

异结构系统混沌同步的新方法^{*}

李 爽^{1)†} 徐 伟¹⁾ 李瑞红^{1) 2)} 李玉鹏³⁾

1) 西北工业大学理学院应用数学系, 西安 710072)

2) 西安电子科技大学应用数学系, 西安 710071)

3) 西北大学计算机科学系, 西安 710069)

(2005 年 12 月 30 日收到, 2006 年 4 月 12 日收到修改稿)

基于 Lyapunov 稳定性理论, 结合反馈控制和自适应控制方法, 提出了一种异结构混沌系统同步的新方法. 该方法适用范围广, 不仅能为人们提供控制器的一般选取办法, 而且对于具体的误差系统还可进一步简化控制器结构, 具有稳健、易于实现等优点. 通过对 Lorenz 系统与 Liu 系统、超混沌的 Rössler 系统与广义 Lorenz 系统的同步数值仿真, 证实了该方法的有效性.

关键词: 混沌同步, Lorenz 系统, Rössler 系统, Lyapunov 函数

PACC: 0545

1. 引 言

20 世纪 90 年代初 Pecora 和 Carroll 提出了一种混沌同步方法^[1], 用以实现相同系统的混沌同步, 之后由于混沌同步在物理学、生物学、信息科学及保密通信等领域的重要应用价值, 十几年来它一直是研究非线性科学的热点课题之一. 混沌同步的实质是根据驱动系统的输出来调控响应系统, 以使响应系统的输出遵从驱动系统的输出. 目前为止, 人们已提出了多种方法用以实现混沌同步, 主要有驱动-响应同步法^[1]、线性和非线性反馈控制同步法^[2, 3]、主动-被动同步法^[4]、自适应同步法^[5, 6]、脉冲同步法^[7, 8]等.

虽然人们已对混沌同步问题做了大量研究^[1-18], 但是其中的大多工作都是考虑相同结构混沌系统的同步, 对异结构混沌系统的同步还没引起足够的关注^[14]. 同步是自然界中的一种基本现象, 它可以看作是大系统内部各个子系统之间的一种协同机理, 在激光、生物系统及感知处理过程中, 人们很难假定各个子系统的结构相同, 因此, 从协同学的角度看, 异结构混沌系统同步的研究具有重要的实际意义和应用价值. 而在保密通信中, 如果能实现异结构混沌系统的同步, 则将明显扩大混沌同步的

范围, 提高通信的保密性^[9].

混沌系统敏感地依赖于初值条件. 对于异结构的混沌系统, 初值条件的微小变化最终将引起系统之间动态行为的巨大差异, 而且相空间中它们的吸引域也大不相同, 所以与相同系统混沌同步问题相比, 异结构系统的混沌同步实现起来较为困难. 最近, Huang 提出了混沌同步的一种新方法^[10], 可以解决几乎所有相同系统的混沌同步问题, 具有较强的适用性, Lei 等^[11]又将该方法推广, 应用到非自治相同系统的混沌同步中. 他们的工作极大地鼓舞了人们, 一个自然的问题是对异结构的混沌系统是否仍然可以设计一种既简单又适用的方法使系统完全同步. 针对上述问题, 本文根据 Lyapunov 稳定性理论, 结合反馈控制和自适应控制的方法, 设计了同步控制器用以实现异结构系统的混沌同步. 数值仿真证实了该方法的有效性.

2. 同步准则

考虑由下面数学模型描述的混沌系统:

$$\dot{x} = f(x), \quad (1)$$

这里 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$, $f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))^T \in R^n$, 分别为系统 (1) 的状态向量及非线性向量场. 将系统 (1) 看作驱动系统, 响应系

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 30472091, 10332030 和 10502042)资助的课题.

[†] E-mail: lishuang@mail.nwpu.edu.cn

统为

$$\dot{y} = g(y) + u, \tag{2}$$

这里 $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n, g(y) = (g_1(y), g_2(y), \dots, g_n(y))^T \in R^n$, 分别为系统(2)的状态向量及非线性函数, $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T \in R^n$ 为控制器.

设响应系统(2)和驱动系统(1)之间的状态误差为 $e = y - x$, 误差向量 $e = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$, 由(2)式减去(1)式得到误差系统方程为

$$\dot{e} = g(x + e) - f(x) + u. \tag{3}$$

同步目标为选取合适的 u , 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

假定 1 设系统(1)混沌吸引子为有界闭集 Ω , $f(x)$ 是定义在 Ω 上的连续函数; $g(y)$ 是定义在集合 S 上的有界函数且 $S \supset \Omega$.

引理 1 设函数 $\phi(x) = (\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x))^T$ 是定义在集 Ω 上的有界函数, 对误差系统

$$\dot{e}_i = g_i(y) - f_i(x) + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{4}$$

若取 $u_i = \phi_i(x) + \epsilon_i e_i, \epsilon_i = -\beta_i e_i^2, \beta_i > 0$, 则存在 $t_0 \geq 0, c > 0$, 使得当 $t \geq t_0$ 时, 有 $|e_i| \leq c, i = 1, 2, \dots, n$.

证明 $f(x)$ 是有界闭集 Ω 上的连续函数, 所以存在 $M_1 > 0$, 使得 $|f_i(x)| \leq M_1$; $g(y)$ 是集合 S 上的有界函数, 从而存在 $M_2 > 0$, 使得 $|g_i(y)| \leq M_2$; $\phi(x)$ 是集 Ω 上的有界函数, 从而存在 $M_3 > 0$, 使得 $|\phi_i(x)| \leq M_3; i = 1, 2, \dots, n$, 令 $M = \max\{M_1, M_2, M_3\}$ 则有 $|f_i(x)| \leq M, |\phi_i(x)| \leq M, |g_i(y)| \leq M, i = 1, 2, \dots, n$.

从而系统(4)可变为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= g_i(y) + \phi_i(x) - f_i(x) + \epsilon_i e_i, \\ \epsilon_i &= -\beta_i e_i^2. \end{aligned} \tag{5}$$

定义 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i} (\epsilon_i + L)^2, \tag{6}$$

式中 L 为充分大的正常数. 对 V 关于时间 t 求导可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i} (\epsilon_i + L) \dot{\epsilon}_i \\ &= \sum_{i=1}^n e_i (g_i(y) + \phi_i(x) - f_i(x) + \epsilon_i e_i) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n (\epsilon_i + L) e_i^2 \\ &= \sum_{i=1}^n e_i (g_i(y) + \phi_i(x) - f_i(x)) - \sum_{i=1}^n L e_i^2 \end{aligned}$$

$$\leq \sum_{i=1}^n 3M |e_i| - \sum_{i=1}^n L e_i^2.$$

对于任意 $\delta > \frac{3M}{2L}$, 有 $|e_i| \leq \frac{1}{2} \left(\frac{e_i^2}{\delta} + \delta \right)$, 从而上式

$$\begin{aligned} &\leq \sum_{i=1}^n \frac{3}{2} M \left(\frac{e_i^2}{\delta} + \delta \right) - \sum_{i=1}^n L e_i^2 \\ &= - \left(L - \frac{3M}{2\delta} \right) \sum_{i=1}^n e_i^2 + \frac{3}{2} n M \delta. \end{aligned} \tag{7}$$

令 $D_1 = L - \frac{3M}{2\delta}, D_2 = \frac{3}{2} n M \delta$, $\|e\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2}$, 则当

$\|e\| > \sqrt{\frac{D_2}{D_1}}$ 时, $\dot{V}(t) < 0$, 因此随着 t 的增大,

$V(t)$ 减小, 由(6)式 $\|e\|$ 也减小; 从而存在 $t_0 \geq 0, c$

$\geq \sqrt{\frac{D_2}{D_1}}$, 使得当 $t \geq t_0$ 时, 有 $\|e(t)\| \leq c$ 成立, 又

$|e_i| \leq \|e\|$, 所以 $|e_i| \leq c, i = 1, 2, \dots, n$.

定理 若存在连续函数 $\rho_i(x), m_{ij}(x)$ 及多项式函数 $n_{ij}(e)$ 使得

$$\begin{aligned} &g_i(x + e) - f_i(x) \\ &= \rho_i(x) + \sum_{j=1}^n e_j m_{ij}(x) n_{ij}(e), \\ & \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned} \tag{8}$$

则可以选取控制器 $u_i = -\rho_i(x) + \epsilon_i e_i, \epsilon_i = -\beta_i e_i^2, \beta_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$, 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$.

证明 取 $\phi_i(x) = -\rho_i(x)$ 由引理 1 可知存在常数 $c > 0$, 使得 $|e_i| \leq c, i = 1, 2, \dots, n$, 从而对于多项式

函数 $n_{ij}(e)$ 存在常数 $b_{ij} > 0$, 使得 $|n_{ij}(e)| \leq b_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$.

$m_{ij}(x)$ 是定义在 Ω 上的连续函数同样存在常数 $d_{ij} > 0$, 使得 $|m_{ij}(x)| \leq d_{ij}$.

令 $K = \max\{b_{ij}, d_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n\}$ 则有

$$\left| \sum_{j=1}^n e_j m_{ij}(x) n_{ij}(e) \right| \leq K \sum_{j=1}^n |e_j|, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

令 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n e_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i} (\epsilon_i + L)^2, \tag{9}$$

这里 L 是大于 nK 的任意正常数. 对 V 关于时间 t 求导可得到

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^n e_i \dot{e}_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta_i} (\epsilon_i + L) \dot{\epsilon}_i \\ &= \sum_{i=1}^n e_i (g_i(x + e) - f_i(x) + u_i) \\ &\quad - \sum_{i=1}^n (\epsilon_i + L) e_i^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n e_i [g_i(x+e) - f_i(x) - \rho_i(x)] + \varepsilon_i e_i \\
&\quad - \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i + L) e_i^2 \\
&\leq \sum_{i=1}^n |e_i| (K \sum_{j=1}^n |e_j|) - \sum_{i=1}^n L e_i^2 \\
&\leq (nK - L) \sum_{i=1}^n e_i^2 \leq 0. \tag{10}
\end{aligned}$$

由(10)式可知 $\dot{V}=0$ 当且仅当 $e_i=0, i=1, 2, \dots, n$.

根据 Lasalle 不变原理,从误差系统(3)任意初值出发的轨线当 $t \rightarrow \infty$ 时趋向于包含在 $\dot{V}=0$ 中的最大不变集 $E = \{ (e, \varepsilon) \in R^{n \times n} : e=0, \varepsilon = \varepsilon_0 \in R^n \}$ 上,即当 $t \rightarrow \infty$ 时, $y \rightarrow x, \varepsilon \rightarrow \varepsilon_0$.

备注 1 定理中控制器的选取是为了保证误差系统收敛于包含原点的全局稳定不变集上. 控制器包括两部分:一部分是仅含驱动系统状态变量的函数项,另一部分为误差的自适应项. 由于驱动系统状态随时间变化不为零,因此误差系统中仅含驱动系统状态变量的函数项应当消去. 另外,从定理的证明过程可知,如果存在常数 $\gamma > 0$ 使 $|e_i| \leq \gamma |e_j|$ 或者 $e_i = m(e_j)$, $m(\cdot)$ 是连续可微函数且 $m(0) = 0$ 则可取 $\varepsilon_i = 0$ 定理依然成立,即某些误差变量的自适应项可以省去,从而可以简化控制器结构.

备注 2 Lorenz 系统、Chen 系统、Lü 系统、Liu 系统^[12]、Rössler 系统等,任意两者的关系均满足(8)式,所以定理中的方法适用范围较广. 相比于通常使用的其他方法,该方法具有许多优点,如线性反馈方法使用条件 Lyapunov 指数,而条件 Lyapunov 指数并不总能保证误差为零^[13],该方法则能从理论上保证两系统达到完全同步,因此稳健、精度高;相比于激活控制方法^[14],该方法在误差系统中消去只含驱动系统状态变量的函数项,控制器简单.

3. 仿真示例

3.1. Lorenz 系统与 Liu 系统^[12]的同步

驱动系统为 Lorenz 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \alpha(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = rx_1 - x_2 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 = -mx_3 + x_1x_2. \end{cases} \tag{11}$$

响应系统为受控的 Liu 系统

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \alpha(y_2 - y_1) + u_1, \\ \dot{y}_2 = by_1 - ky_1y_3 + u_2, \\ \dot{y}_3 = -cy_3 + hy_1^2 + u_3. \end{cases} \tag{12}$$

这里参数 $\sigma = 10, r = 28, m = \frac{8}{3}; a = 10, b = 40, k = 1, c = 2.5, h = 4$. 设响应系统(12)与驱动系统(11)之间的状态误差为 $e_i = y_i - x_i (i = 1, 2, 3)$, 由(12)式减去(11)式可得误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = 10(e_2 - e_1) + u_1, \\ \dot{e}_2 = 40e_1 - (x_1e_3 + e_1x_3 + e_1e_3) \\ \quad + (12x_1 + x_2) + u_2, \\ \dot{e}_3 = -2.5e_3 + 4(2x_1e_1 + e_1^2) \\ \quad + (4x_1^2 + x_3/6 - x_1x_2) + u_3. \end{cases} \tag{13}$$

为使系统(11)与(12)完全同步,只需选取合适的 $u = (u_1, u_2, u_3)^T$ 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ 即可. 为此,将(13)式与(8)式比较可知,这里 $\rho_1(x) = 0, \rho_2(x) = 12x_1 + x_2, \rho_3(x) = 4x_1^2 + x_3/6 - x_1x_2$, 根据定理可以选取控制器 $u_1 = -\rho_1(x) + \varepsilon_1 e_1, u_2 = -\rho_2(x) + \varepsilon_2 e_2, u_3 = -\rho_3(x) + \varepsilon_3 e_3$; 另一方面,观察(13)式右端可以发现,如果 $u_1 = -\rho_1(x)$ 且 $e_2 \rightarrow 0$, 则 $e_1 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 而如果 $u_3 = -\rho_3(x)$ 且 $e_1 \rightarrow 0$, 则 $e_3 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 因此可以进一步简化控制器取 $u_1 = 0, u_2 = -(12x_1 + x_2) + \varepsilon_2 e_2, \dot{\varepsilon}_2 = -\beta_2 e_2^2, u_3 = -(4x_1^2 + x_3/6 - x_1x_2)$. 数值仿真采用步长为 0.001 的四阶龙格-库塔法,取 $\beta_2 = 1, \varepsilon_2(0) = 0$, 初值 $x_1(0) = -1.0, x_2(0) = 1.0, x_3(0) = 0.0; y_1(0) = 0.1, y_2(0) = 0.2, y_3(0) = 0.3$. 图 1 给出了 Lorenz 系统与 Liu 系统的混沌吸引子. 图 2 给出了误差 e_i 及参数 ε_2 随时间的演化曲线. 由图 2 可知随着时间的增加,误差 $e_i (i = 1, 2, 3)$ 迅速趋于零,参数 ε_2 则趋于常值,这表明该方法能有效地实现异结构混沌系统的同步.

3.2. 超混沌的 Rössler 系统与广义 Lorenz 系统^[15]的同步

驱动系统为超混沌的 Rössler 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = x_1 + a_1x_2 + x_4, \\ \dot{x}_3 = b_1 + x_1x_3, \\ \dot{x}_4 = -c_1x_3 + d_1x_4. \end{cases} \tag{14}$$

响应系统为受控的广义 Lorenz 系统

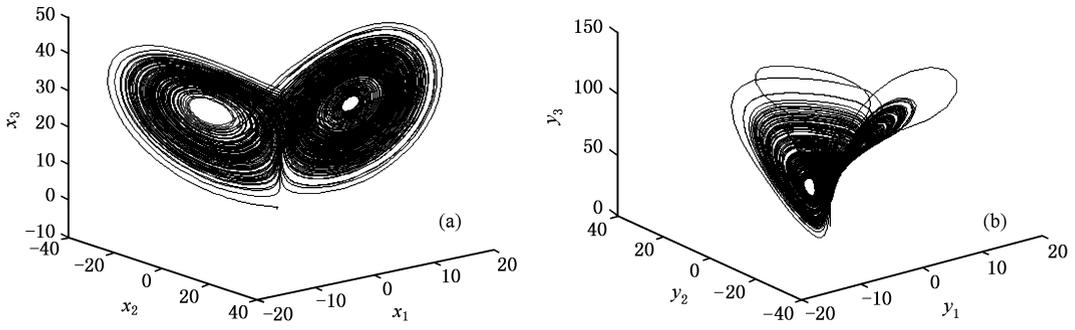


图 1 (a) Lorenz 系统混沌吸引子 (b) Liu 系统混沌吸引子

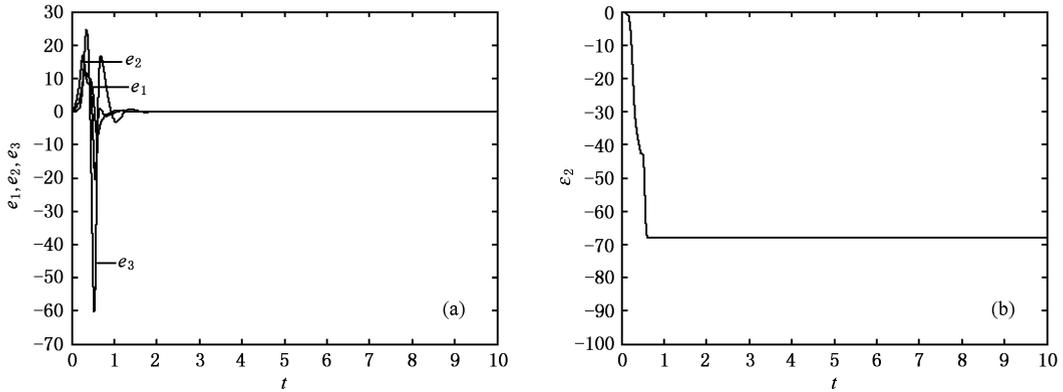


图 2 (a)误差 e_1, e_2, e_3 随时间的演化曲线 (b)参数 ϵ_2 随时间的演化曲线

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_2(y_2 - y_1) + c_2 y_4 + u_1, \\ \dot{y}_2 = d_2 y_1 - y_1 y_3 - y_2 + u_2, \\ \dot{y}_3 = y_1 y_2 - b_2 y_3 + u_3, \\ \dot{y}_4 = -y_1 - a_2 y_4 + u_4. \end{cases} \quad (15)$$

这里参数 $a_1 = 0.25, b_1 = 3.0, c_1 = 0.50, d_1 = 0.05$; $a_2 = 1.0, b_2 = 0.7, c_2 = 1.5, d_2 = 26.0$. 设响应系统 (15) 与驱动系统 (14) 之间的状态误差为 $e_i = y_i - x_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$), 由 (15) 式减去 (14) 式可得误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (e_2 - e_1 + 1.5e_4) \\ \quad + (2x_2 - x_1 + x_3 + 1.5x_4) + u_1, \\ \dot{e}_2 = (26e_1 - e_2) - (x_1 e_3 + e_1 x_3 + e_1 e_3) \\ \quad + (25x_1 - 1.25x_2 - x_1 x_3 - x_4) + u_2, \\ \dot{e}_3 = -0.7e_3 + (x_1 e_2 + e_1 x_2 + e_1 e_2) \\ \quad + (x_1 x_2 - x_1 x_3 - 0.7x_3 - 3.0) + u_3, \\ \dot{e}_4 = -e_1 - e_4 + (-x_1 + 0.5x_3 - 1.05x_4) + u_4. \end{cases} \quad (16)$$

为实现系统 (14) 与 (15) 同步, 将 (16) 式与 (8) 式比

较, 可知这里 $\rho_1(x) = 2x_2 - x_1 + x_3 + 1.5x_4, \rho_2(x) = 25x_1 - 1.25x_2 - x_1 x_3 - x_4, \rho_3(x) = x_1 x_2 - x_1 x_3 - 0.7x_3 - 3.0, \rho_4(x) = -x_1 + 0.5x_3 - 1.05x_4$, 根据定理可以选取控制器 $u_1 = -\rho_1(x) + \epsilon_1 e_1, u_2 = -\rho_2(x) + \epsilon_2 e_2, u_3 = -\rho_3(x) + \epsilon_3 e_3, u_4 = -\rho_4(x) + \epsilon_4 e_4$; 但进一步分析 (16) 式右端可知, 如果 $u_4 = -\rho_4(x)$ 且 $e_1 \rightarrow 0$, 则 $e_4 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 而如果 $u_3 = -\rho_3(x), e_1 \rightarrow 0$ 且 $e_2 \rightarrow 0$, 则 $e_3 \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 因此可取 $u_1 = -\rho_1(x) + \epsilon_1 e_1, u_2 = -\rho_2(x) + \epsilon_2 e_2, u_3 = -\rho_3(x), u_4 = -\rho_4(x)$. 在数值仿真中选择 $\epsilon_1 = -\beta_1 e_1^2, \beta_1 = 1, \epsilon_1(0) = 0, \epsilon_2 = -\beta_2 e_2^2, \beta_2 = 1, \epsilon_2(0) = 0$ 初值分别为 $x_1(0) = -20, x_2(0) = 0, x_3(0) = 0, x_4(0) = 15; y_1(0) = 1, y_2(0) = 0, y_3(0) = -1, y_4(0) = 1$, 得到超混沌的 Rössler 系统与广义 Lorenz 系统的混沌吸引子在三维空间的投影如图 3, 误差 e_i 及参数 ϵ_i, ϵ_2 随时间的演化曲线如图 4. 由图 4 可知误差 $e_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 迅速趋于零, ϵ_1, ϵ_2 则趋于常值.

另外, 我们在数值仿真中也发现对于上面选择的控制器 $u_1 = -\rho_1(x) + \epsilon_1 e_1, u_2 = -\rho_2(x) +$

$\varepsilon_2 e_2, u_3 = -\rho_3(x), u_4 = -\rho_4(x)$, 可进一步简化而取 $u_1 = -\rho_1(x) + \varepsilon_1 e_1, u_2 = -\rho_2(x), u_3 = -\rho_3(x), u_4 = -\rho_4(x), \dot{\varepsilon}_1 = -\beta_1 e_1^2$, 仍然能使 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$ 其原因是各 e_i 之间存在的耦合关

系保证了在对 e_1 调控时 相应地带动其他误差项趋于零. 图 5 给出了该控制器下 $\beta_1 = 8, \varepsilon_1(0) = 0$ 时误差 e_i 及参数 ε_1 随时间的演化曲线.

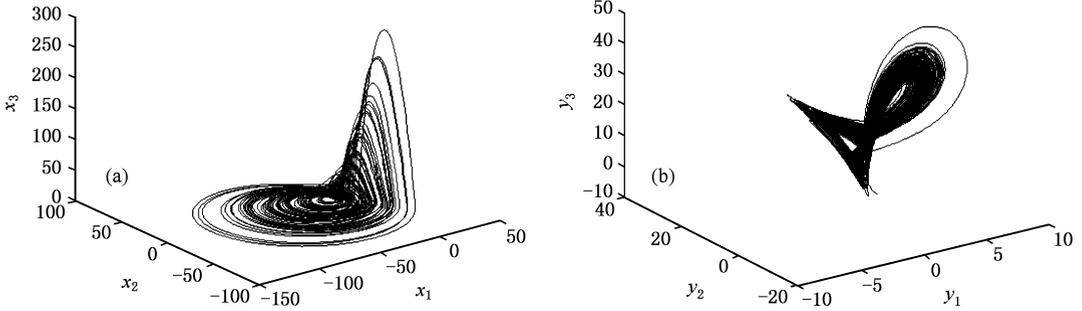


图 3 (a) 超混沌的 Rössler 系统混沌吸引子三维空间的投影 (b) 广义 Lorenz 系统混沌吸引子三维空间的投影

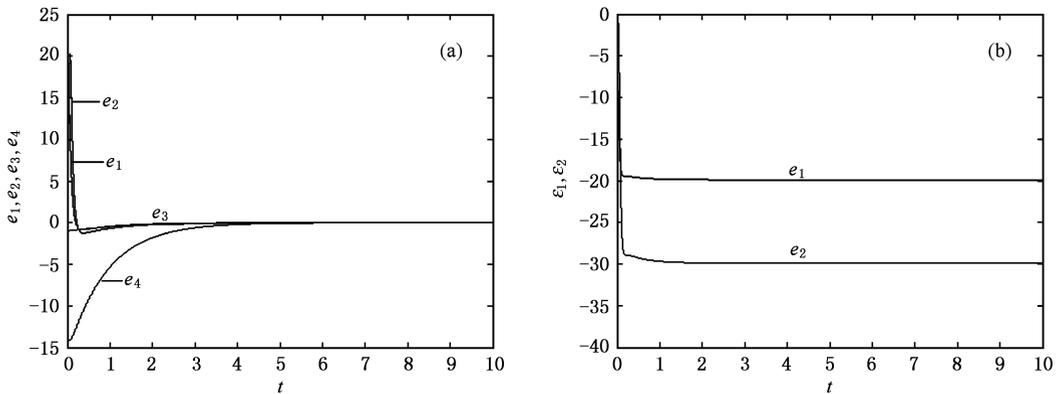


图 4 (a) 误差 e_1, e_2, e_3, e_4 随时间的演化曲线 (b) 参数 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 随时间的演化曲线

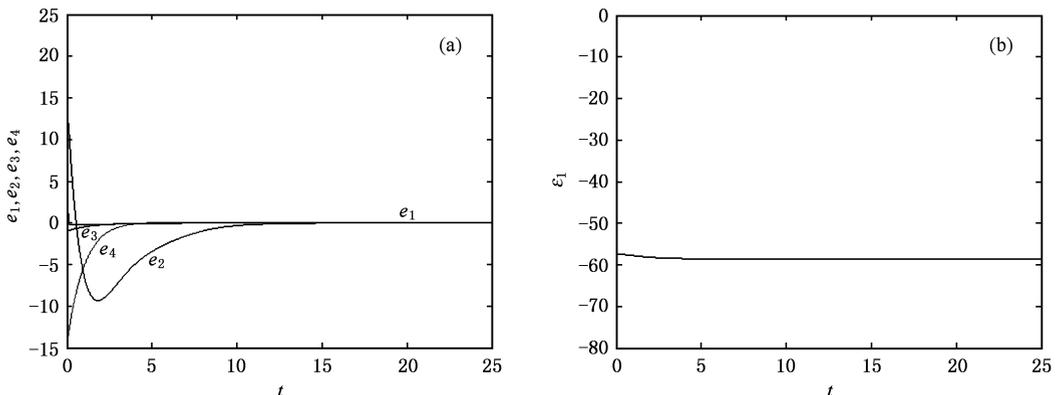


图 5 (a) 误差 e_1, e_2, e_3, e_4 随时间的演化曲线 (b) 参数 ε_1 随时间的演化曲线

4. 结 论

由于初值不同,而且系统结构也不相同,因此异结构混沌系统的同步实现起来具有较多困难,而寻求一种既简单又适用的方法就更加困难.本文根据 Lyapunov 稳定性理论,提出了异结构混沌系统同步

的一种新方法,该方法适用于 Lorenz, Chen, Lü, Liu, Rössler 等系统之间的混沌同步问题,它不仅为人们提供了控制器的一般选取办法,而且对于具体的误差系统还可进一步简化控制器结构,具有稳健、易于实现等优点.如何将该方法推广用于其他类型的混沌系统及不同阶混沌系统的同步研究中,这将是作者进一步的工作.

-
- [1] Pecora L M , Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
- [2] Pyragas K 1993 *Phys. Lett. A* **181** 203
- [3] Chen Z S , Sun K H , Zhang T S 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2580 (in Chinese) [陈志盛、孙克辉、张泰山 2005 物理学报 **54** 2580]
- [4] Kocarev L , Parlitz U 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 5208
- [5] Li Z , Han C Z 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 847 (in Chinese) [李智、韩崇昭 2001 物理学报 **50** 847]
- [6] Yue D , Jun Yoneyama 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 292 (in Chinese) [岳东、Jun Yoneyama 2003 物理学报 **52** 292]
- [7] Cheng J F , Zhang R Y , Peng J H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1589 (in Chinese) [陈菊芳、张入元、彭建华 2003 物理学报 **52** 1589]
- [8] Yang L B , Yang T 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 33 (in Chinese) [杨林保、杨涛 2000 物理学报 **49** 33]
- [9] Guan X P , Fan Z P , Chen C L , Hua C C 2002 *Chaos control and its application in secure communications* (Beijing : National Defence Industry Press [in Chinese] 关新平、范正平、陈彩莲、华长春 2002 混沌控制及其在保密通信中的应用 (北京 : 国防工业出版社))
- [10] Huang D B 2005 *Phys. Rev. E* **71** 037203
- [11] Lei Y M , Xu W , Shen J W 2005 *Chaos , Solitons & Fractals* **31** 371
- [12] Liu C X , Liu T , Liu L *et al* 2004 *Chaos , Solitons & Fractals* **22** 1031
- [13] Shuai J X , Wong K W , Cheng L M 1997 *Phys. Rev. E* **56** 2272
- [14] Yassen M T 2005 *Chaos , Solitons & Fractals* **23** 131
- [15] Ho M C , Hung Y C , Liu Z Y *et al* 2006 *Physics Letters A* **348** 251
- [16] Zhang X Y , Guan X P , Li H G 2005 *Chin. Phys.* **14** 279
- [17] Tu L L , Lu J A 2005 *Chin. Phys.* **14** 1755
- [18] Yu D C , Wu A G 2006 *Chin. Phys.* **15** 95

A new method of synchronization between two different chaotic systems^{*}

Li Shuang^{1)†} Xu Wei¹⁾ Li Rui-Hong¹⁾²⁾ Li Yu-Peng³⁾

1) *Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China*

2) *Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an 710071, China*

3) *Department of Computer Science, Northwestern University, Xi'an 710069, China*

(Received 30 December 2005 ; revised manuscript received 12 April 2006)

Abstract

Based on Lyapunov stability theory, a new method combining feedback control and adaptive control is proposed for the synchronization between two different chaotic systems. This method can be applied to solve synchronization problems of several classes of chaotic systems, e. g., Lorenz system, Chen system, Lü system, Liu system, and Rössler system. It offers a general way of choice for the controller, and furthermore, for some concrete systems the controller can be simplified. Numerical simulation results are presented to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Keywords : chaos synchronization, Lorenz system, Rössler system, Lyapunov function

PACC : 0545

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10472091, 10332030 and 10502042).

[†] E-mail : lishuang@mail.nwpu.edu.cn