

分离作用射频四极场加速器中动力学参数与 极限流强的探讨*

王 智† 陈佳洱 颜学庆 陆元荣 方家驯 郭之虞

(北京大学重离子物理研究所,北京 100871)

(2006 年 3 月 16 日收到,2006 年 8 月 15 日收到修改稿)

系统分析了粒子在分离作用射频四极场(RFQ)加速结构中的运动,导出了极限流强与动力学参数的关系.存在于分离作用 RFQ 膜片加速间隙处的加速电场,较传统的 RFQ 能更加有效地加速带电粒子.四杆电极之间的射频四极场,对粒子的横向具有聚焦或者散焦作用,通过适当选取粒子动力学参数可以保证粒子在分离作用 RFQ 中横向和纵向运动的稳定性.

关键词:分离作用射频四极场加速器,稳定性,反场,极限流强

PACC:2921,2915D

1. 引 言

分离作用射频四极场(radio frequency quadrupole,简记为 RFQ)是在不带调制的四极杆上周期性地加载带孔的膜片,将传统 RFQ 的聚集和加速分离的一种新型加速结构.它适合接在传统的 RFQ 之后,将粒子进一步加速到每核子若干兆电子伏的能量^[1].本文主要研究粒子在这种结构中的运动情况.

2. 横向运动

图 1 是分离作用 RFQ 结构示意图.从图 1 可以看出,在一个单元里,两对膜片的间隙对粒子提供加速,而在两对膜片之外,则是由四极场提供的横向聚焦.在加速间隙也存在四极场,在设计分离作用 RFQ 的电极时如果取加速间隙宽 8 mm,四极场宽度约占 22 mm,则加速间隙中四极场的横向作用比较明显,不能忽略.在考虑强流情况下的空间电荷效应时,粒子的横向运动方程(不考虑纵向的耦合作用)为

$$\frac{1}{\beta\gamma} \frac{d}{dz} \left(\beta\gamma \frac{dr}{dz} \right) + \left[\frac{B \sin(kz)}{\beta^2 \lambda^2} + \frac{Ze\pi E_0 T \sin\varphi}{m_0 c^2 \beta^3 \gamma^3 \lambda} \right] r = 0. \quad (1)$$

由于本文研究的是重离子,在一个单元中粒子速度的变化不很明显,引入无量纲变量

$$\eta = \frac{z}{\beta\lambda},$$

代入方程(1),可得

$$\frac{d^2 r}{d\eta^2} + (\Delta + B \sin(2\pi\eta) - h) r = 0, \quad (2)$$

式中

$$B = \frac{Ze\lambda^2 V}{m_0 c^2 \gamma a^2},$$

$$\Delta = \frac{Ze\pi E_0 T \lambda \sin\varphi}{m_0 c^2 \beta \gamma^3},$$

$$h = \frac{3\lambda^3 K [1 - f(p)]}{a_1^2 a_1}.$$

这里, B 项代表四极场的作用, Δ 项代表高频散焦力的作用, h 项代表空间电荷效应的作用, r 表示 x 或 y , a 是四极场的孔径, Z 是核电荷数, e 是电子电量, c 是真空中光速, λ 是射频波长, φ 是粒子所处的相位.用电荷均匀分配的三维椭球模型来表示空间电荷力的作用, a_1 和 a_1 分别表示横向和纵向半长轴, E_0 是轴上平均电场, I 表示电流大小, ϵ_0 是真空介电常数, m_0 是粒子的静止质量, $f(p)$ 是椭球

* 国家自然科学基金(批准号:10455001)资助的课题.

† E-mail: wangzhi@pku.edu.cn

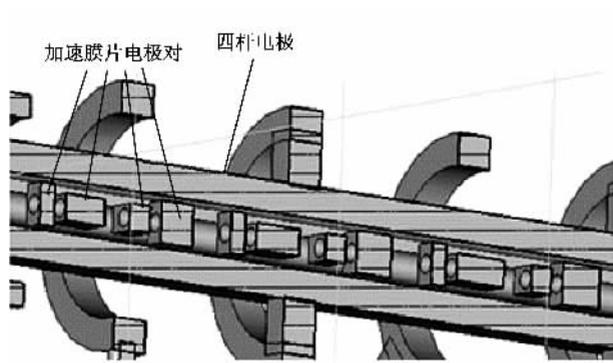


图 1 分离作用 RFQ 结构立体示意图

形状因子 ,

$$K = \frac{3Ze}{8\pi\epsilon_0 m_0 c^3} ,$$

渡越时间因子

$$T = \frac{\int_0^{\beta} E_z(0, z) \cos(kz) dz}{\int_0^{\beta} E_z(0, z) dz} .$$

(2) 式是一个 Mathieu 方程^[2], 经过一个周期同步离子横向相移可以表示为

$$\begin{aligned} \mu_x &\approx \sqrt{\Delta - h + \frac{B^2}{8\tau^2}} \\ &= \sqrt{\frac{Ze\pi E_0 T \lambda \sin\varphi}{m_0 c^2 \beta \gamma^3} - \frac{3\Delta^3 K [1 - (p)]}{a_1^2 a_1} + \frac{1}{8\tau^2} \left(\frac{Ze\lambda^2 V}{m_0 c^2 \gamma a^2} \right)^2} . \end{aligned} \quad (3)$$

如果各参数选择适当, 可使得离子在 x 和 y 两个方向的运动都在 Mathieu 方程解的稳定区域以内, 那么束流的横向运动就是稳定的, 同时束流包络的最大值应该小于分离作用 RFQ 中膜片的孔径, 否则粒子会因打到壁上而丢失.

3. 纵向运动

由于结构的轴对称性, 所以分离作用 RFQ 中的四极场也是轴对称的, 故它对粒子的纵向运动影响不大. 而由于分离作用 RFQ 结构的特殊性, 它的纵向运动与普通的直线加速器也不一样, 最具体的表现就是两个同极性的膜片对之间有反场的作用, 它主要是对粒子的能量增益有影响. 静电场模拟表明, 一个周期单元内轴上电场分布如图 2(a) 所示, 而在两个相同极性膜片之间的反场如图 2(b) 所示.

当所用的电压为 70 kV, 加速间隙为 8 mm, 此时电场最大值可以达到 7 MV/m 左右. 从图 2 可以看出, 反场的最大值在加速电场的 1/10 以下. 由于是射频场, 反场的强弱及具体的分布形式与所选择的同步相位 φ_s 有关, 图 2(c) 给出了同步相位为 -25° 时的反场分布情况.

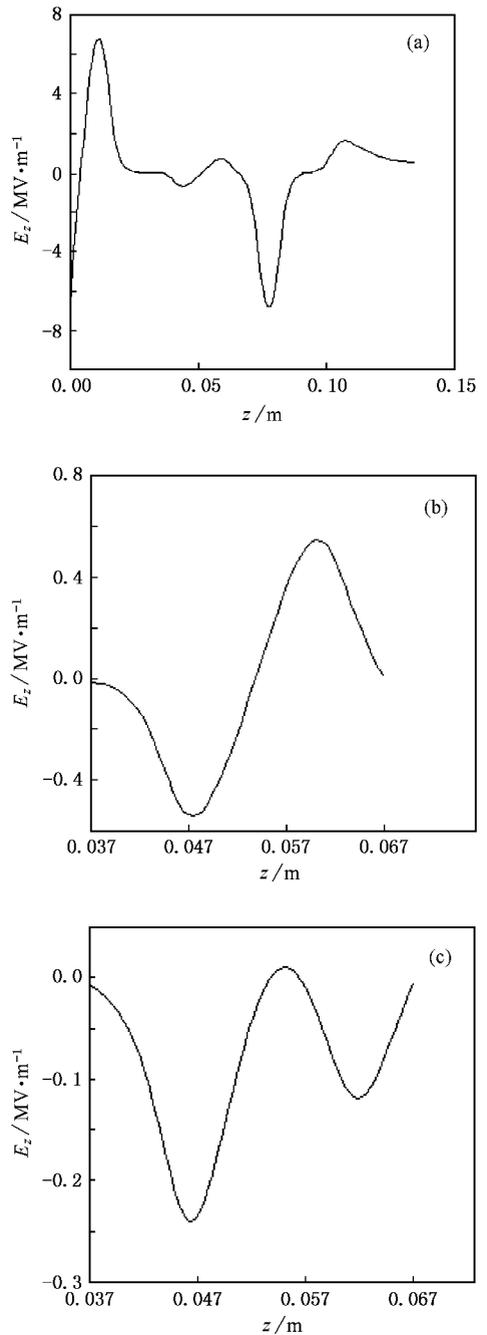


图 2 分离作用 RFQ 中近轴电场分布 (a) 一个周期内轴上电场分布, (b) 反场分布, (c) -25° 时的反场分布

轴上平均电场可以看成一般加速间隙场分布和反场分布的叠加, 同步粒子经过半个周期后的能量

增益可表示为

$$W_s = ZeE_0 TL \cos \varphi_s + W_{rs}, \quad (4)$$

式中 L 是组成一个加速间隙的两个膜片间的长度. 由图 2(a) 可以看出, 反场的形式接近线性函数, 作近似计算并考虑是射频场, 故把反场统一写为

$$E_{rs} = f(z) \cos(kz + \varphi_s), \quad (5)$$

$$E_r = f(z) \cos(kz + \varphi). \quad (6)$$

如果粒子在 z 方向感受到的电场为 E , 那么它的能量增益可表示为

$$W = Ze \int E dz. \quad (7)$$

考察粒子在半个射频周期内的运动情况, 在这个过程中粒子经过一次加速和反场的减速, 我们可以得到一般粒子在分离作用 RFQ 中的纵向运动方程为

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2}(\Delta\varphi) + \left[\frac{4Ze\pi}{m_0 c^2 \lambda^2 \beta_s^4 \gamma_s^3} \left(E_0 TL \sin|\varphi_s| \right. \right. \\ \left. \left. - \int f(z) \sin(kz + \varphi_s) dz \right) \right. \\ \left. - \frac{2\lambda K f(p)}{a_1^2 a_1 \beta_s^2} \right] \Delta\varphi = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

这个过程中用了如下近似:

$$\begin{aligned} |\varphi - \varphi_s| \ll 1, \\ \cos\varphi - \cos\varphi_s \approx -\Delta\varphi \sin\varphi_s. \end{aligned}$$

可以看到, 它与普通直线加速器中粒子的纵向运动方程^[3]相比, 多了括号中的积分项. 这一项正是由于分离作用 RFQ 中反场的作用, 反场具体作用形式根据结构的不同以及粒子所处的相位而定.

4. 极限流强和动力学参数的关系

在周期性聚焦加速结构中, 横向相移代表聚焦强度的大小. 我们可以得到横向相移和动力学参数的关系^[4,5]如下:

$$\sigma_x^2 = \sigma_{0x}^2 - \frac{\lambda^3 K [1 - f(p)]}{a_1^2 a_1}. \quad (9)$$

同样, 纵向相移可表示为

$$\sigma_z^2 = \sigma_{0z}^2 - \frac{2\lambda^3 K f(p)}{a_1^2 a_1}. \quad (10)$$

这里,

$$\sigma_{0x}^2 = \Delta + \frac{B^2}{8\pi^2},$$

$$\begin{aligned} \sigma_{0z}^2 = \frac{4Ze\pi}{m_0 c^2 \beta_s^2 \gamma_s^3} \left[E_0 TL \sin|\varphi_s| \right. \\ \left. - \int f(z) \sin(kz + \varphi_s) dz \right]. \end{aligned}$$

考虑空间电荷效应以后, 可以通过调整四极场参数来保证横向运动的稳定性, 但纵向稳定区会随着空间电荷作用的增强及反场的作用而缩小, 故存在满足横向和纵向运动的极限流强. 由(9)(10)两式, 可以导出极限流强的表达式

$$I_{1, \text{lim}} = \frac{a_1^2 a_1 \sigma_{0x}^2}{\lambda^3 K [1 - f(p)]}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} I_{1, \text{lim}} &= \frac{a_1^2 a_1 \sigma_{0z}^2}{2\lambda^3 K f(p)} \\ &= \frac{2Ze\pi}{m_0 c^2 \lambda^3 \beta_s^2 \gamma_s^3} \frac{a_1^2 a_1}{K f(p)} \left[E_0 TL \sin|\varphi_s| \right. \\ &\quad \left. - \int f(z) \sin(kz + \varphi_s) dz \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

由(12)式可知, 为了保证纵向运动的稳定性, 反场必须限制在一定范围以内. 以图 2 中的情况为例(设加速的是 O^+) 在一个加速间隙内

$$E_0 = \frac{1}{L} \int_0^L E_z(0, z) \cos(kz) dz,$$

T 取 0.8—0.9, φ_s 一般在 -30° 左右, 而 $f(z) < E_z(0, z)/10$, 此时粒子可获得 50 keV 左右的能量增益, 则可保证 $0 < \sigma_{0z} < \frac{\pi}{2}$, 即此时离子在分离作用 RFQ 中的纵向运动是稳定的.

5. 结 论

通过分析分离作用 RFQ 中场分布的特点, 分别导出了粒子在两个方向上的运动方程. 为了保证横向运动的稳定性, 可以通过选择适当的动力学参数, 比如极间电压、四极场孔径等, 使得 x, y 两个方向的解都落在 Mathieu 方程的稳定区以内. 由极限流强的表达式可以看出, 为了保证纵向运动的稳定, 反场必须受到限制. 本文的工作为以后的动力学设计以及编写模拟程序打下了基础.

[1] Yan X Q, Chen J E, Fang J X et al 2005 *Nucl. Instr. Meth. A* **539** 607

[2] Minaev S 2002 *Nucl. Instr. Meth. A* **489** 49

[3] Wangler T P 1998 *Principles of RF Linear Accelerators* (New

Mexico: Wiley-Interscience) p175

[4] Li D S 1996 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Peking University)

[5] Pandit V S, Babu P S 2004 *Nucl. Instr. Meth. A* **523** 20

Relation between dynamic parameters and limiting current in separated function radio frequency quadrupole accelerator^{*}

Wang Zhi[†] Chen Jia-Er Yan Xue-Qing Lu Yuan-Rong Fang Jia-Xun Guo Zhi-Yu
(*Institute of Heavy Ion Physics , Peking University , Beijing 100871 , China*)
(Received 16 March 2006 ; revised manuscript received 15 August 2006)

Abstract

The particles' motion in separated function radio frequency quadrupole (SFRFQ) accelerator is analyzed in this paper. Compared to conventional radio frequency quadrupole accelerator , the SFRFQ structure has higher accelerating efficiency , and the particles are focused or defocused by the quadrupole outside the diaphragms. The relation between limiting current and dynamic parameters has been deduced , so the transverse and longitudinal stability of particles in SFRFQ is ensured by selecting proper dynamic parameters .

Keywords : separated function radio frequency quadrupole accelerator , stability , reverse field , limiting current

PACC : 2921 , 2915D

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10455001).

[†] E-mail : wangzhi@pku.edu.cn