

超导体界面层的电场电荷分布及起源

杨鹏飞^{1)†} 陈文学²⁾

1) 陕西广播电视大学榆林市分校 榆林 719000)

2) 西安邮电学院应用数学与物理系 西安 710061)

(2006 年 4 月 23 日收到, 2006 年 8 月 28 日收到修改稿)

从相对论性超导场方程出发, 探讨了弱磁场条件下超导体界面层的结构及形成机理. 得出在超导体界面层电场、电势差、Hall 效应及电荷密度“三明治”式层叠结构的存在, 是源于满足相对论协变性要求的势场可观测效应, 并提出了一个实验思路, 以期验证该观点的正确性.

关键词: 超导, 界面层电场, 相对论效应, 层叠结构

PACC: 7420, 7420D, 7430

1. 引言

自 1911 年 Onnes 发现超导现象以来, 历经了 Meissner 效应的发现, London 方程、Ginzburg-Landau (GL) 理论、Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理论的建立及高温超导体的研究^[1-12]. 时至今日, 人们一直认为超导体是一个电场完全等于零的理想导体, 是借助界面层的屏蔽超导电流, 使磁场从界面层衰减过渡到超导体内的完全抗磁体^[1-6]. 对这一超导图景, 不论在理论上还是实验上, 都未见有人就此作进一步深入的研究. 而当我们考察超导体界面层超导电流的动力学行为时, 就会发现仅靠界面层的过渡磁场, 并不足以在这一较长的过渡界面层内维持超导电流的稳定性. 简单的是, 我们仅需从 Maxwell 方程组的相对论协变性要求和 Lorentz 力公式出发, 放弃超导体上电场完全等于零这一假设, 把 London 方程进行适当的相对论修正, 就会得出超导体不是简单的理想导体. 与磁场分布相似, 在超导体界面层内也存在一过渡的衰减电场分布, 而在其体内深处电场等于零. 这是 Maxwell 方程组和 Lorentz 力公式具有相对论协变性的自然结论, 是电场和磁场、矢势和标势对称性的完美体现.

文献 [13] 通过对 London 方程的相对论性修正, 提出一组超导体的场方程, 给出了弱磁场及绝对零

度下半无限大超导体场分布的近似解^[13], 进而给出该情况下的解析解^[14], 肯定了界面层电场的存在性. 受文献 [1-10] 的启发, 本文进一步就弱磁场及近绝对零度下半无限大超导体和有限厚度无限大超导平板的电场和电荷分布展开分析, 籍以提出实验检验的思路, 以供参考.

2. 超导体界面附近电场和电荷分布

超导场方程^[13]立足于以下两个假设: 一是把 London 理论的超导电子的机械动量 P 和场动量 A 的关系 $P = eA$ 修正为相对论四维机械动量 P_μ 和场动量 A_μ 的关系

$$P_\mu = eA_\mu = m_0 U_\mu. \quad (1)$$

二是从 Gorter 和 Casimir 的二流体模型出发, 考虑集体运动的超导电子浓度的 Lorentz 空间收缩效应和运动电荷的 Lorentz 力作用漂移, 引入超导电子静态空间不均匀分布因子 δ_s 为

$$\delta_s \equiv 1 + \frac{\Delta\rho_{s0}}{\rho_{s0}}. \quad (2)$$

(1) 式中, e 为超导电子的电量绝对值, m_0 为超导电子的静止质量, U_μ 为超导电子的四维速度矢量. (2) 式中, ρ_{s0} 为超导电子静态电荷密度, $\Delta\rho_{s0}$ 为超导电子静态电荷密度的不均匀增量. 由 (2) 式可得运动超导电子的电荷密度 ρ_s 为

† E-mail: ylypf@sohu.com

$$\begin{aligned} \rho_s &= (\Delta\rho_{s0} + \rho_{s0})\gamma_s = \delta_s \gamma_s \rho_{s0}, \\ \rho_{s0} &= -en_{s0}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中, γ_s 为超导电子的 Lorentz 速度因子, n_{s0} 为静态超导电子浓度.

将(1)(3)式代入四维电流密度矢量定义式和 Lorentz 规范下的 Maxwell 方程组的四维矢量形式及 Einstein 质能关系, 可得到具有相对论协变性限定的超导场方程组

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \frac{\partial}{\partial x_\mu} \mathbf{A}_\mu &= \frac{\delta_s}{\lambda^2} \mathbf{A}_\mu + \frac{1}{\lambda^2} \left(0, -i \frac{m_0 c}{e} \right), \\ \frac{\partial}{\partial x_\mu} A_\mu &= 0, \\ A_\mu A_\mu &= -\frac{m_0^2 c^2}{e^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

(4) 式中第三式的等价形式为

$$(e\varphi)^2 = (e\mathbf{A})^2 c^2 + m_0^2 c^4. \quad (5)$$

这里 x_μ 为四维时空坐标矢量 x_μ 的坐标分量, $i^2 = -1$, c 为光速, λ 为 London 穿透深度, \mathbf{A} 和 φ 分别为电磁场的矢势和标势.

$$\begin{aligned} \lambda^2 &= \frac{m_0}{\mu_0 e^2 n_{s0}}, \\ c &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, ϵ_0 为真空介电常数, μ_0 为真空磁导率. 而由 Einstein 质能关系所得出的四维场动量限定变换 $e\mathbf{A}_\mu \cdot e\mathbf{A}_\mu = -m_0^2 c^2$ 的存在, 使得(4)式中 δ_s 是确定的而不是任意给定的, 从而保障超导电子在稳态时所受 Lorentz 力为零, 超导电子处于动力学平衡稳态. 下面就超导体的特定情形的场荷分布, 进行分析讨论.

2.1. 半无限大超导体场荷分布及起源

2.1.1. 超导体界面层场分布

对半无限大超导体, 在弱磁场及绝对零度下, 超导体处于完全超导态, 由(1)–(6)式和场分布的对称性, 可得其场势的稳态解析解为^[14]

$$\begin{aligned} \frac{e\varphi}{m_0 c^2} &= 1 + \frac{2}{\text{sh}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}, \\ \frac{eA_y}{m_0 c} &= -\frac{2\text{ch}\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}, \\ A_x &= A_z = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

(8)

$$\xi_0 = \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{2}{1 + \sqrt{1 + \epsilon^2}}}}{1 - \sqrt{\frac{2}{1 + \sqrt{1 + \epsilon^2}}}} \right|^{1/2}, \quad (9)$$

$$\epsilon \equiv \left| \frac{eA_y(x_0)}{m_0 c} \right|,$$

$$\gamma_s m_0 v_y = eA_y, \quad (10)$$

$$v_x = v_z = 0.$$

进而可推得

$$\delta_s = 1 + \frac{6}{\text{sh}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \gamma_s &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_y}{c}\right)^2}} = \sqrt{1 + \left(\frac{eA_y}{m_0 c}\right)^2} \\ &= 1 + \frac{2}{\text{sh}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$E_x = \frac{4m_0 c^2}{e\lambda} \left[\frac{\text{ch}\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}^3\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)} \right],$$

$$E_y = E_z = 0,$$

$$B_z = \frac{2m_0 c}{e\lambda} \left[\frac{1 + \text{ch}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}^3\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)} \right], \quad (13)$$

$$B_x = B_y = 0,$$

$$J_y = \delta_s en_{s0} c \frac{2\text{ch}\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)},$$

$$J_x = J_z = 0.$$

一般地, 由于超导电子的运动速度 v_y 远小于光速 c , 可对包含速度因子 v_y/c 的有关各物理量做幂级数展开, 略去 $\gamma_s, \delta_s, \epsilon$ 中所含速度因子 v_y/c 的高阶项, 取非零阶近似. 由(7)–(13)式可得各量的近似表示为

$$\epsilon = \gamma_s \left| \frac{v_y(x_0)}{c} \right| \cong \left| \frac{v_y(x_0)}{c} \right| \ll 1,$$

$$\xi_0 \cong \ln \frac{4}{\epsilon} \gg 1,$$

$$\gamma_s \cong 1 + \frac{1}{2}\epsilon^2 \exp\left(-2\frac{x-x_0}{\lambda}\right),$$

$$\delta_s \cong 1 + \frac{3}{2}\epsilon^2 \exp\left(-2\frac{x-x_0}{\lambda}\right),$$

$$E_x \cong \frac{m_0 c^2}{e\lambda} \epsilon^2 \exp\left(-2\frac{x-x_0}{\lambda}\right),$$

$$B_z \cong \frac{m_0 c}{e\lambda} \varepsilon \exp\left(-\frac{x-x_0}{\lambda}\right),$$

$$J_y \cong n_{s0} e c \varepsilon \exp\left(-\frac{x-x_0}{\lambda}\right). \quad (14)$$

上述公式中超导体内各有关物理量的方向如图 1 所示. 磁场 B 沿 z 轴正方向, 电场 E 沿 x 轴正方向, 超导电流 J 沿 y 轴正方向, 矢势 A 和超导电子速度 v 沿 y 轴负方向, x 轴正半轴所在空间为超导体. 图 1 中 $yo z$ 坐标平面为超导体表面. 超导体内屏蔽超导电流所受 Lorentz 力为零, 形成动力学稳定态. 由对 London 方程相对论修正所得的超导场方程所得结果, 对半无限大超导体的矢势、磁场、屏蔽超导电流的分布与 London 理论的结论是一致的, 但出现了与矢势、磁场相协调的标势和电场分布新结果.

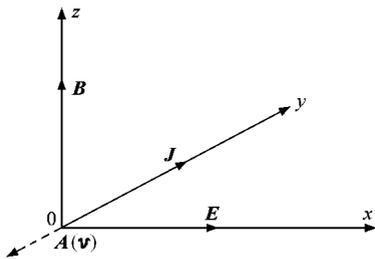


图 1 半无限大超导体场量方向示意图

2.1.2. 超导体界面层电荷分布及起源

由 Maxwell 方程组之 Gauss 定理和(3)(6), (13)式, 得到超导体内总电荷密度 ρ 为

$$\rho = \varepsilon_0 \nabla \cdot E$$

$$= 4\rho_{s0} \frac{1 + 2\text{ch}^2\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}{\text{sh}^4\left(\xi_0 + \frac{x-x_0}{\lambda}\right)}. \quad (15)$$

这里的 ρ 呈现为净剩余负电荷密度, 且由表面向超导体内快速衰减, 正是该负电荷溢出生成了超导体内近指数式衰减电场. 本文认为, 该电荷密度分布的出现是完全起源于超导电子集体定向运动电荷密度的相对论效应和 Lorentz 力效应所导致的超导电子浓度不均匀再分布.

假设超导体可看成是由非移动的正离子实和可运动的负电超导电子所构成, 在弱磁场及绝对零度下, 超导体处于完全超导态, 电子全部为超导电子. 由总电荷守恒和(2)(3)式, 可得

$$\rho_{s0} = -\rho_0 = -en_0 = -en_{s0},$$

$$\rho = \rho_s + \rho_0$$

$$= (\gamma_s - 1)\rho_{s0} + \Delta\rho_{s0}\gamma_s,$$

$$= (\gamma_s - 1)\rho_{s0} + (\delta_s - 1)\gamma_s\rho_{s0}, \quad (16)$$

式中 ρ_0 和 n_0 分别是超导体内正电荷密度和正离子实浓度. 当无外磁场时, 超导电子静止, ρ 值为零. 当存在外磁场时, ρ 值不为零. 这里的 $(\gamma_s - 1)\rho_{s0}$ 项是电荷密度的相对论效应增量, 来源于超导电子运动的相对论速度效应对总电荷净负剩余的贡献, $(\delta_s - 1)\gamma_s\rho_{s0}$ 项是相对论 Lorentz 力效应增量, 来源于 Lorentz 力作用对运动超导电子的偏移贡献. 将(11)(12)式代入(16)式, 所得结果与(15)式完全一致, 从而表明超导体内超导电子运动区总电荷密度 ρ 的净负电荷溢出, 有了完整的超导电子运动的相对论效应和 Lorentz 力效应起源.

2.1.3. 超导体界面层的正电荷层

如果我们把文献[13,14]和以上论述中 $x = x_0$ 处超导体界面简单对应于超导体的表面或边界, 考虑 Maxwell 方程组的电磁场边界条件, 就会得出在超导体外空间存在一个均匀的、方向指向超导体表面的电场. 如此将会导致超导体外空间的电极化. 这却是忽视了电荷守恒定律限定的结论. 从整个超导体必须遵守电荷守恒定律的要求出发, 在超导电子静态时超导体内各处电荷密度为零. 在超导电子运动时, 对超导体整体而言, 超导体总的电荷量仍为零, 体内正电荷总量等于负电荷总量. 只是由于超导电子运动的相对论效应和 Lorentz 力效应, 使得超导电子电荷密度在超导体内超导电子产生运动的空间收缩, 形成负电荷堆积. 但在超导体的全空间, 由于电荷守恒, 必要求在部分空间有正电荷密度剩余, 以保证超导体的正电荷总量等于负电荷总量, 并最终使得在超导体之外空间的电场强度为零. 而从一般的超导体超导态的建立条件看, 在正常态超导体内各处电荷密度为零, 外部磁场总是先于电场而存在. 所以当超导体从正常态向超导态转变时, 超导电子一旦开始运动, 首先只受到磁场的 Lorentz 力作用, 向超导体内部漂移. 这将导致在超导体表面处出现正电荷裸露区, 而在超导电子运动区形成负电荷溢出的不均匀分布. 当达到超导态稳态时, 在超导体界面区域, 将形成极薄的正电荷裸露层. 该层应薄到不影响超导电子运动的厚度, 可近似认为是一个浓度均匀分布、厚度为 λ_+ 、净裸露离子浓度为 n_+ 、净裸露电荷密度为 ρ_+ 的正电荷层, 以平衡超导电子运动区的净剩余负电荷密度 ρ .

考虑到半无限大平面界面超导体的对称性, 做一个轴与 x 轴平行, 跨越超导体表面的体积为 V 横

截面为单位面积的 Gauss 圆柱体 S 结合边界条件、超导体外空间电场和电荷密度为零及(6)(13), (14)式,应用积分形式 Gauss 定理,得

$$\begin{aligned} \oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} &= \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V_+} \rho_+ dV + \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{V_-} \rho dV, \end{aligned} \quad (17)$$

式中 V_+ 和 V_- 分别为正电荷裸露层和负电荷溢出区所截体积, x_0 为两者的分界点,经计算得

$$\begin{aligned} E_x(x) &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho_+ \lambda_+ + \frac{1}{\epsilon_0} \int_{x_0}^x \rho dx \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho_+ \lambda_+ + E_x(x) - E_x(x_0). \end{aligned} \quad (18)$$

所以有

$$\begin{aligned} \rho_+ \lambda_+ &= \epsilon_0 E_x(x_0) \cong en_{s0} \lambda \epsilon^2, \\ n_+ \lambda_+ &\cong n_{s0} \lambda \epsilon^2, \end{aligned} \quad (19)$$

式中, $n_+ \lambda_+$ 是在界面层中沿 x 轴方向厚度为 λ_+ 、横截面为单位面积的体积内净裸露离子数量, $n_{s0} \lambda \epsilon^2$ 是在界面层中沿 x 轴方向厚度为 λ 、横截面为单位面积的体积内相对于静态超导电子数量等效溢出的超导电子数量,也就是在超导体内沿 x 轴方向厚度为 $x_0 - \infty$ 横截面为单位面积的无限长柱体体积内相对于静态超导电子数量溢出的超导电子数量.对普通金属超导体取其典型值^[2,3]为 $B \approx 10^{-3}$ T, $\lambda \approx 10^{-8}$ m, $c \approx 3 \times 10^8$ m/s, $e \approx 1.6 \times 10^{-19}$ C,由(6)(14)和(19)式得 $\epsilon \approx 10^{-8}$, $|v_y(0)| \approx 1$ m/s, $n_+ \lambda_+ \approx 10^5$.若正电荷裸露层厚度仅有一个原子尺度,取 $\lambda_+ \approx 10^{-10}$ m,得 $n_+ \approx 10^{15}$ m⁻³,约相当于正离子实浓度 n_0 的 10^{-14} 量级.而能产生负电荷电场效应的等效溢出的超导电子浓度为 $n_{s0} \epsilon^2$,约相当于静态超导电子浓度 n_{s0} 的 10^{-16} 量级.这对离子和超导电子浓度的影响是可忽略的,但它们所净溢出电荷的场效应却是不可忽略的.正是这一满足了电荷守恒要求的裸露正电荷层所产生的电场,抵消了超导区溢出负电荷的电场效应,使超导体外总电场为零.在该正电荷层中,要使超导电子不受影响,单电子超导电子模型是难以成立的,需要考虑量子效应建立超导电子对模型.

2.1.4. 超导体内的正常电子区和层叠结构

从以上的分析出发,可定性地讨论超导态正常电子的分布情况.在绝对零度,超导体中电子全部为超导电子,超导体全为超导区.如果使温度升高,超导体中产生正常电子,这些正常电子将由于超导区

电场的存在而产生漂移.当再次达到稳态时,正常电子将被全部排斥出超导区,在超导体内形成只有正常电子存在的正常电子区和只有超导电子存在的超导电子区交错分割的超导态布局,而两者的分界面是正电荷层.当温度达到临界温度时,超导体内电子全部为正常电子,超导体全为正常区.对上述半无限大平面表面超导体,当温度高于绝对零度,由于超导体界面层电场的存在,正常电子将全部聚集到超导体表面,形成一个均匀分布的表面正常电子层,且随着温度的升高,正常电子数量增加,该层愈来愈厚.而由超导电子运动所建立的屏蔽穿透层(包括正电荷裸露层和负电荷溢出区)本身也随超导电子浓度减少而增宽.同时正常区与超导区的分界面即正电荷层向超导体内平移,超导区整体所占空间的份额愈来愈少,直至达到临界温度时超导电子层崩溃.由此构成了在一定超导态温度下,本文称之为超导体的正常电子零电量层 P_0 、裸露正电荷层 S_+ 和超导电子负电荷层 S_- 的“三明治”式 $P_0 S_+ S_-$ 层叠结构.这正是超导态出现正常电子区及“中间态”的物理起源.在过去的超导理论和实验中,并没有深究这一起源.不论是 I 类还是 II 类超导体,在总的物理图像上上述机理分析具有合理性,而且可从实验上给予验证.图 2 为半无限大超导体界面层场荷分布示意图.

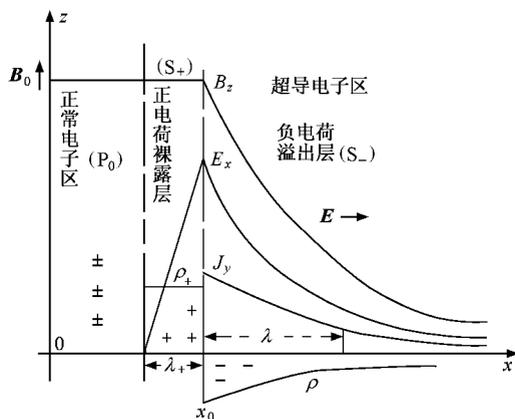


图 2 半无限大超导体界面层场和电荷分布示意图

2.1.5. 超导体界面层的 Hall 系数

从以上分析可以看到,超导电子的稳态行为与 Hall 效应^[2]是极其相似的,但并不需要驱动超导电流的外电场,超导电流是由场矢量所驱动.由(11) — (13)式,可得 Hall 系数 H 及其与其他场量的关系式

$$H \equiv - \frac{E_x}{J_y B_z} = - \frac{1}{\delta_s \gamma_s en_{s0}},$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{H}\mathbf{J} \times \mathbf{B}. \quad (20)$$

(20)式与非超导材料的 Hall 系数的定义是一致的. 从(20)式可知, 超导体内电场 \mathbf{E} 的物理意义为处在均匀外磁场中的超导体, 其体内超导电子在 Lorentz 力作用下偏转所形成的 Hall 电场. 这为超导现象提供了又一实验检测手段.

2.2. 有限厚度无限大超导平板的场、电荷和电流分布

半无限大超导体虽具有理论上的简单性, 却没有直接的实验对应物. 而有限厚度无限大超导平板模型, 既具有理论上的简单性, 可把它等价于两个具有相反宇称对称性的半无限大超导体的组合, 又存在实验上的对应物——薄膜超导体, 便于实现对理

论分析的实验验证.

2.2.1. 场荷分布

对厚度为 $2d$ 的无限大超导平板, 考虑到超导体的空间对称性和场量的线性叠加性及限定变换的非线性, 则在超导体内场标势和矢势可近似等价于两个相对应的半无限大超导体势场的叠加. 按以上的分析, 参考文献 [3, 14] 的方法和结论, 且解的选择需使奇点位于超导体外^[14], 稳态时, 在超导体界面层同样可形成“三明治”式层叠结构, 且为稳恒场. 在近绝对零度和弱外磁场条件下, 直角坐标系位置选择如图 3 所示, yoz 坐标平面平行于超导体表面. 若忽略正电荷层和正常电子层的厚度, 由(7)–(13)式可得厚度为 $2d$ 的无限大超导平板的场荷近似分布为

$$\frac{e\varphi}{m_0 c^2} = \alpha \left(2 + \frac{2}{\text{sh}^2 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]} + \frac{2}{\text{sh}^2 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]} \right), \quad (21)$$

$$\frac{eA_y}{m_0 c} = \beta \left(-\frac{2\text{ch} \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^2 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]} + \frac{2\text{ch} \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^2 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]} \right), \quad (22)$$

$$A_x = A_z = 0,$$

$$\frac{eE_x}{m_0 c^2} = 4\alpha \left(\frac{\text{ch} \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^3 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]} - \frac{\text{ch} \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^3 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]} \right), \quad (23)$$

$$E_y = E_z = 0,$$

$$\frac{eB_z}{m_0 c} = \frac{2\beta}{\lambda} \left(\frac{1 + \text{ch}^2 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^3 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]} + \frac{1 + \text{ch}^2 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^3 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]} \right), \quad (24)$$

$$B_x = B_y = 0,$$

$$\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial x} E_x = 4\alpha \rho_s \left(\frac{1 + 2\text{ch}^2 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^4 \left[\xi_0 + \frac{(x+d)}{\lambda} \right]} + \frac{1 + 2\text{ch}^2 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]}{\text{sh}^4 \left[\xi_0 - \frac{(x-d)}{\lambda} \right]} \right). \quad (25)$$

对平衡稳态, 超导电子所受 Lorentz 力为零, 结合(10)式可得

$$E_x = -v_y B_z = -\frac{eA_y}{\gamma_s m_0} B_z, \quad (26)$$

$$J_y = -\rho \frac{E_x}{B_z}, \quad (27)$$

$$J_x = J_z = 0.$$

在(21)–(27)式中, 坐标 $x \in [-d, d]$, α, β 由超导体的边界条件所确定. 在超导体外没有电场、电

荷和电流, 磁场等于外磁场 B_0 . 对超导稳态, 电场是标势场, 电势差 $\Delta\varphi$ 有意义, 取 $x \in [0, d]$, 由(23)式, 可得

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &\equiv \varphi(d) - \varphi(0) \equiv -\int_0^d \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\int_0^d E_x dx \\ &= \frac{m_0 c^2}{e} 2\alpha \left[\frac{1}{\text{sh}^2(\xi_0 + 2d/\lambda)} + \frac{1}{\text{sh}^2 \xi_0} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{\text{sh}^2(\xi_0 + d/\lambda)} \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

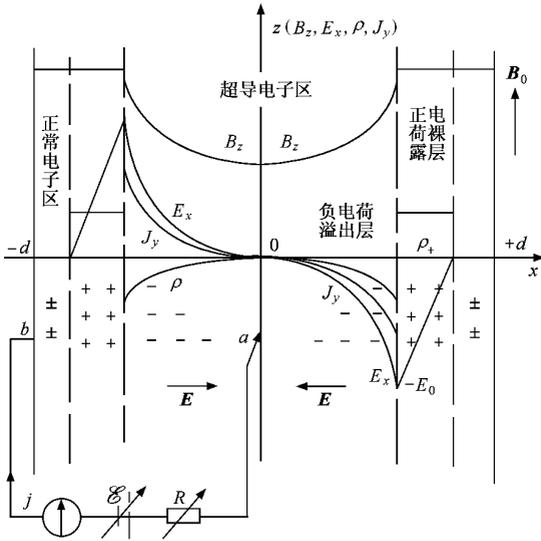


图3 平板超导体场荷分布及检测实验示意图

由(27)式对 zox 平面上 z 轴方向单位高度、 x 轴方向长为 $d(x \in [0, d])$ 的面积 S 内所通过的电流强度 I 为

$$I \equiv \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = - \int_0^d J_y dx = \int_0^d \rho \frac{E_x}{B_z} dx. \quad (29)$$

进而可定义有限厚度无限大平板超导体的 Hall 电阻 R_H 及 Hall 系数 H 为

$$R_H \equiv \frac{\Delta\phi}{I}, \quad (30)$$

$$H \equiv - \frac{E_x}{j_y B_z} = \frac{1}{\rho}.$$

考虑边界条件, 当

$$\begin{aligned} x &= d, \\ E_x(d) &= -E_0, \\ B_z(d) &= B_0, \end{aligned} \quad (31)$$

并代入(23)(24)式, 计算可得

$$\alpha = - \frac{eE_0}{m_0 c^2} \frac{\lambda}{4} \frac{1}{\text{ch}(\xi_0 + 2d/\lambda)} \frac{\text{ch}\xi_0}{\text{sh}^3(\xi_0 + 2d/\lambda)} - \frac{\text{ch}\xi_0}{\text{sh}^3\xi_0}, \quad (32)$$

$$\beta = \frac{eB_0}{m_0 c} \frac{\lambda}{2} \frac{1}{1 + \text{ch}^2(\xi_0 + 2d/\lambda)} \frac{1}{\text{sh}^3(\xi_0 + 2d/\lambda)} + \frac{1}{\text{sh}^3\xi_0},$$

$$\epsilon = \frac{eA_y(d)}{m_0 c} = \frac{eB_0 \lambda \omega}{m_0 c},$$

$$E_0 = \frac{e\lambda B_0^2 \omega}{m_0 \sqrt{1 + \epsilon^2}}, \quad (33)$$

$$\omega = \frac{-\text{ch}(\xi_0 + 2d/\lambda)}{\text{sh}^2(\xi_0 + 2d/\lambda)} + \frac{\text{ch}\xi_0}{\text{sh}^2\xi_0}}{1 + \text{ch}^2(\xi_0 + 2d/\lambda)} + \frac{1}{\text{sh}^3\xi_0}}.$$

这里 $\varphi(x), B(x), \rho(x), H(x)$ 均为偶函数, $A(x), E(x), J(x)$ 均为奇函数.

2.2.2. 各物理量的近似形式

由于超导电子运动速度远小于光速, 与上述的分析相同, 略去高阶项, 结合(14)式得^[14]

$$\begin{aligned} x &= \pm d, \\ \xi_0 &\equiv \ln \frac{4}{\epsilon} \gg 1, \\ 0 &\leq \epsilon \ll 1. \end{aligned} \quad (34)$$

对 $x \in [-d, d]$,

$$\begin{aligned} \text{sh}\left[\xi_0 + \frac{d \pm x}{\lambda}\right] &\equiv \text{ch}\left[\xi_0 + \frac{d \pm x}{\lambda}\right] \\ &\equiv \frac{2}{\epsilon} \exp\left(\frac{d}{\lambda} \pm \frac{x}{\lambda}\right) \gg 1. \end{aligned} \quad (35)$$

由(32)和(33)式, 可近似有

$$\begin{aligned} \omega &\equiv \frac{1 - \exp(-2d/\lambda)}{1 + \exp(-2d/\lambda)} = \frac{\text{sh}(d/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)}, \\ \epsilon &\equiv \frac{eB_0 \lambda}{m_0 c} \omega, \end{aligned}$$

$$\alpha \equiv \frac{eE_0 \lambda}{m_0 c^2 \epsilon^2} \frac{1}{1 - \exp(-4d/\lambda)}, \quad (36)$$

$$\beta \equiv \frac{eB_0 \lambda}{m_0 c \epsilon} \frac{1}{1 + \exp(-2d/\lambda)},$$

$$E_0 \equiv \frac{e\lambda B_0^2}{m_0} \omega.$$

从(21)–(30)式, 各物理量可近似表示为

$$A_y \equiv \lambda B_0 \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)},$$

$$B_z \equiv B_0 \frac{\text{ch}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)},$$

$$E_x \equiv -E_0 \frac{\text{sh}(2x/\lambda)}{\text{sh}(2d/\lambda)},$$

$$\rho \equiv -\frac{2\epsilon_0 E_0}{\lambda} \frac{\text{ch}(2x/\lambda)}{\text{sh}(2d/\lambda)},$$

$$v_y \equiv \frac{e\lambda B_0}{m_0} \frac{\text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)}, \quad (37)$$

$$J_y \equiv -\frac{B_0}{\mu_0 \lambda} \left(\frac{eB_0 \lambda}{m_0 c}\right)^2 \frac{\text{ch}(2x/\lambda) \text{sh}(x/\lambda)}{\text{ch}^3(d/\lambda)},$$

$$\Delta\phi \equiv \frac{E_0 \lambda}{2} \frac{\text{sh}(d/\lambda)}{\text{ch}(d/\lambda)},$$

$$R_H \equiv \frac{\mu_0 m_0 c^2 \omega^2}{2eB_0 \left(\frac{2}{3} - \text{ch}^{-2}(d/\lambda) + \frac{1}{3} \text{ch}^{-3}(d/\lambda)\right)},$$

$$H \equiv -\frac{1}{en_{s0}},$$

式中 ρ, J_y, H 进一步取了 $\delta_s \equiv \gamma_s \equiv 1$ 近似. $E, R_H, \Delta\phi, \rho$ 的存在表明超导乃是一种低速相对论效应.

同样,对有限厚度无限大平板超导体,由超导场方程所得结果,对磁场、电流和矢势而言与 London 理论是一致的,但新增了电场、净电荷密度、电势差和 Hall 效应等内容.

2.2.3 两种极限情况

对 $d \gg \lambda$ 情况,由(37)式,可近似有

$$\begin{aligned} B_z &\cong 2B_0 \exp(-d/\lambda) \operatorname{ch}\left(\frac{x}{\lambda}\right), \\ E_x &\cong -2E_0 \exp(-2d/\lambda) \operatorname{sh}\left(\frac{2x}{\lambda}\right), \\ E_0 &\cong \frac{e\lambda}{m_0} B_0^2, \\ \rho &\cong \rho_0 \left(\frac{eB_0\lambda}{m_0 c}\right)^2 \exp(-2d/\lambda) \operatorname{ch}\left(\frac{2x}{\lambda}\right), \quad (38) \\ J_y &\cong -\frac{8e^2 B_0^3 \lambda}{\mu_0 m_0^2 c^2} \exp(-3d/\lambda) \operatorname{ch}\left(\frac{2x}{\lambda}\right) \operatorname{sh}\left(\frac{x}{\lambda}\right), \\ \Delta\varphi &\cong \frac{E_0 \lambda}{2} = \frac{e}{2m_0} (B_0 \lambda)^2, \\ R_H &\cong \frac{3m_0}{4e\epsilon_0 B_0}. \end{aligned}$$

对 $d \ll \lambda$ 情况,由(37)式,可近似有

$$\begin{aligned} B_z &\cong B_0, \\ E_x &\cong -E_0 \frac{x}{d}, \\ E_0 &\cong \frac{eB_0^2}{m_0} d, \\ \rho &\cong -\frac{\epsilon_0 E_0}{d}, \quad (39) \\ J_y &\cong -\frac{B_0}{\mu_0} \left(\frac{eB_0}{m_0 c}\right)^2 x, \\ \Delta\varphi &\cong \frac{1}{2} E_0 d = \frac{e}{2m_0} (B_0 d)^2, \\ R_H &\cong \frac{m_0}{e\epsilon_0 B_0}. \end{aligned}$$

各物理量的分布见图 3.

至此,有了明晰的均匀静磁场下超导态界面层的场荷分布图像,而电荷的起伏分布、电场和电势差的存在及 Hall 效应的出现,皆起源于超导体的完全逆磁性,起源于超导态相对论协变性所限定的磁场和电场、矢势和标势空间变化的统一性,起源于场能和运动能量的转化.

2.3. 场荷分布的量子化

超导是宏观的量子现象,界面层出现的电场为标势场,其环路积分为零,不改变超导体磁通的量子

化.由上述分析可知,磁通量子化^[1-6]所限定的磁场和电流的量子化^[12],必然要求其他物理量(如电场、电荷、电势、Hall 电阻和 Hall 系数等)的量子化,这一切同样是超导相对论效应的自然结果.因而对超导环或第 II 类超导体混合态的各物理量的分析和测量,可进一步检验本假设的结果.

3. 检测实验设计

平板超导体相当于一对极性反向相接的微电池,对外电动势为零.为了探测其电势差和电场,选其半边为实验对象.如图 3 所示, $aR\mathcal{E}jba$ 构成超导体电势差检测回路, R , \mathcal{E} 和 j 分别为外电路的可调电阻、可调电源和检流计, a 为超导体内部检测探针(可位于中心至电场最强处某一位置),且外加绝缘层与超导体绝缘, b 为超导体表面检测探针.检测时,使超导体处于弱磁场低温超导态,但检测电路处于正常态,如探针用金、银等良导体.绝对零度时,考虑到零点能,电子全为超导电子,可以产生检测电流.也可使超导体处于有少量正常电子的超导态,则检测电路进入超导体内的电子为正常电子,可在超导体的界面层电场的作用下从 a 极运动到 b 极,从而建立检测电流,通过调整外电路 R , \mathcal{E} 的参数,达到对超导体内界面层电场和电势差等的测量.参考上述各物理量的取值,由(38)(39)式,对普通金属超导体各有关量的近似值分别为 $E_0 \approx 10^{-3}$ V/m, $\Delta\varphi \approx 10^{-11}$ V, $R_H \approx 10^{-13}$ Ω .可见超导体的电效应是很弱的,要得到较高的电效应,宜从高临界磁场和长穿透深度的材料(如高温超导材料)入手验证.

4. 结 论

在文献 [13, 14] 的基础上,进一步分析了超导体界面层的场荷分布及动力学起源,得出超导现象是势场的可观效应.在超导体界面层电场、电荷、电势差、Hall 效应和“三明治”式层叠结构的出现,都是超导体场相对论效应的必然结果.本文的探讨虽是立足于两种特定情形,但在物理本质上对各种外形的宏观超导体是一致的.对此,极需进一步的实验来加以验证.

超导既是宏观的量子现象也是低速的相对论现象,要对其实现完整分析,必须建立超导的量子场理论,这需要对 BCS 理论做相对论修正.

- [1] Guo S H 1979 *Electrodynamics* (Beijing :Peoples Education Press) (in Chinese) [郭硕鸿 1979 电动力学(北京 :人民教育出版社)]
- [2] Fang J X , Lu D 1981 *Solid State Physics* (Shanghai :Shanghai Scientific and Technical Publishers) [in Chinese] 方俊鑫、陆 栋 1981 固体物理学(下册) [上海 :上海科学技术出版社]
- [3] Zhang Y H 1997 *Physics of Superconductivity* (Hefei :University of Science and Technology of China Press) [in Chinese] 张裕恒 1997 超导物理(合肥 :中国科学技术大学出版社)]
- [4] Zhang L Y 2003 *Theory of Superconductivity* (Beijing :Science Press) (in Chinese) [章立源 2003 超导理论(北京 :科学出版社)]
- [5] Han R S 1998 *Physics of High Temperature Superconductivity* (Beijing :Peking University Press) [in Chinese] 韩汝珊 1998 高温超导物理(北京 :北京大学出版社)]
- [6] Zeng J Y 1998 *Introduction to Quantum Mechanics* (2nd Ed.) (Beijing :Peking University Press) [in Chinese] 曾谨言 1998 量子力学导论(第二版) [北京 :北京大学出版社] 第 207 页]
- [7] Zhao Z X , Liu F S , Han R S 1979 *Acta Phys. Sin.* **28** 222 (in Chinese) [赵忠贤、刘福绥、韩汝珊 1979 物理学报 **28** 222]
- [8] Zhang L Y 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1435 (in Chinese) [章立源 1983 物理学报 **32** 1435]
- [9] Lang P L , Chen K , Zheng D N *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3530 (in Chinese) [郎佩琳、陈 珂、郑东宁等 2004 物理学报 **53** 3530]
- [10] Zhao Z W , Wen H H , Li S L *et al* 2001 *Chin. Phys.* **10** 340
- [11] Liu L J , Zhang Z J 2001 *Chin. Phys.* **10** 847
- [12] Liang F Y , Li H M , Li Y J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 830 (in Chinese) [梁芳营、李汗明、李英强 2006 物理学报 **55** 830]
- [13] Yang P F , Li C Z 1999 *J. Northwest Univ.* (Natural Science Ed.) **29** (Suppl) 44 (in Chinese) [杨鹏飞、李存志 1999 西北大学学报(自然科学版) **29** (增刊) 44]
- [14] Yang P F 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5579 (in Chinese) [杨鹏飞 2006 物理学报 **55** 5579]

The distribution and origination of electric field and charge in interface layer of superconductor

Yang Peng-Fei^{1)†} Chen Wen-Xue²⁾

¹⁾ Yulin Branch , Shaanxi Radio and Television University , Yulin 719000 , China)

²⁾ Department of Applied Mathematics and Physics , Xi'an University of Post and Telecom , Xi'an 710061 , China)

(Received 23 April 2006 ; revised manuscript received 28 August 2006)

Abstract

Based on relativistic field equations of superconducting state , the structure and forming mechanism of interface layer of superconductor are studied for the condition of weak magnetic field. It is shown that electric field , potential difference , Hall effect and sandwich of charge density exist in this layer , which originate from the measurable effect of potential field limited by relativistic covariance. In order to verify the result of this paper , a design of experiment is given.

Keywords : superconductivity , interfacial electric field , relativistic effect , sandwich

PACC : 7420 , 7420D , 7430