第 55 卷 第 11 期 2006 年 11 月
1000-3290/2006/55(11)/5638-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55, No.11, November, 2006

广义不确定关系与黑洞附近的热力学量*

刘晓莹[1)†]　张　甲[1)2)]

1)(湛江师范学院物理系,湛江　524048)

2)(广西师范大学物理信息工程学院,桂林　541004)

(2006 年 2 月 21 日收到;2006 年 4 月 5 日收到修改稿)

利用广义不确定关系修正的态密度计算了一般球对称静态黑洞附近无质量共形不变标量场、中微子场、电磁场、无质量 Rarita-Schwinger 场和引力场的热力学量.结果表明,黑洞附近的热力学量不仅依赖于黑洞的特征,还依赖于粒子的自旋和最小距离的尺度.

关键词:广义不确定关系,一般球对称静态黑洞,热力学量

PACC:0470,9760L

1. 引　　言

自上个世纪 70 年代 Hawking[1] 发现了黑洞的热辐射以来,黑洞热力学的研究取得了很大的成就,特别是热力学四定律的建立更是为天体物理学和宇宙学的研究提供了广阔的思路,与此同时基于黑洞热辐射理论的黑洞信息悖论[2] 也成了人们关注的热点.最近 Hawking 宣称[3],黑洞在形成和蒸发中量子引力是幺正性和信息守恒的,这一结论暗示了黑洞蒸发过程不是精确热的,因此重新审视黑洞附近的熵密度、能量密度、压强等热力学量是很有必要的.

近年来人们在研究黑洞量子熵时发现,黑洞附近的量子熵不仅依赖于时空的几何特性,也依赖于场的自旋[4—7],这与文献[8—11]的研究相比多了对数发散项;而且文献[12,13]利用 WKB 近似研究也发现黑洞视界附近的熵密度、能量密度与压强公式除了具有与已有的研究[14—16]相同的主导项外,还具有与局域温度二次方成正比的自旋依赖项. 另一方面,文献[17]将广义不确定关系[18,19]用于讨论黑洞背景中量子场的热力学特性并给出了熵的一个上限,取得了较好的结果,显然将这个研究推广到自旋场并进一步讨论和研究黑洞视界附近的热力学量是一项非常有趣的工作.本文采用广义不确定关系修正的态密度方程来研究一般球对称静态时空背景中黑洞视界附近无质量共形不变标量场(自旋 $s=0$)、中微子场($s=1/2$)、电磁场($s=1$)、无质量 Rarita-Schwinger 场($s=3/2$)和引力场($s=2$)的热力学量,结果发现黑洞附近熵密度、能量密度和压强公式除了具有与文献[14—16]相同的主导项之外,还具有依赖于自旋和最小距离尺度的大小的附加项.

2. 一般静态球对称时空中的自旋场

在一般静态球对称时空中,时空线元可表示为

$$ds^2 = A(r)dt^2 - \frac{1}{A(r)}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2). \tag{1}$$

在坐标系 $x^\mu=(t,r,\theta,\varphi)$ 中选择如下零标架:

$$l^\mu = \left(\frac{1}{A(r)},1,0,0\right),$$

$$n^\mu = \frac{1}{2}(1,-A(r),0,0),$$

$$m^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}r}\left(0,0,1,\frac{i}{\sin\theta}\right). \tag{2}$$

易知(2)式满足零矢量条件、伪正交关系和度规条件.由 Newman-Penrose[20] 公式及(1),(2)式,可求得非零旋系数

$$\rho = -\frac{1}{r}, \mu = -\frac{A(r)}{2r},$$

$$\alpha = -\beta = -\frac{\mathrm{ctg}\theta}{2\sqrt{2}r}, \gamma = \frac{A'(r)}{4}, \tag{3}$$

* 国家自然科学基金(批准号:10375051)资助的课题.

† E-mail:zjxyliu@tom. com

和 Weyl 张量的非零张量

$$\psi_2 = \frac{A''(r)}{12} - \frac{A'(r)}{6r} - \frac{1}{6r^2} + \frac{A(r)}{6r^2}, \tag{4}$$

其中 $A'(r) = \frac{\partial A(r)}{\partial r}$，$A''(r) = \frac{\partial^2 A(r)}{\partial r^2}$. 由(3)式和(4)式可知一般球对称时空是 Petrov-D 类的，所以无质量共形不变标量场、中微子场、电磁场、无质量 Rarita-Schwinger 场和引力场的场方程可以用微扰方法简化为[21,22]

$$\begin{aligned}&\{[D - (2s+1)\rho](\Delta - 2s\gamma + \mu)\\&- [\delta + (2s-2)\alpha](\bar{\delta} - 2s\alpha)\\&- (2s-1)(s-1)\psi_2\}\Phi_{+s} = 0,\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}&\{[\Delta + (2s-2)\gamma + (2s+1)\mu](D - \rho)\\&- [\bar{\delta} + (2s-2)\alpha](\delta - 2s\alpha)\\&- (2s-1)(s-1)\psi_2]\Phi_{-s} = 0.\end{aligned} \tag{6}$$

其中 $D = l^\mu \partial_\mu$，$\Delta = n^\mu \partial_\mu$，$\delta = m^\mu \partial_\mu$ 为方向导数，(5)式对应自旋态为 $p = s$，(6)式对应自旋态为 $p = -s$. 将(2)，(3)式代入(5)，(6)式可得自旋场方程的普通微分形式

$$\begin{aligned}&\left\{\frac{r^2}{A}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Ar^2\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right.\\&- \csc^2\theta\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{sr}{A}[rA'(r) - 2A]\frac{\partial}{\partial t}\\&- r(s+1)[2A + rA'(r)]\frac{\partial}{\partial r} - \cot\theta\frac{\partial}{\partial \theta}\\&- 2\mathrm{i}s\cot\theta\csc\theta\frac{\partial}{\partial \varphi} + s^2\cot^2\theta\\&- r(2s^2 + s + 1)A'(r) - 2As - r^2 sA''\\&\left.- 2r^2(2s-1)(s-1)\psi_2\right\}\Phi_{+s} = 0,\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&\left\{\frac{r^2}{A}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - Ar^2\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\right.\\&- \csc^2\theta\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{sr}{A}[rA'(r) - 2A]\frac{\partial}{\partial t}\\&- [2Ar(s+1) - r^2(s-1)A'(r)]\frac{\partial}{\partial r}\\&- \cot\theta\frac{\partial}{\partial \theta} + 2\mathrm{i}s\cot\theta\csc\theta\frac{\partial}{\partial \varphi}\\&+ s^2\cot^2\theta + r(s-1)A'(r) - 2As\\&\left.- 2r^2(2s-1)(s-1)\psi_2\right\}\Phi_{-s} = 0.\end{aligned} \tag{8}$$

对于一般球对称时空背景可以分为三类：第一类为没有宇宙常数的时空背景，这种情况下黑洞和外部辐射场在大范围内可以处于热平衡状态；第二类为具有负宇宙常数(anti-de Sitter)时空背景，这种情况 Hawking 和 Page 证明黑洞也可以处于一个大平衡热浴中；第三类为具有正宇宙常数(如 de Sitter)时空背景，这种情况黑洞视界和宇宙视界有不同的温度，故两视界之间是一个非平衡热力学系统. 所以我们的研究必须限制在黑洞附近薄层区域内，以保证系统处于局域热力学平衡状态. 故采用 WKB 近似，在黑洞事件视界附近的薄层区域内，方程(7)，(8)的解可假设为[23]

$$\Phi_p = \exp[-\mathrm{i}Et + \mathrm{i}S_p(r,\theta,\varphi)], \tag{9}$$

将(9)式代入(7)，(8)式并将两式化为一个方程，取实部可得动量满足的方程

$$\begin{aligned}&r^2A(r)P_r^2 + P_\theta^2 + \csc^2\theta(P_\varphi + p\cos\theta)^2\\&- \frac{E^2r^2}{A(r)} - (2p^2 + 3p + 1)r\frac{\mathrm{d}A(r)}{\mathrm{d}r}\\&- p - 2r^2(2p^2 + 3p + 1)\psi_2 = 0,\end{aligned} \tag{10}$$

(10)式中的 $p = \pm s$，P_r，P_θ，P_φ 是相应坐标 r，θ，φ 的动量分量，其值为

$$P_{r_p} = \frac{\partial S_p}{\partial r}, P_{\theta_p} = \frac{\partial S_p}{\partial \theta}, P_{\varphi_p} = \frac{\partial S_p}{\partial \varphi}. \tag{11}$$

令

$$\begin{aligned}f(r,p) = &-(2p^2 + 3p + 1)r\frac{\mathrm{d}A(r)}{\mathrm{d}r}\\&- p - 2r^2(2p^2 + 3p + 1)\psi_2,\end{aligned} \tag{12}$$

则方程(10)可简化为

$$\begin{aligned}&r^2A(r)P_r^2 + P_\theta^2 + \csc^2\theta(P_\varphi + p\cos\theta)^2\\&- \frac{E^2r^2}{A(r)} + f(r,p) = 0,\end{aligned} \tag{13}$$

3. 广义不确定关系与热力学量

广义不确定关系可表示为[18,19]

$$\Delta x\Delta P \geqslant \hbar \pm \frac{\lambda}{\hbar}(\Delta P)^2, \tag{14}$$

其中 $\hbar$ 为 Planck 常数，$\hbar\sqrt{\lambda}$ 为最小距离尺度的大小. 在相空间 $\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3P$ 内的量子态数目应该为[24]

$$\frac{\mathrm{d}^3x\mathrm{d}^3P}{(2\pi\hbar)^3(1 + \lambda P^2)^3}, \tag{15}$$

则与之相应的量子态密度为(以下采用自然单位制，即 $\hbar = c = 1$)

$$g_p(E) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int\frac{\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}P_{r_p}\mathrm{d}P_{\theta_p}\mathrm{d}P_{\varphi_p}}{(1 + \lambda P^2)^3}. \tag{16}$$

从(13)式得动量的模平方 P^2 为

$$\begin{aligned}P^2 &= -A(r)P_r^2 - \frac{1}{r^2}P_\theta^2 - \frac{\csc^2\theta}{r^2}(P_\varphi + p\cos\theta)^2\\&= \frac{f(r,p)}{r^2} - \frac{E^2}{A(r)}.\end{aligned} \tag{17}$$

(16)式中 P_r，P_θ，P_φ 的积分范围应利用(13)式来确定，并保证其根号有意义，即保证其被积函数为实数．将(17)式代入(16)式积分可得量子态数

$$g_p(E)=\frac{2}{3\pi}\int\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\times\frac{\left[\frac{E^2r^2}{A(r)}-f(r,p)\right]^{3/2}}{\left[1+\lambda\frac{f(r,p)}{r^2}-\lambda\frac{E^2}{A(r)}\right]^3}\mathrm{d}r.\qquad(18)$$

由于$\sqrt{\lambda}$是 Planck 常数的量级，故可以将(18)式的分母展开为 λ 的幂级数，即

$$\left[1-\lambda\frac{f(r,p)}{r^2}-\lambda\frac{E^2}{A(r)}\right]^{-3}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)}{2}\left[\frac{E^2}{A(r)}-\frac{f(r,p)}{r^2}\right]^n\lambda^n,\qquad(19)$$

则(18)式可写为

$$g_p(E)=\frac{2}{3\pi}\int\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)}{2r^{2n}}\times\left[\frac{E^2r^2}{A(r)}-f(r,p)\right]^{n+\frac{3}{2}}\lambda^n\mathrm{d}r.\qquad(20)$$

按照标准的统计热力学，自由能可表示为

$$-\beta F_P=\pm\sum_j\ln(1\pm\mathrm{e}^{-\beta E_j}),\qquad(21)$$

式中的正号表示费米子的自由能，负号表示玻色子的自由能，β 为 Hawking 温度的倒数．用(20)式所确定的量子态数可求得自由能

$$\begin{aligned}F&=-\int_0^{\infty}\mathrm{d}E\,\frac{g(E)}{\mathrm{e}^{\beta E}\pm1}\\&=-\frac{2}{3\pi}\int\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\frac{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)}{2r^{2n}}\left[\frac{E^2r^2}{A(r)}-f(r,p)\right]^{n+\frac{3}{2}}\lambda^n}{\mathrm{e}^{\beta E}\pm1}\mathrm{d}r\mathrm{d}E\\&\approx-\frac{2}{3\pi}\iint\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\frac{\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)rE^{2n+1}}{2A(r)^{n+1/2}}\left[\frac{E^2r^2}{A(r)}-\left(n+\frac{3}{2}\right)f(r,p)\right]\lambda^n}{\mathrm{e}^{\beta E}\pm1}\mathrm{d}r\mathrm{d}E.\end{aligned}\qquad(22)$$

对能量 E 在$(0,\infty)$范围内积分得

$$F=\begin{cases}-\frac{2}{3\pi}\int\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)r}{2^{2n+4}\beta^{2n+4}A(r)^{n+1/2}}\left[\frac{r^2}{A(r)}(2^{2n+3}-1)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\right.\\\qquad\left.-4\left(n+\frac{3}{2}\right)(2^{2n+1}-1)\beta^2f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\right]\lambda^n\mathrm{d}r(\text{费米子}),\\-\frac{2}{3\pi}\int\frac{1}{\sqrt{r^2A(r)}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+1)(n+2)r}{2\beta^{2n+4}A(r)^{n+1/2}}\left[\frac{r^2}{A(r)}\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\right.\\\qquad\left.-\left(n+\frac{3}{2}\right)\beta^2f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\right]\lambda^n\mathrm{d}r(\text{玻色子}).\end{cases}\qquad(23)$$

令 $\sigma(r)$为熵密度，$\rho(r)$为能量密度，$P(r)$为压强，则由熵 S 和能量 U 的公式[25]及熵密度、能量密度、压强之间的关系式[26]

$$S=\beta^2\frac{\partial F}{\partial\beta}=\int\sigma(r)\frac{4\pi r^2}{\sqrt{A(r)}}\mathrm{d}r,\qquad(24)$$

$$U=\frac{\partial(\beta F)}{\partial\beta}=\int4\pi r^2\rho(r)\mathrm{d}r,\qquad(25)$$

$$P(r)=\frac{\sigma(r)}{\beta\sqrt{A(r)}}-\rho(r),\qquad(26)$$

可求得黑洞事件视界附近的热力学量 熵密度 $\sigma(r)$，能量密度 $\rho(r)$和压强 $P(r)$：

$$\sigma(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2^{2n+4}\beta^{2n+3}A(r)^{n+1/2}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}(2^{2n+3}-1)(2n+4)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -4\left(n+\dfrac{3}{2}\right)(2^{2n+1}-1)(2n+2)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（费米子）},\\ \dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2\beta^{2n+3}A(r)^{n+1/2}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}(2n+4)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -\left(n+\dfrac{3}{2}\right)(2n+2)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（玻色子）}.\end{cases}\tag{27}$$

$$\rho(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2^{2n+4}\beta^{2n+4}A(r)^{n+1}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}(2^{2n+3}-1)(2n+3)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -4\left(n+\dfrac{3}{2}\right)(2^{2n+1}-1)(2n+1)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（费米子）},\\ \dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2\beta^{2n+4}A(r)^{n+1}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}(2n+3)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -\left(n+\dfrac{3}{2}\right)(2n+1)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（玻色子）}.\end{cases}\tag{28}$$

$$P(r)=\begin{cases}\dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2^{2n+4}\beta^{2n+4}A(r)^{n+1}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}(2^{2n+3}-1)\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -4\left(n+\dfrac{3}{2}\right)(2^{2n+1}-1)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（费米子）},\\ \dfrac{1}{6\pi^2 r^2}\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)}{2\beta^{2n+4}A(r)^{n+1}}\Big[\dfrac{r^2}{A(r)}\Gamma(2n+4)\xi(2n+4)\\ \quad -\left(n+\dfrac{3}{2}\right)\beta^2 f(r,p)\Gamma(2n+2)\xi(2n+2)\Big]\lambda^n\text{（玻色子）}.\end{cases}\tag{29}$$

以上三式告诉我们，一般球对称静态时空背景下黑洞的热力学量除了与黑洞自身的特性有关外，还和粒子的自旋、最小距离尺度的大小有关.

4. 讨　论

定义局域温度函数[14]

$$T(r)=\frac{1}{\beta\sqrt{A}}.\tag{30}$$

1）当 $n=0$ 时 $\lambda^n=1$，热力学量

$$\sigma(r)=\begin{cases}\dfrac{7\pi^2}{180}T^3(r)-\dfrac{f(r,p)}{24r^2}T(r)\text{（费米子）},\\ \dfrac{2\pi^2}{45}T^3(r)-\dfrac{f(r,p)}{12r^2}T(r)\text{（玻色子）},\end{cases}\tag{31}$$

$$\rho(r)=\begin{cases}\dfrac{7\pi^2}{240}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{48r^2}T^2(r)\text{（费米子）},\\ \dfrac{\pi^2}{30}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{24r^2}T^2(r)\text{（玻色子）},\end{cases}\tag{32}$$

$$P(r)=\begin{cases}\dfrac{7\pi^2}{720}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{48r^2}T^2(r)\text{（费米子）},\\ \dfrac{\pi^2}{90}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{24r^2}T^2(r)\text{（玻色子）}.\end{cases}\tag{33}$$

从以上三式可以看出，每一公式除了具有与文献[14—16]相同的主导项外还有一个与自旋有关的附加项，这与文献[12，13]有着相似的形式和结论.

2）当 $n=1$ 时 $\lambda^n=\lambda$，能量密度

$$\rho(r)=\begin{cases}\dfrac{7\pi^2}{240}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{48r^2}T^2(r)+\dfrac{155\pi^4\lambda}{504}T^6(r)\\ \quad -\dfrac{7f(r,p)\pi^2\lambda}{32r^2}T^4(r)\text{（费米子）},\\ \dfrac{\pi^2}{30}T^4(r)-\dfrac{f(r,p)}{24r^2}T^2(r)+\dfrac{20\pi^4\lambda}{63}T^6(r)\\ \quad -\dfrac{f(r,p)\pi^2\lambda}{4r^2}T^4(r)\text{（玻色子）}.\end{cases}\tag{34}$$

且熵密度 $\sigma(r)$ 和压强 $P(r)$ 也有着与能量密度类似的形式，它们不但具有 1）中所讨论的形式，还多了两项与最小距离尺度大小相关的量；同理当 $n=2,3,4,\cdots$ 时，均存在着与自旋、最小距离尺度的大小有关的项，这些项对热力学量的影响是不可忽视的. 这也就是说，在黑洞附近薄层区域内，热力学量除了与平直时空标量场的热力学量具有相同的主导

项之外，还具有与自旋、最小距离尺度的大小相关的附加项，这些附加项在我所讨论的量子系统中是不能忽略的.

[1] Hawking S W 1974 *Nature* **248** 30

[2] Hawking S W 1976 *Phys*. *Rev*. D **14** 2460

[3] Hawking S W 2005 *Phys*. *Rev*. D **72** 084013

[4] Jing J L，Yan M L 2001 *Phys*. *Rev*. D **63** 84028

[5] Li Z H 2002 *Mod*. *Phys*. *Lett*. A **17** 887

[6] Mi L Q 2004 *Acta Phys*. *Sin*. **53** 2065(in Chinese)[米丽琴 2004 物理学报 **53** 2065]

[7] Liu X Y，Xiao S F，Li F Y 2005 *Journal of Chongqing University* **4** 243

[8] Jing J L，Yan M L 2000 *Chin*. *Phys*. **9** 389

[9] Lui W B，Zhu J Y，Zhao Z 2000 *Acta Phys*. *Sin*. **49** 581 (in Chinese)[刘文彪、朱建阳、赵 峥 2000 物理学报 **49** 581]

[10] Shen Y G 2002 *Phys*. *Lett*. B **537** 187

[11] He H，Zhao Z 2002 *Acta Phys*. *Sin*. **51** 2661(in Chinese)[贺 晗、赵 峥 2002 物理学报 **51** 2661]

[12] Li Z H 2004 *Class*. *Quantum*. *Grav*. **21** 1181

[13] Li Z H 2005 *Chin*. *Phys*. *Lett*. **22** 1321

[14] Tolman R C 1934 *Relativity*，*Thermodynamics and Cosmslogy* (Oxford University Press)

[15] Unruh W G，Wald R M 1983 *Phys*. *Rev*. D **27** 2271

[16] Demiański M 1985 *Relativistic Astrophysics* (Oxford :Pergamon)

[17] Li X 2002 *Phys*. *Lett*. B **540** 9

[18] Kempf A，Mangano G，Mann R B 1995 *Phys*. *Rev*. D **52** 1108

[19] Chang L N，Minic D，Okamura N *et al* 2002 *Phys*. *Rev*. D **65** 125

[20] Newman E，Penrose R 1962 *J*. *Math*. *Phys*. **3** 566

[21] Torres del Castillo G F 1988 *J*. *Math*. *Phys*. **29** 2078

[22] Li Z H 2000 *Phys*. *Rev*. D **62** 024001

[23] Li X，Zh Z 2001 *Chin*. *Phys*. *Lett*. **18** 463

[24] Chang L N 2002 *Phys*. *Rev*. D **65** 125028

[25] Mukohyama S，Israel W 1998 *Phys*. *Rev*. D **58** 104005

[26] Unruh W G，Wald R M 1982 *Phys*. *Rev*. D **25** 942

The generalized uncertainty relation and the thermodynamic quantities near the black holes*

Liu Xiao-Ying[1)] Zhang Jia[1)2)]

1)(*Department of Physics*，*Zhanjiang Normal College*，*Zhanjiang* 524048，*China*)

2)(*College of Physics and Information Technology*，*Guangxi Normal University*，*Guilin* 541004，*China*)

(Received 21 February 2006；revised manuscript received 5 April 2006)

Abstract

The thermodynamic quantities of massless scalar，neutrino，electromagnetic，massless Rarita-Schwinger and gravitational fields near the general spherically symmetric static black holes are investigated by using the modified equation of state density due to the generalized uncertainty relation. It is shown that the thermodynamic quantities depend not only on the characteristic of the black hole but also on the spin of the fields and the size of minimal length.

Keywords：generalized uncertainty relation，general spherically symmetric static black hole，thermodynamic quantity

PACC：0470，9760L

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10375051).