第 55 卷 第 12 期 2006 年 12 月
1000-3290/2006/55(12)/6238-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55, No.12, December, 2006

调幅波的单模激光线性模型随机共振*

张良英1) 曹 力2) 金国祥3)

1)(襄樊学院物理系,襄樊 441053)

2)(华中科技大学激光技术国家重点实验室,武汉 430074)

3)(武汉工程大学计算机学院,武汉 430073)

(2006 年 4 月 8 日收到;2006 年 6 月 16 日收到修改稿)

对单模激光增益模型的光强方程加入调幅波,用线性化近似方法计算了以 δ 函数形式关联的两白噪声驱动下光强的输出功率谱及信噪比. 结果表明,信噪比不但随着抽运噪声和量子噪声强度的变化出现随机共振,而且随着高频载波信号频率和低频调制信号频率的变化也出现了随机共振.

关键词:抽运噪声,单模激光,随机共振,调幅波

PACC:0540,4260K

1. 引 言

近 20 年来,随机共振现象引起人们的普遍关注和浓厚兴趣,作为非线性问题的前沿课题之一,随机共振研究在理论和实验上都取得了较大进展[1—6]. 已有的研究成果基本上限于单频周期驱动信号,而实际应用要求宽频调制输入信号,通信中的载波也要求有很宽的频率范围. 将信号加载到激光辐射源上,使激光作为传递信息的工具,激光通信有广阔的应用前景. 在以往对激光系统的随机共振研究中,输入信号采用的是单一频率信号. 为适合实际需要,本文对单模激光增益模型的输入信号采用调幅波,即将被传送的信息信号(低频调制信号)对高频载波进行调制,得到载有信息信号的调幅波. 传统的随机共振一般由信噪比与噪声强度的关系来体现[7],文献[8,9]在传统的随机共振基础上又发现了广义的随机共振,即信噪比随系统的其他一些特征参量(如信号的振幅、频率或噪声的相关时间等)的变化曲线出现极大值. 我们研究了两个白噪声以 δ 函数形式互关联时在定态情况下的输出功率谱及信噪比,发现信噪比随噪声强度变化出现的传统随机共振不受载波信号频率和调制信号频率的影响,还发现信噪比随载波信号频率和调制信号频率的变化出现了广义随机共振.

2. 输入调幅波的线性化单模激光增益模型光强相关函数

单模激光增益模型输入调幅波后的光强方程为

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t'} = -2KI + \frac{2\Gamma}{1+\beta I}I + D + \frac{2I}{1+\beta I}\xi(t') + 2\sqrt{I}\eta(t') + A[1 - B\cos(\Omega t')]\cos(\omega t') \quad (\Omega < \omega). \tag{1}$$

两噪声 $\xi(t')$ 和 $\eta(t')$ 的统计性质为

$$\begin{aligned} \langle\xi(t')\rangle &= \langle\eta(t')\rangle = 0, \\ \langle\xi(t')\xi(s)\rangle &= Q\delta(t'-s), \\ \langle\eta(t')\eta(s)\rangle &= D\delta(t'-s), \\ \langle\xi(s)\eta(t')\rangle &= \langle\xi(t')\eta(s)\rangle \\ &= \lambda\sqrt{DQ}\delta(t'-s) \quad (-1 \leqslant \lambda \leqslant 1). \end{aligned} \tag{2}$$

这里,I 为激光光强,λ 为衡量噪声关联程度的参数,Q 和 D 分别为抽运噪声和量子噪声强度,$\beta = \frac{\tilde{A}}{\Gamma}$,其中 $\tilde{A}$ 和 Γ 分别为自饱和系数和增益系数,K 为损失系数,A 为载波信号振幅,B 为调制信号振幅,Ω 为低频调制信号频率,ω 为高频载波信号频率.

将(1)式在确定论定态光强

$$I_0 = \frac{\Gamma - K}{\beta K}$$

* 国家自然科学基金(批准号:10275025)和湖北省教育厅科研基金(批准号:D200515008)资助的课题.

附近线性化. 令

$$I = I_0 + \varepsilon(t'),$$

代入(1)式可得线性化方程为

$$\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t')}{\mathrm{d}t} = -\gamma\varepsilon(t') + D + \frac{2I_0}{1+\beta I_0}\xi(t') + 2\sqrt{I_0}\,\eta(t') + A[1 - B\cos(\Omega t')]\cos(\omega t'), \quad (3)$$

式中 $\varepsilon(t')$为微扰项,

$$\gamma = 2K(\Gamma - K)/\Gamma.$$

根据平均光强相关函数的定义

$$C(t) = \lim_{t'\to\infty}\overline{\langle I(t'+t)I(t')\rangle} = \lim_{t'\to\infty}\frac{\Omega}{2\pi}\int_{t'}^{t'+\frac{2\pi}{\Omega}}\langle I(t'+t)I(t')\rangle\mathrm{d}t',$$

可得到平均光强相关函数为

$$C(t) = \frac{A^2\cos\omega t}{2(\gamma^2+\omega^2)} + \frac{A^2B^2}{8(\gamma^2+(\omega+\Omega)^2)}\cos(\omega+\Omega)t + \frac{A^2B^2}{8(\gamma^2+(\omega-\Omega)^2)}\cos(\omega-\Omega)t + \left[\frac{2I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2\gamma} + \frac{4I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{(1+\beta I_0)\gamma} + \frac{2I_0D}{\gamma}\right]\mathrm{e}^{-\gamma|t|}. \quad (4)$$

对(4) 式进行傅里叶变换,得到光强功率谱为

$$S(\omega') = S_1(\omega') + S_2(\omega').$$

这里,$S_1(\omega')$为输出信号功率谱,$S_2(\omega')$为输出噪声功率谱,具体表达式分别为

$$S_1(\omega') = \frac{\pi A^2\delta(\omega'-\omega)}{2(\gamma^2+\omega^2)} + \frac{\pi A^2B^2\delta(\omega'-(\omega+\Omega))}{8(\gamma^2+(\omega+\Omega)^2)} + \frac{\pi A^2B^2\delta(\omega'-(\omega-\Omega))}{8(\gamma^2+(\omega-\Omega)^2)},$$

$$S_2(\omega') = \left[\frac{4I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{1+\beta I_0} + 4I_0D\right]\frac{1}{(\gamma^2+\omega')}.$$

输出信号功率谱中有三个信号频率,这三个信号频率处的单位噪声功率分别为

$$S_2(\omega'=\omega) = \left[\frac{4I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{1+\beta I_0} + 4I_0D\right]\frac{1}{(\gamma^2+\omega^2)},$$

$$S_2(\omega'=\omega+\Omega) = \left[\frac{4I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{1+\beta I_0} + 4I_0D\right]\frac{1}{\gamma^2+(\omega+\Omega)^2},$$

$$S_2(\omega'=\omega-\Omega) = \left[\frac{4I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{1+\beta I_0} + 4I_0D\right]\frac{1}{\gamma^2+(\omega-\Omega)^2}.$$

输出信号总功率为

$$P_s = \int_0^\infty S_1(\omega')\mathrm{d}\omega'. \quad (5)$$

信噪比 R 定义为输出信号总功率与三个信号频率处单位噪声功率之和的比值(只取正 ω 的谱),

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega'=\omega) + S_2(\omega'=\omega+\Omega) + S_2(\omega'=\omega-\Omega)}, \quad (6)$$

式中

$$P_s = \frac{\pi A^2}{2(\gamma^2+\omega^2)} + \frac{\pi A^2B^2}{8(\gamma^2+(\omega+\Omega)^2)} + \frac{\pi A^2B^2}{8(\gamma^2+(\omega-\Omega)^2)},$$

$$S_2(\omega'=\omega) + S_2(\omega'=\omega+\Omega) + S_2(\omega'=\omega-\Omega) = \left[\frac{4I_0^2Q}{(1+\beta I_0)^2} + \frac{8I_0^{3/2}\lambda\sqrt{DQ}}{1+\beta I_0} + 4I_0D\right] \times\left[\frac{1}{\gamma^2+\omega^2} + \frac{1}{\gamma^2+(\omega+\Omega)^2} + \frac{1}{\gamma^2+(\omega-\Omega)^2}\right].$$

3. 输出光强的随机共振

3.1. 信噪比 R 随抽运噪声强度 Q 和量子噪声强度 D 的变化

图 1(a)是根据(6)式以衡量噪声关联程度的量 λ 为参数画出的 R-Q 曲线. 从图 1(a)可看到,当 λ 为负值时信噪比随抽运噪声强度的变化可出现随机共振现象,存在一极大值,峰值随着 λ 绝对值的增大而增大,极值位置向右移动. 当 λ 为零和正值时不出现随机共振现象,R-Q 曲线单调衰减. 这种现象与单频周期信号驱动的结果相同.

图 1(b) 是根据(6)式以衡量噪声关联程度的量 λ 为参数画出的 R-D 曲线. 从图 1(b)可看到,当 λ 为负值时信噪比随量子噪声强度的变化可出现随机共振现象,存在一极大值,峰值随着 λ 绝对值的增大而增大,极值位置向右移动. 当 λ 为零和正值时

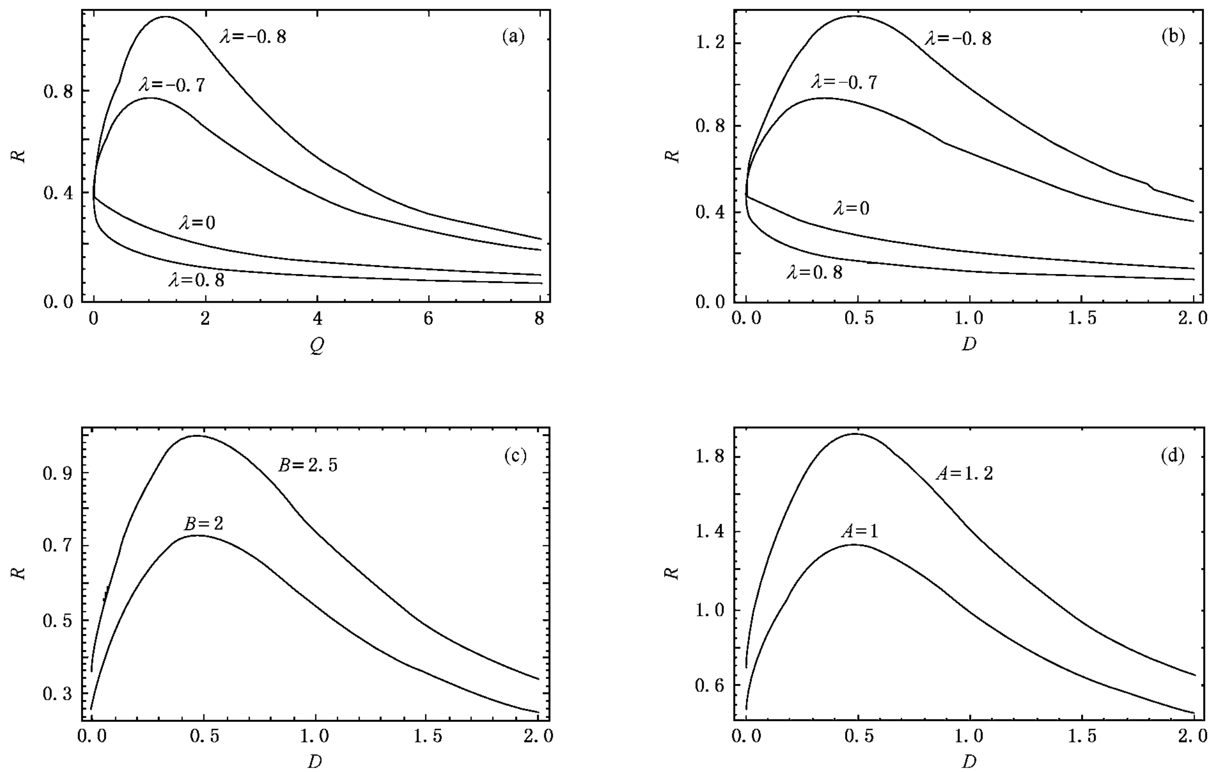

图 1 信噪比 R 随抽运噪声强度 Q 和量子噪声强度 D 的变化 $\beta=1$，$I_0=1$，$\gamma=300$，$\Omega=30$.（a）$B=2$，$A=1$，$\omega=600$，$D=0.5$；（b）$B=3$，$A=1$，$\omega=800$，$Q=3$；（c）$A=1$，$\lambda=-0.8$，$\omega=1200$，$Q=3$；（d）$B=3$，$\lambda=-0.8$，$\omega=1200$，$Q=3$

不出现随机共振现象，R-D 曲线单调衰减. 这种现象和单频周期信号驱动的结果相同.

图 1（c）是根据（6）式以调制信号振幅 B 为参数画出的 R-D 曲线. 从图 1（c）可以看到，曲线存在一极大值，随着调制信号振幅 B 增大，曲线的峰值增大，极值位置不变.

图 1（d）是根据（6）式以载波信号振幅 A 为参数画出的 R-D 曲线. 从图 1（d）可以看到，曲线存在一极大值，随着载波信号振幅 A 增大，曲线的峰值增大，极值位置不变.

根据（6）式以调制信号振幅 B 和载波信号振幅 A 为参数画出的 R-Q 曲线与图 1（c）和（d）的曲线相似，得出的结论相同. 根据（6）式画出的 R-Q 曲线与 R-D 曲线的峰值都不随 ω，Ω 而变化. 因篇幅有限图略.

图 1 说明，输入信号是调幅波时信噪比 R 随抽运噪声强度 Q 和量子噪声强度 D 出现了传统随机共振，且只有当 λ 为负值时出现随机共振，当 λ 为零和正值时不出现随机共振. 随机共振的峰值随着载波信号振幅和调制信号振幅的增大而增大，峰值不受载波信号和调制信号频率的影响.

3.2. 信噪比 R 随载波信号频率 ω 和调制信号频率 Ω 的变化

图 2（a）是调制信号振幅 B 在取值较小时根据（6）式画出的 R-ω 曲线. 从图 2（a）可以看到，曲线只有极小值.

图 2（b）是 B 的取值较大时画出的 R-ω 曲线. 从图 2（b）可以看到，曲线存在极大值，并随着调制信号振幅 B 的增大，极值位置不变，峰值增大.

图 2（c）是 B 的取值较大时根据（6）式以阻尼系数 γ 为参数画出的 R-Ω 曲线. 从图 2（c）可以看到，曲线存在极大值，随着 γ 的增大峰值降低，极值位置向左移动. B 值较小时，R-Ω 曲线与图 2（a）相似，也只有极小值（图略）. 随着振幅 B 和振幅 A 的增大，峰值增大，极值位置不变. 因篇幅有限图略.

由图 2 可以说明：信噪比 R 随高频载波信号频率 ω 和低频调制信号频率 Ω 的变化受调制信号振幅 B 的影响很大，B 值较小时都存在极小值，B 值较大时都存在极大值.

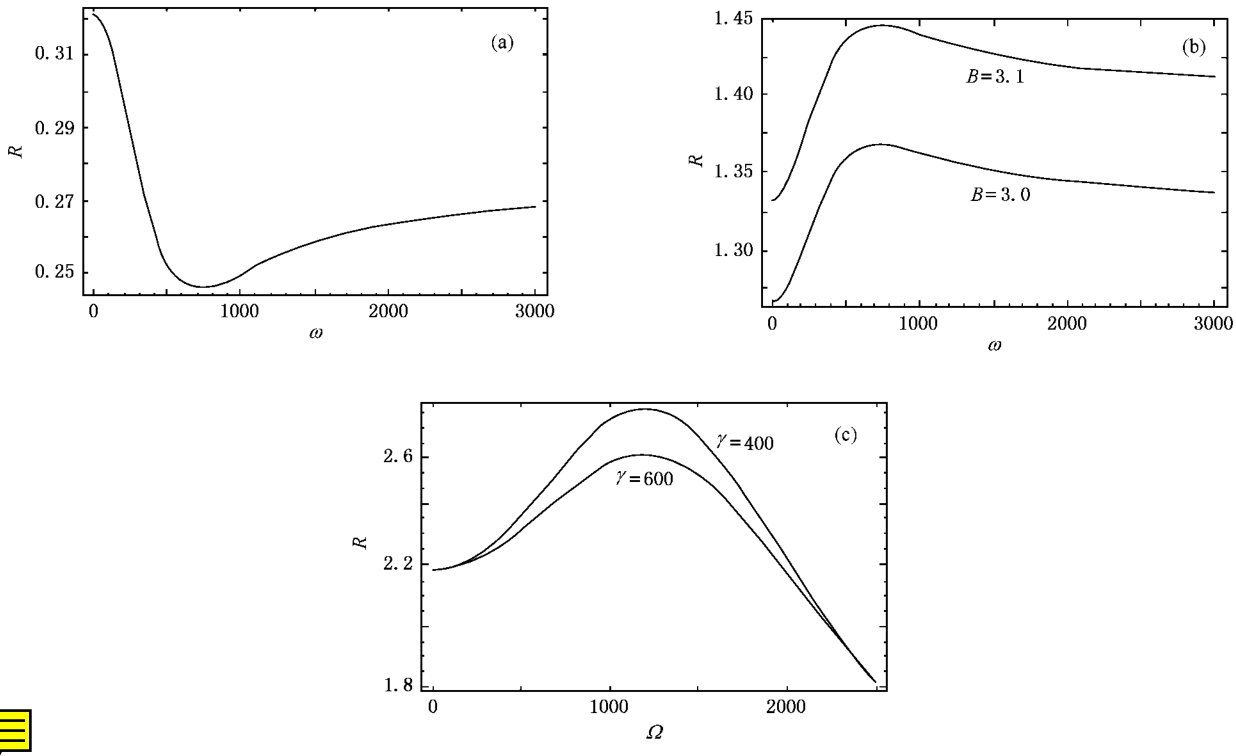

图 2　信噪比 R 随载波信号频率 ω 和调制信号频率 Ω 的变化　$\beta = 1$，$I_0 = 1$，$A = 1$，$\lambda = -0.8$，$Q = 3$，$D = 0.5$.（a）$\gamma = 500$，$\Omega = 300$，$B = 0.5$；（b）$\gamma = 500$，$\Omega = 300$，$B = 3.0$，3.1；（c）$B = 4.0$，$\omega = 1200$

4. 结　　论

本文研究了单模激光增益模型输入调幅波后输出光强的随机共振现象. 当 λ 为负值时出现传统随机共振，也可出现广义随机共振. 振幅 B 对广义随机共振的影响很大，B 值较小时不出现随机共振，增大到一定值时才出现随机共振. 两种随机共振的峰值随着振幅 B 和振幅 A 的增大而增大. 广义随机共振的峰值随阻尼系数 γ 的增大而减小.

[1] Zhang L Y，Cao L，Wu D J *et al* 2003 *Chin. Phys. Lett.* **20** 25

[2] Zhu H J，Li R，Wen X D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2404（in Chinese）[祝恒江、李　蓉、温孝东 2003 物理学报 **52** 2404]

[3] Zhang L Y，Cao L，Wu D J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1174（in Chinese）[张良英、曹　力、吴大进 2003 物理学报 **52** 1174]

[4] Luo X Q，Zhu S Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 977（in Chinese）[罗晓琴、朱士群 2002 物理学报 **51** 977]

[5] Li J H，Huang Z Q，Wang C Y 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 382（in Chinese）[李静辉、黄祖洽、王存玉 1998 物理学报 **47** 382]

[6] Luo X Q，Zhu S Q 2004 *Chin. Phys.* **13** 1201

[7] Mcnamara B，Wiesenfeld K 1989 *Phys. Rev.* A **39** 4854

[8] Barykin A V，Seki K 1998 *Phys. Rev.* E **57** 6555

[9] Berdichevsky V，Gitterman M 1999 *Phys. Rev.* E **60** 1494

Stochastic resonance of amplitude modulated wave in a linear model of single-mode laser*

Zhang Liang-Ying[1)] Cao Li[2)] Jin Guo-Xiang[3)]
1)(*Department of Physics*, *Xiangfan University*, *Xiangfan* 441053, *China*)
2)(*State Key Laboratory of Laser Technology*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)
3)(*School of Computer Science*, *Wuhan Institute of Technology*, *Wuhan* 430073, *China*)
(Received 8 April 2006; revised manuscript received 16 June 2006)

Abstract

By adding modulated wave to the equation of the laser intensity of the gain-noise model of the single-mode lasers, we use the linear approximation method to calculate the power spectrum and signal-to-noise ratio(SNR) of the laser intensity, which is driven by two white noises correlated in the form of δ function. The result show that the SNR shows stochastic resonance with the varing of not only intensities of the pump noise and quantum noise, but also the frequency of a high frequency carrier signal and frequency of a low frequency periodical signal.

Keywords: pump noise, single-mode laser, stochastic resonance, amplitude modulated wave
PACC: 0540, 4260K

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10275025) and the Scientific Research Foundation from the Education Bureau of Hubei Province, China (Grant No. D200515008).