

纳米 MOSFET 迁移率解析模型^{*}

代月花[†] 陈军宁 柯导明 孙家訛 胡 媛

(安徽大学电子科学与技术学院,合肥 230039)

(2006 年 3 月 17 日收到,2006 年 4 月 18 日收到修改稿)

从玻尔兹曼方程出发,重新计算了纳米 MOSFET 沟道内的载流子所服从的分布函数,特别是考虑了纳米 MOSFET 横向电场和纵向电场之间的相互作用,并且以得到的非平衡状态下的分布函数为基础,考虑载流子寿命和速度的统计分布,给出了纳米 MOSFET 载流子迁移率的解析表达式.通过与数值模拟结果进行比较和分析,该迁移率解析模型形式简洁、物理概念清晰,且具有相当精度.

关键词:玻尔兹曼方程,纳米 MOSFET,迁移率,沟道有效电场

PACC:7340Q,7320A,7300

1. 引言

由于纳米 MOSFET 的尺寸小,又因为外加电压不能按比例缩小,这使得其沟道内的载流子会在高场下运动.在这种非平衡状态下,一方面载流子不再服从玻尔兹曼分布或费米分布;另一方面器件特征尺寸已与载流子平均自由程相当,在如此短的沟道内载流子数目是有限的,所以必须考虑其寿命和速度的统计分布.在器件模拟软件中要准确预计或建模纳米 MOSFET 的端电流,反型层及体内的载流子迁移率是最重要的参数之一.

在纳米 MOSFET 器件中,迁移率仍被器件建模和电路模拟人员广泛关注^[1-7].但是,纳米器件中不断出现新效应^[8-10],其中的载流子输运特性发生了改变,载流子与晶格之间不再处于热平衡状态,准弹道输运发挥主导作用.现有的迁移率模型大部分是经验型的^[1-5],这些模型与现代纳米 MOSFET 测试结果并不相符.少数基于物理的迁移率解析模型^[6,7],虽然考虑了各种散射机理,但只是简单地利用 Matthiessen's 规则将几种散射机理引起的迁移率包含在有效迁移率表达式中,最后得到的是沟道迁移率在弱或零横向电场的前提下与纵向电场的函数依赖关系^[6,7].这些模型没有把沟道内的电场当成一个整体,而是将其分割为横向电场和纵向电场分开

加以考虑.其实横向电场和纵向电场之间有相互作用,特别当两者大小相当时,是不能严格将两者分割开的.

本文从玻尔兹曼方程出发,重新计算了纳米 MOSFET 沟道内的载流子所服从的分布函数,特别是考虑了纳米 MOSFET 二维效应的同时,还将横向电场和纵向电场统一为沟道内的有效电场.接着,本文以前面得到的分布函数为基础,考虑载流子寿命和速度的统计分布,根据迁移率的物理定义式,给出了纳米 MOSFET 载流子迁移率的解析表达式.最后,用器件模拟软件 Medici 对几种具体情况下的纳米 MOSFET 进行数值模拟,提取出了迁移率与沟道内有效电场的对应关系,并将其与文中的迁移率解析模型计算结果进行比较和分析.

2. 非平衡状态下的分布函数

纳米 MOSFET 沟道内的载流子在强电场(大于 10^5 V/cm)作用下不断被加速,它们从电场中获得能量,速度越来越快,又由于沟道短,载流子来不及以碰撞的形式把从电场中获得的能量传递给晶格就到达漏极,从而导致载流子能量与晶格能量处于不平衡状态,表现为载流子平均温度(T_e)高于晶格温度(T_a).依据文献[11],在这种非平衡状态下载流子分布函数需要通过求解玻尔兹曼方程获得.然而,玻尔

^{*} 国家自然科学基金(批准号:60276042)资助的课题.

[†] E-mail: daiyuehua2000@yahoo.com.cn

兹曼方程是个复杂的微积分方程, 从其原始形式求解是不能得到分布函数的解析表达式的, 所以有必要作适当的近似和数学处理.

在电场不高的情况下(小于 10^5 V/cm), 近似认为沟道中的载流子是按热运动的各向同性分布, 并将其分布函数记为 f_s . 当电场强到一定程度, 这时沟道内载流子的分布就会偏离各向同性, 把这种偏离 f_s 的部分称为分布函数的各向异性部分, 记为 f_A . 考虑到制造 MOSFET 器件所用材料的耐压性和为节能所加电压不会太高的实际情况, 一般偏离部分不会太大. 所以, 在强电下载流子的分布函数 f 由各向同性 f_s 和各向异性 f_A 两部分组成, 即

$$f(x, y, E) = f_s(E) + f_A(x, y, E), \quad f_A \ll f_s. \quad (1)$$

由于热运动是各向同性, 则无外加电场时载流子处于热运动状态下的分布函数 f_0 也应该是各向同性的, 所以近似认为 f_s 和 f_0 满足

$$f_s(E) \approx f_0(E). \quad (2)$$

在非简并半导体中载流子服从玻尔兹曼分布 f_0 为

$$f_0(E) = A e^{-\frac{E}{k_B T}}, \quad (3)$$

其中 A 是一个比例常数, E 是载流子所具有的能量, k_B 是玻尔兹曼常数, T 是绝对温度.

通常玻尔兹曼方程都在弛豫时间近似的情况下进行求解, 本文也基于这一假设, 所以玻尔兹曼方程的形式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\eta}{m^*} \mathbf{K} \cdot \nabla_r f + \frac{-qF}{\eta} \cdot \nabla_k f \\ = -\frac{f - f_s}{\tau_0}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 τ_0 是载流子的弛豫时间, q 指电子的电荷量, m^* 载流子的有效质量, η 是普朗克常数, F 是沟道内的电场分布, K 是波矢, r 是空间坐标.

由于在稳态下 $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$, 且忽略沟道中电场的梯度, 即 $\nabla_r f = 0$, 这时玻尔兹曼方程可以简化为

$$\frac{-qF}{\eta} \cdot \nabla_k (f_0 + f_A) = \frac{-f_A}{\tau_0}. \quad (5)$$

利用(1)式中的条件 $f_A \ll f_s (\approx f_0)$, 将方程(5)中等号左端括号内 f_A 对 f_0 的影响忽略, 直接用 f_0 取代 $(f_0 + f_A)$ 可解得分布函数的各向异性部分 f_A ,

$$f_A(x, y, E) = q\tau_0 \frac{df_0}{dE} (v \cdot F), \quad (6)$$

其中 v 指载流子的速度. 对现代纳米 MOSFET 沟道

内电场和载流子速度的二维分布必须进行考虑, 所以在(6)式中以 x 代表沿沟道方向, y 是垂直沟道的方向, 对其中的 $(v \cdot F)$ 项利用牛顿第二定律作如下处理:

$$\begin{aligned} v \cdot F = \left(v_{x0} + \frac{qF_x}{m^*} \tau_x \right) F_x \\ + \left(v_{y0} + \frac{qF_y}{m^*} \tau_y \right) F_y \end{aligned} \quad (7)$$

式中字母意义不变, 但下标 x 表示沿沟道方向的物理量, 下标 y 表示垂直沟道方向的物理量, 而 v_{x0} 和 v_{y0} 分别代表每次与晶格原子发生非弹性碰撞前沿沟道方向和垂直沟道方向的漂移速度, 它们是变化的, 每碰撞一次都有所增加. 当横向电场和纵向电场都比较大时, 假设 $v_{x0} \approx v_{y0} = v_0$ 和 $\tau_x \approx \tau_y = \tau_0$ 成立, 则(7)式进一步简化为

$$\begin{aligned} v \cdot F \approx \alpha v_0 \sqrt{F_x^2 + F_y^2} + \frac{q\tau_0}{m^*} (F_x^2 + F_y^2) \\ = \alpha v_0 F_{\text{eff}} + \frac{q\tau_0}{m^*} F_{\text{eff}}^2, \end{aligned} \quad (8)$$

在(8)式中, 令 $F_{\text{eff}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$, 表示沟道内的有效电场. 而 α 是充分考虑横向电场和纵向电场之间的相干作用后, 在数学处理过程中引入的比例系数.

将(3)和(8)式代入(6)式中, f_A 就可以表示为

$$f_A(x, y, E) = -\frac{q\tau_0}{k_B T} \left(\alpha v_0 F_{\text{eff}} + \frac{q\tau_0}{m^*} F_{\text{eff}}^2 \right) f_0, \quad (9)$$

所以

$$f(x, y, E) = f_0 + \frac{-q\tau_0}{k_B T} \left(\alpha v_0 F_{\text{eff}} + \frac{q\tau_0}{m^*} F_{\text{eff}}^2 \right) f_0 \quad (10)$$

式(10)就是玻尔兹曼方程在纳米 MOSFET 的沟道中的特解, 这个解的物理意义是纳米 MOSFET 沟道中载流子在非平衡状态下的分布函数, 它是对平衡状态下分布函数的修正.

3. 新迁移率模型

对现代 MOSFET 沟道中载流子数目是有限的, 所以迁移率的建模必须考虑载流子速度和载流子寿命的统计分布. 根据文献[11], 迁移率的定义式为

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{q}{m^*} \frac{(\tau v^2)}{(v^2)} \\ &= \frac{q}{m^*} \frac{\int \tau v^2 f dK}{\int v^2 f dK}. \end{aligned} \quad (11)$$

将载流子的分布函数 f , 即(10)式, 代入(11)式的分

子中,同时考虑到 $f_A \ll f_s (\approx f_0)$,将 f_0 代入(11)式的分母中,这样(11)式可化为

$$\mu \approx \mu_0 \left[1 - \frac{q\tau_0}{k_B T} \left(\alpha v_0 F_{\text{eff}} + \frac{q\tau_0}{m^*} F_{\text{eff}}^2 \right) \right], \quad (12)$$

其中 μ_0 的表达式为

$$\mu_0 = \frac{q}{m^*} \frac{\int \tau v^2 f_0 dK}{\int v^2 f_0 dK} \approx \frac{q\tau_0}{m^*}. \quad (13)$$

(13)式是低电场或零电场下的迁移率,它会随掺杂浓度不同而发生变化.

在前文提到 v_0 是个变化的量,它表示强电场下载流子的速度积累,所以对(12)式中的 αv_0 作如下处理:

$$\alpha v_0 \approx \beta \mu F_{\text{eff}} - \gamma \mu_0 F_{\text{eff}}, \quad (14)$$

其中参数 β 和 γ 是用来修正速度与电场的关系式 $v = \mu F$,同时它们将横向电场和纵向电场之间的相干作用考虑在内.

联合(12)(13)和(14)式,纳米 MOSFET 沟道内载流子迁移率的表达式为

$$\mu(F_{\text{eff}}) \approx \mu_0 \left(1 + \eta \frac{k_B T}{m^*} \mu_0^{-2} F_{\text{eff}}^{-2} \right), \quad (15)$$

式中参数 η 可以通过实验测定或曲线拟合得到,其物理定义为

$$\eta = \frac{\gamma - \beta - 1}{\beta^2}. \quad (16)$$

4. 模型计算与分析

为验证该模型的适用性,本文选择了沟长为 80nm,衬底掺杂浓度分别为 $3.0 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $5.0 \times$

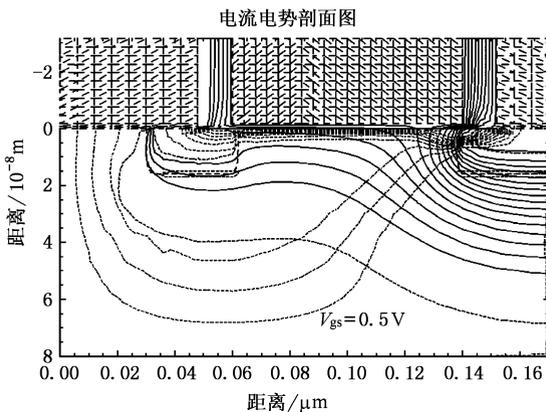


图1 NMOSFET 在 Medici 中算出的电流电势分布(0.06 μm 处是源,0.14 μm 处是漏)

10^{17} cm^{-3} , $1.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 和 $3.0 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ 的四种 NMOSFET 器件,利用软件 Medici 在温度 $T = 300\text{K}$ 条件下对其进行模拟.图1给出了 NMOSFET 在 Medici 中算出的电流电势分布,从该图也可以看出 NMOSFET 器件的基本结构,其中沟长 80nm,栅氧化层厚度 1.6nm,源/漏结深 16nm,漏源电压 $V_{\text{ds}} = 2.5\text{V}$.

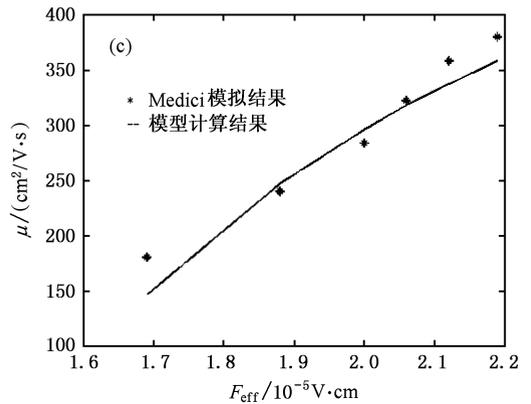
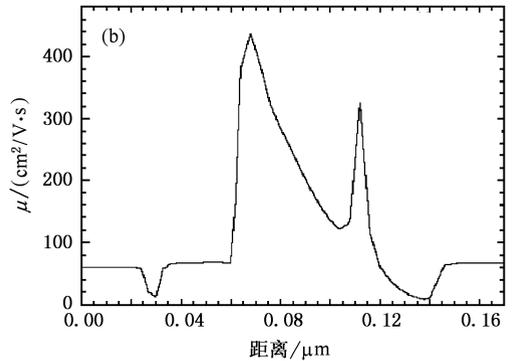
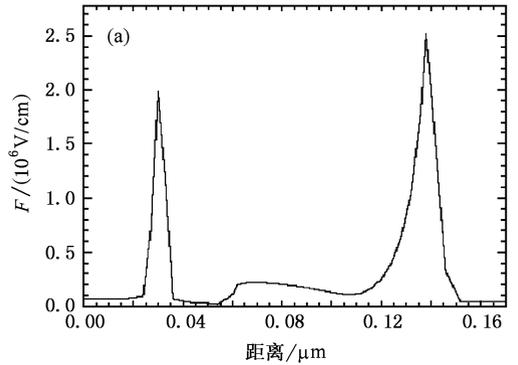


图2 沟长 80nm NMOSFET 的迁移率模型计算结果分析与比较

(a) 电场沿沟道变化的 Medici 模拟曲线(沟道内距离 Si/SiO₂ 界面 2nm 处的电场沿沟道的分布;0.06 μm 处是源,0.14 μm 处是漏)(b) 迁移率沿沟道变化的 Medici 模拟曲线(沟道内距离 Si/SiO₂ 界面 2nm 处的迁移率沿沟道的分布;0.06 μm 处是源,0.14 μm 处是漏)(c) 迁移率与电场的关系曲线.(衬底掺杂为 $3.0 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$)

在软件 Medici 中, 由于迁移率和电场都是依靠参数提取得到的, 并且均以曲线图的形式分别给出, 见图 2(a) 和 (b)。为得到沟道内迁移率与电场之间的显性关系, 本文充分利用软件 Medici 模拟出的电场随沟道内位置变化的曲线图 2(a) 和迁移率随沟道内位置变化的曲线图 2(b), 读取沟道内每相同位置点所对应的电场和迁移率的大小, 并以电场为横坐标以迁移率为纵坐标作图 2(c), 将沟道内各点电场所对应的迁移率在图中表示出来, 这样在图 2(c) 中就可以得到迁移率随电场变化的模拟曲线。接着, 以迁移率随电场变化的模拟曲线为参考, 利用前面得到的迁移率与电场的解析函数关系式(15), 在 MATLAB 软件环境中进行曲线拟合, 可以进一步确定出参数 η 的值, 具体情况见表 1 所示。

表 1 不同衬底掺杂浓度下的迁移率 μ_0 和参数 η (80nm)

掺杂浓度/ cm^{-3}	3.0×10^{17}	5.0×10^{17}	1.0×10^{18}	3.0×10^{18}
η	-238	-441	-750	-1204
μ_0 ($\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$)	670	575	450	300

当表 1 中的参数 $\eta = -238$ 时, 图 2(c) 中两条曲线拟合到最优状态, 但比较其中迁移率的模拟曲线 (* 线) 和模型曲线 (实线), 两者并不重合, 在不同的电场强度下偏离程度也不一样。造成这种误差的原因: 一方面, 由于在建立模型过程中忽略了沟道内电场梯度, 而从 Medici 模拟出的电场沿沟道变化的曲线图 2(a) 可知, 纳米 MOSFET 沟道内的电场并不均匀分布, 存在一定的梯度; 另一方面, 软件 Medici 中定义的沟道电场强度与本文模型中沟道有效电场强度不是完全对应的, 该模型考虑了横向电场和纵向电场的相互作用, 并将两者统一起来作为沟道有效电场。

当表 1 中的参数 $\eta = -441$ 时, 对应的是图 3 中衬底掺杂浓度为 $5.0 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$ 的迁移率的模型曲线 (实线), 参数 $\eta = -750$ 时, 对应的是衬底掺杂浓

度为 $1.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 的迁移率的模型曲线 (实线), 参数 $\eta = -1204$ 时, 对应的是衬底掺杂浓度为 $3.0 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ 的迁移率的模型曲线 (实线)。比较图 3 中迁移率的大小表明本文迁移率模型具有相当适用性, 该模型通过参数 η 反映了迁移率随掺杂浓度增大而变小这一普遍规律, 而迁移率的表达式却简单明了。

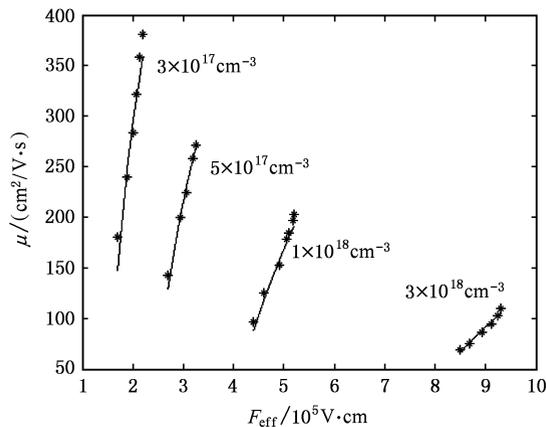


图 3 沟长 80nm NMOSFET 在不同衬底掺杂浓度下的迁移率与电场的关系曲线 (* medici 模拟结果; — 模型计算结果)

5. 结 论

本文针对纳米 MOSFET 沟道内的载流子迁移率这一参数, 从物理机理出发, 利用数学知识进行建模, 给出了纳米 MOSFET 载流子迁移率的解析表达式。通过与数值模拟结果进行比较和分析, 文中的迁移率解析模型形式简洁、物理概念清晰, 且具有相当精度。同时, 也发现还有不完善的地方, 例如, 需要将沟道内电场梯度加以考虑, 给出沟道内电场的分布表达式。下一步工作, 对文中的迁移率解析模型从以上两个方面进行进一步完善, 争取将其嵌到纳米 MOSFET 的模拟软件中。

[1] Agostinelli V M, Shin H, Tasch A F 1991 *IEEE Transactions On Electron Devices* **38** 1252
 [2] Kostis M, Antonio V, Christos P et al 2004 *IEEE Transactions On Electron Devices* **51** 1309
 [3] Masaki K, Hiroyoshi T 2001 *IEEE Transactions On Electron Devices* **48** 265
 [4] Gan H T, Tang T W 2001 *IEEE Transactions On Electron Devices* **48** 399

[5] Lee S, Yu H K 2001 *IEEE Transactions On Electron Devices* **48** 784
 [6] Langevelde R van, Klaassen F M 1997 *IEEE Transactions On Electron Devices* **44** 2044
 [7] Otten J A M, Klaassen F M 1996 *IEEE Transactions On Electron Devices* **43** 1478
 [8] Ge L X, Fossum J G, Liu B 2001 *IEEE Transactions On Electron Devices* **48** 2074

- [9] Roldan J B , Gamiz F , Lopez-Villanueva J A *et al* 2000 *Electron Devices Letters IEEE* **21** 239
- [10] Dai Y H , Chen J N , Ke D M , Sun J E 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 897 (in Chinese) [代月花、陈军宁、柯导明、孙家诒 2005 物理学报 **54** 897]
- [11] Liu E K , Zhu B S , Luo J S *et al* 1994 *Physics of Semiconductors* (Beijing : National Defence Industry Press) 100 (in Chinese) [刘恩科、朱秉升、罗晋生等 1994 半导体物理(第四版) 北京 : 国防工业出版社 第 100 页]

An analytical model of mobility in nano-scaled n-MOSFETs *

Dai Yue-Hua[†] Chen Jun-Ning Ke Dao-Ming Sun Jia-E Hu Yuan

(*School of Electronic Science and Technology , Anhui University , Hefei 230039 , China*)

(Received 17 March 2006 ; revised manuscript received 18 April 2006)

Abstract

In this work , a method for calculating mobility of nano-scaled MOSFETs from the Boltzmann transport equation(BTE) is presented . Some approximations are assumed for the BTE in nano-scaled MOSFETs , and an improved distribution function of the carriers is obtained which is used to model the mobility of carriers . An analytical expression of carrier mobility is deduced considering the statistical distribution of carrier velocity and carrier life-span and taking into account especially the interaction between the longitudinal and the transverse fields . The reasonable agreement of the calculated results with simulation validated the new model , which is explicit , simple and physically well grounded .

Keywords : Boltzmann transport equation , nano-scaled MOSFET , mobility , effective electrical field of channeling

PACC : 7340Q , 7320A , 7300

* Project supported by National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60276042) .

[†] E-mail : daiyuehua2000@yahoo.com.cn