0'(\gamma r) A_2 + K_0'(\gamma r) B_2], \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\text{const} = -\frac{4Ii}{\omega(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} e^{-i\psi}$.

3) 螺旋线内电子注外的真空区域:

$$\begin{cases} E_{3z} = I_0(\gamma r) A_3 + K_0(\gamma r) B_3, \\ H_{3z} = I_0(\gamma r) C_3 + K_0(\gamma r) D_3, \\ E_{3\phi} = i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} [I_0'(\gamma r) C_3 + K_0'(\gamma r) D_3], \\ H_{3\phi} = -i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma} [I_0'(\gamma r) A_3 + K_0'(\gamma r) B_3]. \end{cases} \quad (12)$$

4) 螺旋线与金属屏蔽筒间的等效介质区域(等效介电常数为 ϵ):

$$\begin{cases} E_{4z} = I_0(\gamma_\epsilon r) A_4 + K_0(\gamma_\epsilon r) B_4, \\ H_{4z} = I_0(\gamma_\epsilon r) C_4 + K_0(\gamma_\epsilon r) D_4, \\ E_{4\phi} = i \frac{\omega}{c} \frac{1}{\gamma_\epsilon} [I_0'(\gamma_\epsilon r) C_4 + K_0'(\gamma_\epsilon r) D_4], \\ H_{4\phi} = -i \frac{\omega}{c} \frac{\epsilon}{\gamma_\epsilon} [I_0'(\gamma_\epsilon r) A_4 + K_0'(\gamma_\epsilon r) B_4], \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\gamma_\epsilon^2 = k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon$.

在图 1 所示的螺旋导电面模型中, 各个边界的边值关系为

一区 and 二区之间:

$$\begin{aligned} E_{1z} &= E_{2z}, H_{1z} = H_{2z}, \\ E_{1\phi} &= E_{2\phi}, H_{1\phi} = H_{2\phi}. \end{aligned} \quad (14)$$

二区和三区之间:

$$\begin{aligned} E_{2z} &= E_{3z}, H_{2z} = H_{3z}, \\ E_{2\phi} &= E_{3\phi}, H_{2\phi} = H_{3\phi}. \end{aligned} \quad (15)$$

螺旋导电面:

$$E_{3z} = E_{4z}, E_{3\phi} = E_{4\phi}. \quad (16)$$

$$E_{3z} + E_{3\phi} \text{ctg}\psi = E_{4z} + E_{4\phi} \text{ctg}\psi = 0, \quad (17)$$

$$H_{3z} + H_{3\phi} \text{ctg}\psi = H_{4z} + H_{4\phi} \text{ctg}\psi. \quad (18)$$

翼片顶端:

$$E_{4z} = 0, \quad (19)$$

金属筒壁:

$$E_{4\phi} = 0, \quad (20)$$

其中 ψ 为螺旋线的螺旋角.

将(10)–(13)式代入边值关系(14)–(20), 求解(10)–(13)式中 14 个待定系数构成的方程组, 通过繁复的推导, 有

$$\begin{aligned} A_2 &= \left[\gamma r_{bo} K_0'(\gamma r_{bo}) - \gamma r I_0'(\gamma r) \Big|_{r_{bi}} \frac{K_0(\gamma r_h)}{I_0(\gamma r_h)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{\gamma^2 I_0^2(\gamma r_h) D(k_z, \omega)} \gamma r I_0'(\gamma r) \Big|_{r_{bi}} \right] \\ &\quad \times \text{const}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$B_2 = -\gamma r_{bi} I_0'(\gamma r_{bi}) \text{const}, \quad (22)$$

其中

$$D(k_z, \omega) = \frac{\omega^2 r_h^2}{c^2} \left[\frac{1}{\gamma_r} \frac{I_0'(\gamma r_h)}{I_0(\gamma r_h)} - \frac{\epsilon}{\gamma_\epsilon r_h} \frac{C_v'(\gamma_\epsilon r_h)}{C_v(\gamma_\epsilon r_h)} \right] - \text{tg}^2 \psi \left[\frac{\gamma_r I_0(\gamma r_h)}{I_0'(\gamma r_h)} - \frac{\gamma_\epsilon r_h D_w(\gamma_\epsilon r_h)}{D_w'(\gamma_\epsilon r_h)} \right], \quad (23)$$

$C_v(\gamma_\epsilon r_h) = I_0(\gamma_\epsilon r_h) K_0(\gamma_\epsilon r_v) - K_0(\gamma_\epsilon r_h) I_0(\gamma_\epsilon r_v)$,
 $C_v'(\gamma_\epsilon r_h) = I_0'(\gamma_\epsilon r_h) K_0(\gamma_\epsilon r_v) - K_0'(\gamma_\epsilon r_h) I_0(\gamma_\epsilon r_v)$,
 $D_w(\gamma_\epsilon r_h) = I_0(\gamma_\epsilon r_h) K_0'(\gamma_\epsilon r_w) - K_0(\gamma_\epsilon r_h) I_0'(\gamma_\epsilon r_w)$,
 $D_w'(\gamma_\epsilon r_h) = I_0'(\gamma_\epsilon r_h) K_0'(\gamma_\epsilon r_w) - K_0'(\gamma_\epsilon r_h) I_0'(\gamma_\epsilon r_w)$.
 可以证明函数 $D(k_z, \omega)$ 是没有电子注时螺旋导电面模型的色散函数.

第一类和第二类修正的贝塞尔函数在电子注横截面上的平均分别记作:

$$H = \frac{2}{(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} \int_{r_{bi}}^{r_{bo}} I_0(\gamma r) r dr = \frac{\mathfrak{A}[\gamma r_{bo} I_0'(\gamma r_{bo}) - \gamma r_{bi} I_0'(\gamma r_{bi})]}{\gamma^2 (r_{bo}^2 - r_{bi}^2)}, \quad (24)$$

$$H' = \frac{2}{(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} \int_{r_{bi}}^{r_{bo}} K_0(\gamma r) r dr = \frac{\mathfrak{A}[\gamma r_{bo} K_0'(\gamma r_{bo}) - \gamma r_{bi} K_0'(\gamma r_{bi})]}{\gamma^2 (r_{bo}^2 - r_{bi}^2)}. \quad (25)$$

将 (21) 和 (22) 式代入 (11) 式第一式并在电子注横截面上平均, 得到:

$$E_z \text{ beam} = - \frac{2i\omega}{c^2} \frac{1}{D(k_z, \omega)} I e^{-i\psi} [H] - \frac{4Ii}{\omega(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} e^{-i\psi} R, \quad (26)$$

其中

$$[H] = \frac{H^2}{I_0^2(\gamma r_h)}, \quad (27)$$

$$R = 1 + \frac{2}{r_{bo}^2 - r_{bi}^2} \left\{ r I_0'(\gamma r) \Big|_{r_{bi}}^{r_{bo}} \left[r_{bo} K_0'(\gamma r_{bo}) - r I_0'(\gamma r) \Big|_{r_{bi}} \frac{K_0(\gamma r_h)}{I_0(\gamma r_h)} \right] - r_{bi} I_0'(\gamma r_{bi}) r K_0'(\gamma r) \Big|_{r_{bi}} \right\}, \quad (28)$$

式中 R 是图 1 所示的螺旋导电面模型中去掉最外层区域且螺旋导电面用理想导电圆筒替代后的空间电荷降低因子.

5. 耦合阻抗和空间电荷降低因子

假设所有的电磁场分量在纵向均按指数 $\exp(ik_z z)$

形式变化(忽略了波的衰减), 射频电场的纵向分量应具有如下的形式:

$$E_n(\mathbf{x}, t) = \sum_n i \left\{ a_{n0} \exp \left[i \int_0^z (k_z(z') - k_{zn}(z')) dz' \right] \right\} \times \frac{mc^2}{q} A_{\text{eff},n}^{-1/2} \mathbf{e}_n(\mathbf{x}) \exp \left[i \left(\int_0^z k_{zn}(z') dz' - \omega_n t \right) \right] + \text{c. c.}, \quad (29)$$

其中 a_{n0} 为一个复常数.

与 (1a) 式比较可知:

$$a_n(z) = a_{n0}(z) \exp \left[i \left(\int_0^z (k_z(z') - k_{zn}(z')) dz' \right) \right], \quad (30)$$

(30) 式两边同时对自变量 z 求导数:

$$\frac{d}{dz} a_n(z) = (k_z(z) - k_{zn}(z)) a_n(z). \quad (31)$$

由场方程 (3), 当忽略衰减 ($\alpha_n(z) = 0$) 时, 有

$$(k_z(z) - k_{zn}(z)) a_n(z) = \frac{2\pi i I}{I_A} e_2^*(n, z) e^{-i\psi_n}, \quad (32)$$

其中 $\psi_n = \omega_n \left(\frac{z}{v_{z0}} - t \right)$.

将射频场纵向分量在电子注横截面以及结构的空周期上进行平均:

$$\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{\text{rf Beam}} = \frac{I_A}{c} \sum_n i a_n(z) e_2(n, z) \exp(i\psi_n) + \text{c. c.}, \quad (33)$$

将 (32) 代入 (33) 式,

$$\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{\text{rf Beam}} = \sum_n \frac{2\pi i}{c(k_z(z) - k_{zn}(z))} I |e_2(n, z)|^2 \times \exp(i\psi_n) e^{-i\psi_n} + \text{c. c.}, \quad (34)$$

当只考虑纵向射频电场在电子注横截面上的平均时(略去因子 $\exp(i\psi_n)$) (34) 式退化为

$$\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{\text{rf Beam}} = \sum_n \frac{2\pi i}{c(k_z(z) - k_{zn}(z))} I |e_2(n, z)|^2 \times e^{-i\psi_n} + \text{c. c.}, \quad (35)$$

下面讨论空间电荷场. 空间电荷场有抑制电子会聚的作用, 在注波相互作用中会导致电子注在一个修正了的等离子体频率下集体振荡. 这些振荡的本征频率由电子注密度分布、径向形态以及周围的金属筒结构决定. 假定空间电荷场有如下的基本形式:

$$\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{\text{sc Beam}} = - \sum_n \frac{4I}{\omega_n (r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} \times \{ i e^{-i\psi_n} R'_n + \text{c. c.} \}, \quad (36)$$

其中 R'_n 是一个待定系数. 如果电子注仅受到空间

电荷场的作用时,该系数将在等离子体频率 ω_p 下振荡:

$$\omega_p^2 = \frac{4qIR'}{m\gamma_0^3 v_{z0}(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)}, \quad (37)$$

其中系数 R' 为等离子体频率降低因子,描述了电子注以外的场对等离子体频率的影响.

综合(35)和(36)式得

$$\begin{aligned} & \bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{rf} + \bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{E}_{sc \text{ Beam}} \\ &= \sum_n \frac{2\pi i}{\alpha(k_z - k_{zn})} I e^{-i\psi_n} \frac{|\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_{n \text{ beam}}|^2}{A_{\text{eff},n}} \\ & - \frac{4iI}{\omega_n(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} e^{-i\psi_n} R'_n + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (38)$$

由于螺旋导电面模型中的有源场的推导过程考虑的是射频场第 n 次谐波的情况,且微分方程右端的复电流密度没有包含共轭项的贡献,所以由(31)式,总的射频电场在电子注横截面上的平均为

$$\begin{aligned} E_{z \text{ beam}} = & - \sum_n \left\{ \frac{2i\omega_n}{c^2} \frac{1}{D(k_z, \omega_n)} I e^{-i\psi_n} [H] \right. \\ & \left. + \frac{4iI}{\omega_n(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} e^{-i\psi_n} R \right\} + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (39)$$

已知 $D(k_z, \omega_n)$ 是螺旋导电面模型的色散函数,即 $k_z = k_{zn}$ 时, $D(k_z, \omega_n)$ 为零,所以 $\frac{[H]}{D(k_z, \omega_n)}$ 对 k_z 在 k_{zn} 处展开应可以展开成含有一阶奇点的罗朗级数形式. 将 $\frac{[H]}{D(k_z, \omega_n)}$ 乘上因子 $(k_z - k_{zn})$ 写成

$\frac{(k_z - k_{zn}) [H]}{D(k_z, \omega_n)}$ 按泰勒级数形式展开.

$$\begin{aligned} \frac{(k_z - k_{zn}) [H]}{D(k_z, \omega_n)} &= \frac{1}{\alpha D(k_z, \omega_n) \mathcal{M}[H]} \\ &= \frac{[H]}{\partial D(k_z, \omega_n) \partial k_z} \Big|_{k_{zn}} \\ & - \frac{D'_s}{(D'_s)^2} \Big|_{k_{zn}} (k_z - k_{zn}) \\ & + O[(k_z - k_{zn})^2], \end{aligned} \quad (40)$$

其中 $D'_s = \frac{\alpha D(k_z, \omega_n) \mathcal{M}[H]}{\partial k_z} \Big|_{k_{zn}}$, $D''_s = \frac{\alpha D'_s}{\partial k_z} \Big|_{k_{zn}}$.

取(40)式的前两项,代入(39)式,有

$$\begin{aligned} E_{z \text{ beam}} = & - \sum_n \left\{ \frac{2i\omega_n}{c^2} I e^{-i\psi_n} \left[\frac{[H]}{\partial D(k_z, \omega_n) \partial k_z} \Big|_{k_{zn}} \right. \right. \\ & \left. \left. \times \frac{1}{k_z - k_{zn}} - \frac{D''_s}{(D'_s)^2} \Big|_{k_{zn}} \right] \right. \\ & \left. + \frac{4iI}{\omega_n(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)} e^{-i\psi_n} R \right\} + \text{c.c.} \end{aligned}$$

与(38)式进行 $(k_z - k_{zn})^{-1}$ 的系数比较得

$$\frac{|\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_{n \text{ beam}}|^2}{A_{\text{eff},n}} = - \frac{1}{\pi} \frac{\omega_n}{c} \frac{[H]}{\partial D(k_z, \omega_n) \partial k_z} \Big|_{k_{zn}}. \quad (41)$$

由耦合阻抗的定义可以得到螺旋导电面模型中的计算公式

$$\begin{aligned} & \frac{|\bar{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{e}_{n \text{ beam}}|^2}{A_{\text{eff},n}} \\ &= \frac{Kk_{zn}^2}{377\Omega} = - \frac{1}{\pi} \frac{\omega_n}{c} \frac{[H]}{\partial D(k_z, \omega_n) \partial k_z} \Big|_{k_{zn}}, \end{aligned} \quad (42)$$

与文献[6]中的(31)式进行比较发现, π 由分子移到了分母的位置,且文献中没有明确区分 $[H]$ 和 H^2 . 从后续的计算结果可知,本文推导的耦合阻抗计算公式是正确的.

与(38)式进行 $(k_z - k_{zn})$ 的系数比较,有

$$R'_n = R - \frac{\omega_n^2(r_{bo}^2 - r_{bi}^2)}{2c^2} \frac{D''_s}{(D'_s)^2} \Big|_{k_{zn}}, \quad (43)$$

其中 R 是将螺旋线等效为金属圆筒时的空间电荷降低因子,此时没有射频场与电子注相互作用,所以 R'_n 与 R 的差异体现的是螺旋导电面模型中射频场对空间电荷场的贡献. 这可以形象的理解为空间电荷场从螺旋导电面上泄漏,空间电荷降低因子发生了改变^[6].

6. 计算结果与分析

6.1. 色散和耦合阻抗

令(23)式为零,求解色散关系,由(42)式求解耦合阻抗. 表1所示结构参数的螺旋线色散和耦合阻抗计算结果如图2. 从图2可以看到该图与文献[6]中的图10完全一致. 若使用文献[6]中的(31)式计算耦合阻抗,计算结果是图2中结果的9倍以上,这充分说明 π 的位置在文献中有误.

表1 螺旋线结构参量^[6](单位: mm)

螺旋线 平均半径	金属筒 内半径	螺距	等效相对 介电常数	电子注 内半径	电子注 外半径
1.245	2.794	0.801	1.750	0.300	0.360

6.2. 空间电荷降低因子

按本文(43)式与按文献[6]中的(32)式计算的空间电荷降低因子如图3. 由图可见,按本文(43)式

计算的空间电荷降低因子在低频段与文献 [6] 中的 (32) 式的结果基本一致. 在较高的频率, 两者的计算结果差异很大. 以导电圆筒模型的空间电荷降低因子 R 为基准, 按本文 (43) 式计算的结果不随频率的升高而下降, 却始终保持在 R 附近波动. 由于 R 是将螺旋线等效为金属圆筒时的空间电荷降低因子, 此时没有射频场与电子注互作用. 这一结果表明, 采用螺旋导电面模型计算空间电荷降低因子在较高的频率是不合适的.

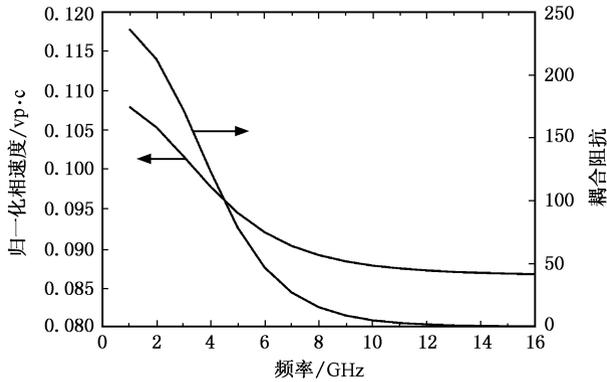


图 2 色散和耦合阻抗曲线

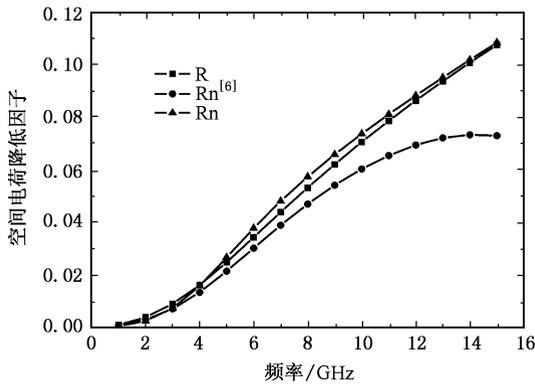


图 3 空间电荷降低因子曲线

6.3. 程序计算实例

下面以工作频率较低(L波段)的行波管为例, 按本文的理论计算文献 [11] 中的 8537H 型行波管. 在该文献中, 衰减器的衰减量的单位是任意的. 根据经验, 我们将其单位作为 dB/m 进行计算, 如图 4. 此外, 该行波管慢波结构的金属筒内半径尺寸是未知的. 在计算中根据等效介电常数的计算公式, 考虑到矩形介质杆必须有合适的宽度, 取其为 5.2mm. 保持其余参数与文献 [11] 中的一致, 计算结果如图 5. 由

图 5 可见, 按本文的理论在低频段计算得到的结果与一维 Christine 程序计算及实验的结果一致. 增益的最大偏差不大于 0.5dB.

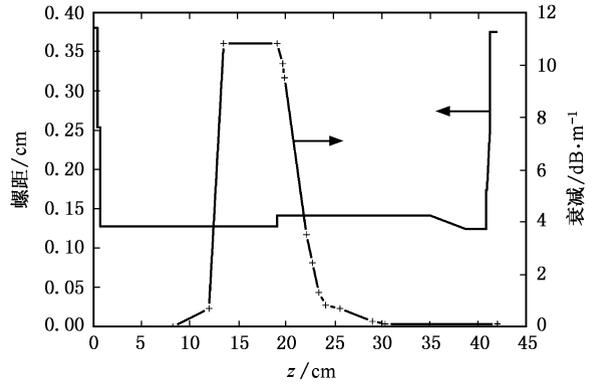


图 4 螺距和衰减在纵向的分布曲线

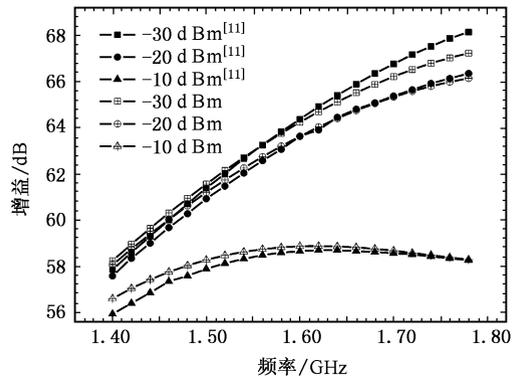


图 5 增益曲线

7. 结 论

通过分析行波管一维非线性螺旋导电面模型中的电磁场, 给出了色散和耦合阻抗计算公式. 通过详细的公式推导并编程计算, 深入研究了在螺旋导电面模型相对理想导电圆筒中空间电荷降低因子的变化. 结果表明, 在较高频段, 螺旋导电面模型相对理想导电圆筒中的空间电荷降低因子变化不大. 这就是说采用螺旋导电面模型在较高频段空间电荷降低因子的计算退化为理想导电圆筒的简单情况. 空间电荷降低因子的变化反映了螺旋线外电磁场对电子注的作用, 同样的慢波结构, 较高频率的电磁场应有较大的影响. 因此, 使用螺旋导电面模型在较高频段计算空间电荷降低因子是不合适的. 作为实例, 计算了一个工作在较低频段(L波段)的行波管, 与一维

Christine 的计算及实验结果有很好的的一致性. 一维非线性代码是工程优化设计的必要工具, 其发展与完善有重要的理论和工程价值. 基于本文的工作, 下

一步的主要任务是使用更接近实际情况的螺旋带模型对空间电荷降低因子进行分析与计算.

- [1] Abe D K , Levush B , Antonsen Jr. T M *et al* 2002 *IEEE Transactions on Plasma Science* **30** 1053
- [2] Xie H Q , Li C Y , Yan Y *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 914 (in Chinese) [谢鸿全、李承跃、颜 扬等 2003 物理学报 **52** 914]
- [3] Li B , Yang Z H 2003 *Chin. Phys.* **12** 1235
- [4] Hao J H , Ding W 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1136 (in Chinese) [郝建红、丁 武 2004 物理学报 **53** 1136]
- [5] Wöhlbier J G , Booske J H , Dobson I 2002 *IEEE Transactions on Plasma Science* **30** 1063
- [6] Antonsen Jr. T M , Levush B 1997 NRL/FR/6840-97-9845
- [7] Antonsen Jr. T M , Levush B 1998 *IEEE Transactions on Plasma Science* **26** 774
- [8] Freunda H P , Zaidman E G 1997 *Phys. Plasmas* **4** 2292
- [9] Freunda H P 2000 *IEEE Transactions on Plasma Science* **28** 748
- [10] Chemin D , Antonsen Jr. T M , Levush B *et al* 2001 *IEEE Transactions on Electron Devices* **48** 3
- [11] Abe D K , Ngô M T , Levush B *et al* 2000 *IEEE Transactions on Plasma Science* **28** 576
- [12] Cooke S J , Chang C L , Antonsen Jr. T M *et al* 2005 *IEEE Transactions on Electron Devices* **52** 764
- [13] Li J Q 2003 PHD dissertation
- [14] Duan Z Y 2004 PHD dissertation

Study of space charge field based on sheath helix model of TWTS

Xiao Liu^{1,2)} Su Xiao-Bao¹⁾ Liu Pu-Kun¹⁾

1 *† Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*

2 *‡ Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*

(Received 28 November 2005 ; revised manuscript received 5 January 2006)

Abstract

The electromagnetic field of helix TWTs in the sheath model is analyzed. The dispersion and coupling impedance equations are derived and the one-dimensional space charge reduction factor is discussed in detail. The study shows that the difference of the space charge reduction factor between the sheath model and the perfect conducting tube is small at high frequency. The difference can be interpreted as the effect of the sheath helix. The higher frequency electromagnetic field has greater ability to affect the e-beam. Therefore, the space charge reduction factor equation based on the sheath helix model is inappropriate at high frequency.

Keywords : TWT , nonlinearity , sheath helix , space charge reduction factor , dispersion , coupling impedance

PACC : 1120F , 4110F , 5235H , 4110H

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grants No. 60571039) and the National Natural Science Foundation for Outstanding Young Scholars of China (Grant No. 60125104)

† corresponding author. E-mail : xkliao@mail.ie.ac.cn