

电光效应的自相似性*

童永在¹⁾ 王西安²⁾ 余本海¹⁾ 胡雪惠¹⁾

1) 信阳师范学院物理电子工程学院, 信阳 464000

2) 中国科学院物理化学技术研究所, 北京 100080

(2006 年 3 月 29 日收到, 2006 年 7 月 17 日收到修改稿)

通过对 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 及几种半导体晶体的电光系数进行数值分析, 发现电光系数在自由状态和受夹状态下对应的 Miller- δ 系数相同, 与外加电场频率无关, 进而提出用 Miller- δ 系数表征晶体非线性光学性质. 在此基础上, 提出一种全新的电光效应产生机制, 认为电光效应源于非线性系统的自相似性, 表现为对线性性质的一种“自我复制”, 而 Miller- δ 系数是“自我复制”的比例因子.

关键词: 电光效应, 非线性光学, 自相似性

PACC: 7820J, 4265

1. 引 言

在过去几十年里, 激光器的迅速发展促进了电光效应及非线性光学效应的研究和应用, 例如电光调制、电光偏转、频率转换、二倍频、参量振荡和放大等^[1-4]都利用了电光效应或非线性光学效应. 从本质上讲, 电光效应和非线性光学效应都是由于外加电场的作用引起介质的非线性极化. 电光效应的广泛应用反过来又促进了对各种电光晶体的生长、性能及电光效应机理的研究.

1964 年, Miller^[5] 提出一个经验规则,

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_{ii}^{(1)} \chi_{jj}^{(1)} \chi_{kk}^{(1)} \delta_{ijk}^{(2)}, \quad (1)$$

式中, $\chi^{(1)}$ 示表线性极化率, $\delta_{ijk}^{(2)}$ 称为 Miller- δ 系数.

(1) 式采用了爱因斯坦求和约定, 即式中相同角标表示对其求和. 本文公式均采用这样的约定. Miller 从当时已发现的非线性光学晶体中, 总结出如下规律: 尽管各种不同非线性光学晶体的二级极化率可以相差 4 个数量级, 但它们的 Miller- δ 系数相差不大, 数量级相同. 这样, Miller 首次指出了非线性光学性质的共同特征, 暗示非线性性质有共同起源. 随后, 科学家们将研究方向转移到探索非线性光学晶体的微观结构与宏观性能之间关系, 并提出了一系列的理论模型.

20 世纪 70 年代初, Jeggo 和 Boyd^[6] 以及 Bergman

等^[7,8] 分别提出键参数法, 成功地解释了 KDP 族、GaAs 等半导体晶体倍频系数的产生机制. 为了更好地理解每个键的微观二级极化率的物理起因, Levine^[9-11] 提出了键电荷模型, 指出一个键的二级极化率 β 和 Miller- δ 系数 $\delta^{(2)}$ 的大小主要来自于键电荷的不对称分布, 首次指出每个键产生二级极化率的结构起因以及 Miller- δ 系数的本质. 而在有机非线性光学效应的结构机理研究方面, 前苏联科学家 Davydov 等^[12] 于 1970 年首次提出, 有机晶体的二级极化率主要来源于有机分子的微观二级极化率. Chemla 等^[13] 进一步发展了这一思想^[13], 提出有机非线性光学晶体结构与性能关系的电荷转移模型. 在这一理论模型的指导下, 发现了一大批具有很大非线性光学效应的有机晶体. 在无机非线性光学晶体的结构与性能关系方面, 陈创天^[14-18] 于 1976 年提出无机晶体非线性光学效应的阴离子基团理论, 指出无机晶体的非线性光学效应主要来自于阴离子基团二级极化率的几何叠加. 此理论模型经过多年发展, 与量子化学的近似计算^[19,20] 相结合, 能够计算一系列晶体倍频系数的大小.

上述这些理论在探索非线性光学性能与微观结构的关系方面取得了许多重要成果. 对于不同种类的晶体, 理论计算和实验都符合得很好, 但这些理论模型都或多或少地存在某种局限性. 首先, 理论模型作了零频近似, 没有研究电光效应对调制电场频率

* 国家自然科学基金(批准号 50590402)资助的课题.

的依赖关系,其次,不同的理论模型适用于不同类型的晶体,表明模型是针对具体的晶体类型做了有效的近似,因而适用范围受到限制;再次,理论计算的程序越来越复杂,近似过程也越来越多.这些明显的不足促使我们进一步去探索电光效应的起源问题.本文从非线性动力学的整体观念出发,提出一种新的看法:认为晶体周期性的微观结构必然导致晶体非线性光学性质的自相似性,指出 Miller 关系反映了非线性性质的自相似性,并将这种关系应用到自由状态和受夹状态的电光系数上.通过对 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 及多种半导体晶体的电光系数进行数值计算分析,发现 Miller- δ 系数是一个与外加电场频率无关的常量,验证了电光效应的自相似性,进而说明了介电常数和电光系数在对频率的依赖关系上的相似性.

2. 理论基础

根据折射率椭球理论^[21-22]在主轴坐标系中,折射率椭球方程通常写成如下形式:

$$\frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2} = 1, \quad (2)$$

式中 n_x, n_y, n_z 分别是三个主轴方向的主折射率.而折射率椭球方程的一般形式为

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{n^2}\right)_1 X^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 Y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 Z^2 \\ & + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 YZ + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 ZX \\ & + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 XY = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式中逆介电张量 $\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij}$ 的下标是按规则 $ij \rightarrow l$ 进行了合并,其中 $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23, 32 \rightarrow 4, 31, 13 \rightarrow 5, 12, 21 \rightarrow 6$.

在外加电场的作用下,电光效应使折射率椭球发生变化,记每个分量 $\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij}$ 的变化量为 $\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij}$,在只考虑线性电光效应的情况下,

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk} E_k, \quad (4)$$

式中 r_{ijk} 是线性电光系数,同样 r_{ijk} 的前两个角标可以按 $ij \rightarrow l$ 规则合并.

根据逆介电张量的定义,有

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_{il} \epsilon_{ij} = \delta_{ij}, \quad (5)$$

式中 δ_{ij} 是单位张量,当 $i = j$ 时, $\delta_{ij} = 1$, 当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij} = 0$; ϵ_{ij} 为晶体的相对介电常数,并有关系 $\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij}$. 在晶体主轴坐标系中,相对介电常数 ϵ_{ij} 与主折射率 n_i 之间,存在下列关系:

$$\epsilon_{ii} = n_i^2.$$

对 (5) 式微分可得

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{il} \epsilon_{ij} + \left(\frac{1}{n^2}\right)_{il} \Delta\epsilon_{ij} = 0. \quad (6)$$

由 (6) 式得 $\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij}$ 与 $\Delta\epsilon_{lm}$ 之间的关系式

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = -\left(\frac{1}{n^2}\right)_{il} \Delta\epsilon_{lm} \left(\frac{1}{n^2}\right)_{mj}. \quad (7)$$

另一方面,线性电光效应在本质上是入射光场与外加电场共同作用下产生的二级非线性极化效应,即

$$P_i^{\omega+\Omega} = 2\epsilon_0 \chi_{ijk}^{(\omega+\Omega, \omega, \Omega)} E_j^\omega E_k^\Omega. \quad (8)$$

这里, $P_i^{\omega+\Omega}$ 表示产生的附加二级非线性极化强度, E_j^ω 表示频率为 ω 的光频电场强度, E_k^Ω 表示频率为 Ω 的外加电场强度, $\chi_{ijk}^{(\omega+\Omega, \omega, \Omega)}$ 是线性电光效应对应的二级极化率.

类似地,可以定义关系

$$E_i^{\omega+\Omega} = 2\epsilon_0^{-1} \delta_{ijk}^{(\omega+\Omega, \omega, \Omega)} P_j^\omega P_k^\Omega. \quad (9)$$

这里, P_j^ω 表示频率为 ω 的光频电场引起的极化强度, P_k^Ω 表示频率为 Ω 的调制电场引起的极化强度, $E_i^{\omega+\Omega}$ 是二级极化对应的电场强度, $\delta_{ijk}^{(\omega+\Omega, \omega, \Omega)}$ 称为 Miller- δ 系数. 将

$$P_j^\omega = \epsilon_0 \chi_{jm}^\omega E_m^\omega,$$

$$P_k^\Omega = \epsilon_0 \chi_{kn}^\Omega E_n^\Omega$$

代入 (9) 式,并与 (8) 式比较后可以得到 Miller 关系

$$\chi_{ijk} = \epsilon_0 \chi_{il}^{\omega+\Omega} \chi_{jm}^\omega \chi_{kn}^\Omega \delta_{lmn}. \quad (10)$$

(10) 式中 χ_{ijk} 和 δ_{ijk} 省去了上标 $(\omega + \Omega, \omega, \Omega)$, 以下均如此.

由于电光效应使介质产生了附加的非线性极化强度 $P_i^{\omega+\Omega}$, 因而介电常数也产生了一个附加量 $\Delta\epsilon_{ij}$, 并有下列关系:

$$\Delta\epsilon_{ij} = 2\chi_{ijk} E_k^\Omega. \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (7) 式,

$$\begin{aligned} r_{ijk} E_k^\Omega &= \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} \\ &= -\left(\frac{1}{n^2}\right)_{il} \Delta\epsilon_{lm} \left(\frac{1}{n^2}\right)_{mj} \end{aligned}$$

$$= -2 \left(\frac{1}{n^2} \right)_{il} \chi_{lmk} E_k^\Omega \left(\frac{1}{n^2} \right)_{mj} \quad (12)$$

由(12)式可得

$$r_{ijk} = -2 \left(\frac{1}{n^2} \right)_{il} \chi_{lmk} \left(\frac{1}{n^2} \right)_{mj} \quad (13)$$

在主轴坐标系中(13)式可以简化成

$$r_{ijk} = -\frac{2}{n_i^2 n_j^2} \chi_{ijk} \quad (14)$$

即

$$\chi_{ijk} = -\frac{1}{2} n_i^2 n_j^2 r_{ijk} \quad (15)$$

将(15)式代入(10)式,可得 Miller- δ 系数的计算公式,即

$$\begin{aligned} \epsilon_0 \delta_{ijk} &= \frac{\chi_{ijk}}{\chi_{ii}^{\omega+\Omega} \chi_{jj}^\omega \chi_{kk}^\Omega} \\ &= -\frac{n_i^2 n_j^2 r_{ijk}}{\chi (n_i^2 - 1) \chi (n_j^2 - 1) \chi (\epsilon_k - 1)} \quad (16) \end{aligned}$$

(16)式应用了关系式

$$\chi_{ii} = \epsilon_i - 1 = n_i^2 - 1$$

和近似关系

$$\chi_{ii}^{\omega+\Omega} \approx \chi_{ii}^\omega$$

3. 结果及讨论

3.1. 自由和受夹状态的 Miller- δ 系数

实验发现,晶体材料的电光系数随着调制电场的频段不同而显著不同.在同一频段内,随着调制频率 Ω_m 的变化,电光系数变化很小,如图 1 所示^[23].

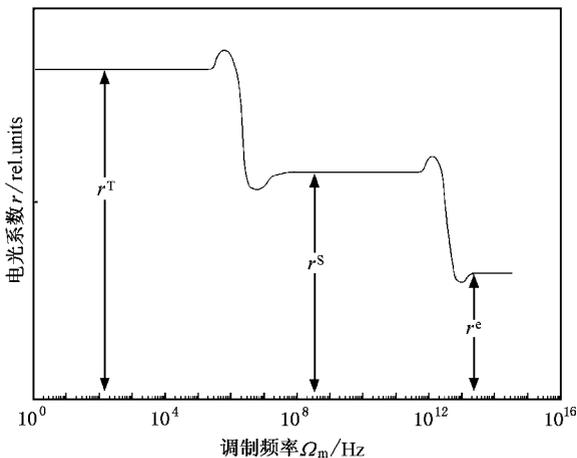


图 1 电光系数对调制频率 Ω_m 的依赖关系

从图 1 可以看出,电光系数可分为三段.当调制频率低于约 1 MHz 时,调制电场引起晶体内部的离子集团振动,晶体产生明显形变,晶体内部应力为一常量,这种情况下,电光系数称为自由电光系数,用 r^T 表示,也称恒应力电光系数.当调制频率高于约 100 MHz 而低于 10^6 MHz 时,离子集团振动的频率跟不上调制电场的频率,离子被“冻结”在平衡位置,晶体不发生形变,这种情况下,电光系数称为受夹电光系数,用 r^S 表示,也称恒应变电光系数.当外加电场的频率更高时,主要是电子激发对电光效应有贡献,这时用 r^e 表示电光系数,根据 Kleinman 对称性^[24],可以得到电光系数 r^e_{ijk} 与倍频系数 d_{ijk} 的关系式

$$r^e_{ij,k} = -\frac{4d_{k,ij}}{n_i^2 n_j^2} \quad (17)$$

从图 1 和一些晶体的电光系数(例如 BaTiO_3 的电光系数^[25]为 $r_{42}^T = 1640 \times 10^{-12}$ m/V 和 $r_{42}^S = 820 \times 10^{-12}$ m/V)可以看出,自由状态和受夹状态下的电光系数差异很大.为了研究不同状态下电光效应之间的联系,我们利用 Miller- δ 系数计算公式,计算了 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 及几种半导体晶体在自由状态和受夹状态下电光系数对应的 $\epsilon_0 \delta_{ijk}$ 系数,所得结果如表 1 和表 2 所列.

表 1 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 晶体的 $\epsilon_0 \delta_{ijk}$ 系数(单位: 10^{-12} m/V)

晶体	状态	13	22	23	33	42	51
KNbO_3	T	0.606			1.189	0.356	0.607
	S	0.670			1.206	0.360	0.633
LiNbO_3	T	0.238	0.068	0.232	0.792	0.330	
	S	0.244	0.062	0.105	0.906	0.520	
BaTiO_3	T	0.253			0.537	0.302	
	S	0.476			0.352	0.254	

表 1 中, T 和 S 分别表示自由状态和受夹状态,表中列出了 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 三种晶体相应状态下电光系数各个分量对应的 $\epsilon_0 \delta_{ijk}$ 系数计算值(没有考虑符号).从表 1 中的数据可以看出,对于 KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 这三种晶体, Miller- δ 系数在自由状态和受夹状态下数值差异很小,可以认为与调制频率无关,因而电光系数的差异主要是由线性极化率和介电常数的不同所致.

表 2 部分半导体晶体的 $\epsilon_0 \delta_{ijk}$ 系数(单位: 10^{-12} m/V)

晶体	$\beta\text{-ZnS}$	ZnSe	ZnTe	GaP
状态	T S	T S	T S	T S
r_{41}	2.1 1.6	2.0 2.0	4.04 4.3	1.0 0.97
$\epsilon_0 \delta_{41}$	0.104 0.104	0.189 0.189	0.281 0.280	0.293 0.293

表 2 给出的半导体晶体具有 $\bar{4}3m$ 对称性, 电光系数只有一个独立分量 r_{41} , 表 2 中列出了 r_{41} 对应的 $\epsilon_0 \delta_{41}$ 系数计算值(没有考虑符号). 从表 2 可以看出, 晶体在 T 和 S 状态下 $\epsilon_0 \delta_{ijk}$ 系数非常一致, 进一步证实了 Miller- δ 系数与调制频率无关的特征, 而 Boyd 等^[26] 的实验测量表明 Miller- δ 系数在微波和光频区没有明显的差别.

另外, 我们还可以从表 1 和表 2 看出, 尽管各种晶体的电光系数相差很大, 例如 BaTiO_3 的电光系数 $r_{42}^T = 1640 \times 10^{-12} \text{ m/V}$, 而 ZnSe 的电光系数 $r_{41}^T = 2.0 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ ^[25], 二者相差几个量级, 但 Miller- δ 系数却在同一个量级, 这也表明了电光系数与介电常数成正比, 即 $r \propto (\epsilon - 1)$. Miller- δ 系数的这种特征揭示了不同状态下的电光效应可能有相同的起源和发生机制, 这种机制可以从 Levine 提出的键电荷模型得到启示, 即 Miller- δ 系数大小主要来自于键电荷的不对称分布, 因而 Miller- δ 系数与电荷的分布特别是价电子的分布有极大的关系, 电光系数的差异主要源于介电常数的不同.

3.2. 电光效应的自相似性

根据以上讨论, 在经验上可以认为 Miller- δ 系数是一个与频率无关的量, 因此可以用 Miller- δ 系数来表征晶体的非线性性质, 与二级极化率相比, Miller- δ 系数能够更好地反映材料的固有非线性性质, 在理论上更有意义. 根据上述讨论, 可以进一步将这种想法推广到更高次情况, 例如可以假定三级极化率的展开系数 $\delta_{ijkl}^{(3)}$ 也是一个与频率无关的量, 与二级极化率的 Miller 关系类似, 用线性极化率来展开三级极化率, 即

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \epsilon_0^2 \delta_{ijkl}^{(3)} \chi_{ij}^{(1)} \chi_{kk'}^{(1)} \chi_{ll'}^{(1)}, \quad (18)$$

更高级的以此类推.

于是, 可以构造一个迭代函数系统: 以 ω, Ω 为控制参量, 构造可观测量 $\{\omega^{(i)}; \omega^{(i)} = \sum_{l=1}^i \omega_l, \omega_l \text{ 是 } \pm \omega, \pm \Omega \text{ 四者之一, } i = 1, 2, \dots\}$ 和系统线性特征参量 $\{\chi^{(1)}(\omega^{(i)}), \delta^{(n)}; \chi^{(1)}(\omega^{(i)}) \text{ 是 } \omega^{(i)} \text{ 对应的线性特征参量, } \delta^{(n)} \text{ 是一个常量}\}$. 根据系统的线性特征参量, 生成系统的非线性特征参量

$$\chi^{(n)}(\omega^{(n)}) = \epsilon_0^{n-1} \delta^{(n)} \chi^{(1)}(\omega^{(n)}) \prod \chi^{(1)}(\omega^{(i)}), \quad (19)$$

式中, $\omega^{(n)}$ 表示 n 个 $\omega^{(i)}$ 之和, \prod 表示 n 个 $\omega^{(i)}$ 对

应的线性特征参量的乘积. 这样的迭代函数系统的一个重要特征就是对自身的一种复制, 具有自相似性, 在几何上 $\delta^{(n)}$ 表现为缩小的比例因子.

显然, 电光效应是这样的一个迭代函数系统的实现. 自然地, 不同级次的电光系数就会表现出相似性. 作为一个简单的应用, 我们来考察介电常数(如图 2 所示)与线性电光系数(如图 1 所示)的相似性. 从图 2 中可以看出, 介电常数如同电光系数一样可以分为三段: 自由状态、受夹状态及光频下的介电常数^[23], 在同一频段色散较小. 二者的曲线具有相似性. 从这种相似性中可以假设晶体在自由状态、受夹状态及光频下的电光效应产生机制是相同的, 电光效应是一种自生成现象, Miller- δ 系数与频率无关. 我们可以通过测量晶体的线性极化率和 Miller- δ 系数来计算非线性系数. 很显然, 如果能够从理论上计算 Miller- δ 系数, 对认识电光效应的产生机制具有重要意义, 这是一个亟待解决的问题.

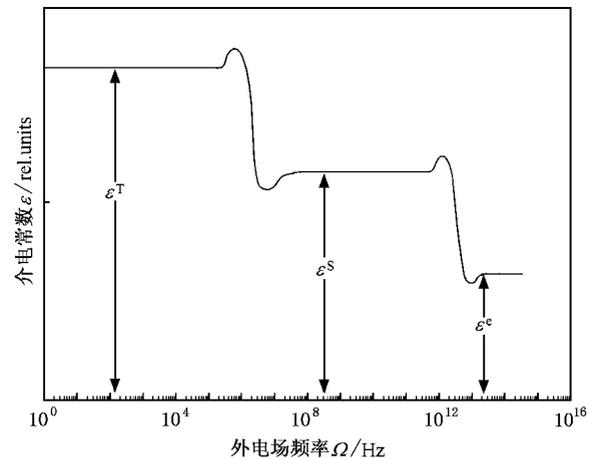


图 2 介电常数对外加电场频率 Ω 的依赖关系

4. 结 论

本文将 Miller 关系运用到自由状态、受夹状态下电光系数的数值分析. 通过对大量晶体材料的电光系数进行数值计算, 发现 Miller- δ 系数是一个不依赖于频率的参数, 说明电光系数与介电常数成正比这一经验规律. 在此基础上, 提出用线性系数展开非线性系数的方法来构造非线性迭代函数系统, 指出了电光效应的自相似性并根据这种自相似性解释了电光系数与介电常数对频率的依赖关系上的相似性. 在用实验数据对电光效应的自相似性进行验证

的基础上,提出了一种全新的电光效应产生机制.认为这种非线性效应源于非线性系统的自相似性,表现为对线性性质的一种“自我复制”,而 Miller- δ 系数是“自我复制”的比例因子,因而 Miller- δ 系数在

认识电光效应产生机制中占有非常重要的地位.文中进一步指出,从理论上解决 Miller- δ 系数的计算问题是解决非线性光学效应产生机制的关键.

-
- [1] Lu K Q , Zhao W , Yang Y L *et al* 2004 *Chin . Phys .* **13** 2077
- [2] Li S C , Xue T , Yu J 2002 *Acta Phys . Sin .* **51** 2018 (in Chinese)
[李世忱、薛挺、于建 2002 物理学报 **51** 2018]
- [3] Ren D M , Huang J Z , Qu Y C *et al* 2004 *Chin . Phys .* **13** 1468
- [4] Zhang B G , Yao J Q , Lu Y *et al* 2006 *Acta Phys . Sin .* **55** 1231 (in Chinese) [张百钢、姚建铨、路洋等 2006 物理学报 **55** 1231]
- [5] Miller R C 1964 *Appl . Phys . Lett .* **5** 17
- [6] Jeggo C R , Boyd G D 1970 *J . Appl . Phys .* **41** 2741
- [7] Bergman J G , Crane G R 1974 *J . Chem . Phys .* **60** 2470
- [8] Crane G R , Bergman J G 1974 *Trans . Faraday Soc .* **70** 1488
- [9] Levine B F 1969 *Phys . Rev . Lett .* **22** 787
- [10] Levine B F 1970 *Phys . Rev . Lett .* **25** 440
- [11] Levine B F 1973 *Phys . Rev . B* **1** 2600
- [12] Davydov B L , Derkacheva L D , Duna V V *et al* 1970 *JETP Lett .* **12** 16
- [13] Chemla D S , Zyss J 1987 *Nonlinear Optical Properties of Organic Molecules and Crystals* (New York : Academic)
- [14] Chen C T 1976 *Acta Phys . Sin .* **25** 146 (in Chinese) [陈创天 1976 物理学报 **25** 146]
- [15] Chen C T 1977 *Acta Phys . Sin .* **26** 124 (in Chinese) [陈创天 1977 物理学报 **26** 124]
- [16] Chen C T 1977 *Acta Phys . Sin .* **26** 486 (in Chinese) [陈创天 1977 物理学报 **26** 486]
- [17] Chen C T 1978 *Acta Phys . Sin .* **27** 41 (in Chinese) [陈创天 1978 物理学报 **27** 41]
- [18] Chen C T , Chen X C 1980 *Acta Phys . Sin .* **29** 1000 (in Chinese) [陈创天、陈孝琛 1980 物理学报 **29** 1000]
- [19] Chen C T , Liu Z P , Shen H S 1981 *Acta Phys . Sin .* **30** 715 (in Chinese) [陈创天、刘执平、沈荷生 1981 物理学报 **30** 715]
- [20] Lin J , Lee M H , Liu Z P *et al* 1999 *Phys . Rev . B* **60** 13380
- [21] Chen Q , Tani M , Tiang Z P *et al* 2001 *J . Opt . Soc . Am . B* **18** 823
- [22] Duvillaret L , Rialland S , Coutaz J L 2002 *J . Opt . Soc . Am . B* **19** 2704
- [23] Wemple S H , DiDomenico M Jr 1972 *Electrooptical and Nonlinear Optical Properties of Crystals* (New Jersey : Murray Hill)
- [24] Boyd G D , Kleinman D A 1968 *J . Appl . Phys .* **39** 3597
- [25] Thompson B J 2003 *Handbook of Nonlinear Optics* (New York : Rochester)
- [26] Boyd G D , Bridges T J 1971 *Phys . Rev . Lett .* **26** 387

Self-similarity of the electro-optical effects ^{*}

Tong Yong-Zai¹⁾ Wang Xi-An²⁾ Yu Ben-Hai¹⁾ Hu Xue-Hui¹⁾

1 X College of Physics and Electronic Engineering, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China)

2 X Technical Institute of Physics and Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

(Received 29 March 2006 ; revised manuscript received 17 July 2006)

Abstract

Based on the electro-optical coefficients, the Miller- δ coefficients of KNbO_3 , LiNbO_3 , BaTiO_3 and several semiconductor crystals were calculated. The results show that the coefficients are frequency independent and are the same for unclamped and clamped values, so it is feasible to take the Miller- δ coefficients to characterize the nonlinear optical properties. Furthermore, a novel mechanism of the electro-optical effects is presented which maintains that the electro-optical effect results from the self-similarity of the nonlinear system, manifested as the recopy of the linear properties and the Miller- δ coefficients are the proportion factors of self-copy.

Keywords : electro-optical effects, nonlinear optics, self-similarity

PACC : 7820J, 4265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 50590402).