

# 用传输矩阵法研究微波波段准一维同轴光子晶体能隙结构\*

童元伟<sup>1)B)</sup> 张冶文<sup>1)D)</sup> 赫 丽<sup>1)</sup> 李宏强<sup>1)D)</sup> 陈 鸿<sup>1)D)</sup>

1) 同济大学波耳固体物理研究所, 上海 200092)

2) 同济大学电子与信息学院, 上海 200092)

3) 上海理工大学, 上海 200093)

(2005 年 3 月 4 日收到, 2005 年 7 月 4 日收到修改稿)

用 SMA 型同轴标准接头组成具有准一维晶格结构的光子晶体, 测试结果表明具有明显的光子带隙结构. 利用传输线等效模型和布洛赫周期性边界条件模拟分析也表明同轴准一维光子晶体具有能隙结构, 理论计算结果与实验结果能很好吻合.

关键词: 光子晶体, 同轴, 能隙结构, 传输矩阵

PACC: 7870G, 4270Q, 1120F

## 1. 引 言

继 1987 年 Yablonovitch<sup>[1]</sup>和 John<sup>[2]</sup>首次提出光子晶体的概念后, 光子带隙材料的研究越来越成为人们关注的热点<sup>[3,4]</sup>. 光子晶体的基本特征是可能存在类似半导体中禁带的“光子带隙”, 频率落在光子带隙中的电磁波被禁止传播, 自发辐射、零点振荡都会被抑止. 光子晶体材料具有的这种特性决定了它具有广泛的应用前景. Ranjit<sup>[5]</sup>等研究了 n 型同轴光子晶体中的光子带隙, 并对其中的缺陷模式进行了研究. Hache<sup>[6-8]</sup>等研究了由不同阻抗同轴电缆组成的光子晶体中能隙结构、色散、场局域和超光速等现象.

在本文中, 提出用 SMA 同轴接头周期性连接, 构造准一维结构的同轴光子晶体. 这种结构中影响光子晶体能带结构的各种因素如布拉格散射周期数、局域共振频率、缺陷等容易控制, 而且利用现有

的设备可以方便地获得传输系数的幅值和相位等信息, 它为研究低维光子晶体提供了一个很好的平台. 另外, 与传统的一维光子晶体不同, 同轴光子晶体的“T”型接头提供了一个垂直与光子晶体方向的附加共振腔. 这种附加共振腔对光子传输行为的影响目前引起了人们的很大兴趣<sup>[9,10]</sup>.

本文同时用传输矩阵和布洛赫周期性边界条件分析计算了同轴准一维光子晶体具有的能带结构, 结果表明, 准一维光子晶体中具有明显的光子带隙, 计算结果和实验测试结果能很好吻合.

## 2. 实验材料和方法

实验所采用的同轴准一维光子晶体由 SMA 阴接头 (female)、阳接头 (male)、“T”型接头 (Tee connector) 组成, 结构如图 1 所示, 其中  $d_1$  为单元长度,  $d_2$  为 Tee 接头纵向高度, 为改变纵向长度, 可在

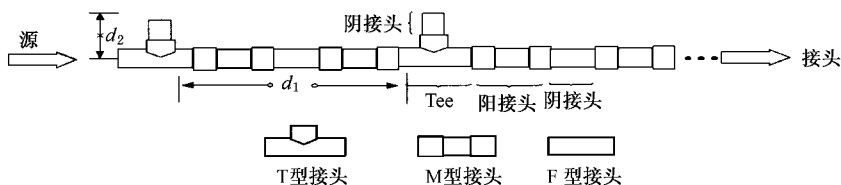


图 1 由 SMA 同轴接头组成的准一维光子晶体结构

\* 国家基础研究 973 项目(2001CB610406)、国家自然科学基金(50477048, 10474072)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: yewenzhang@online.sh.cn

Tee 接头上接阴、阳接头等. 在 50MHz—10GHz 频率范围内, SMA 同轴接头的特征阻抗为  $50\Omega$ .

实验所用的微波信号发生器和测试仪器为 Agilent 8722ES 矢量网络分析仪, 测得的数据是从端口 1 到端口 2 的传输系数  $S_{21}$ .

### 3. 实验设计与结果

通过调节单元长度  $d_1$  和“T”型接头开口端长度  $d_2$  改变单元结构. 当  $d_1 = 48.2\text{mm}$ ,  $d_2 = 15\text{mm}$ , 当结构中单元数分别为 1, 10 时, 传输系数  $S_{21}$  测试结果

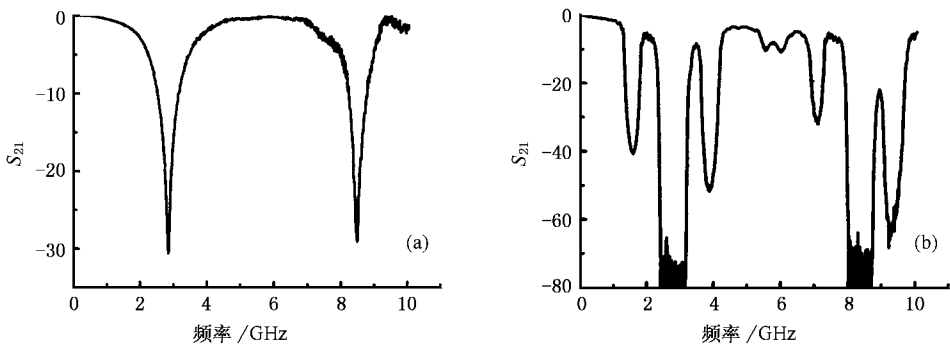


图 2 (a)  $n = 1$  时测得的传输系数 (b)  $n = 10$  时测得的传输系数

改变单元结构参数  $d_1, d_2, d_1 = 100\text{mm}$ ,  $d_2 = 31\text{mm}$ , 当结构中单元数  $n = 1, 10$  时, 传输系数  $S_{21}$  测试结果如图 3 所示. 从图 3(a) 可以看出, 当  $n = 1$  时, 在中心频率为 1.5GHz, 4.5GHz, 7.5GHz 附近出现阻带, 与  $d_1 = 48.2\text{mm}$ ,  $d_2 = 15\text{mm}$  时相同, 这些阻带的产生仅与单元结构有关, 与结构的周期性排列无关. 同样, 这些阻带的中心频率也呈奇数倍频率关系, 第二、第三个阻带的中心频率为第一个阻带中心频率的 3 倍和 5 倍.

随着结构中单元数的增加, 将单元结构周期性

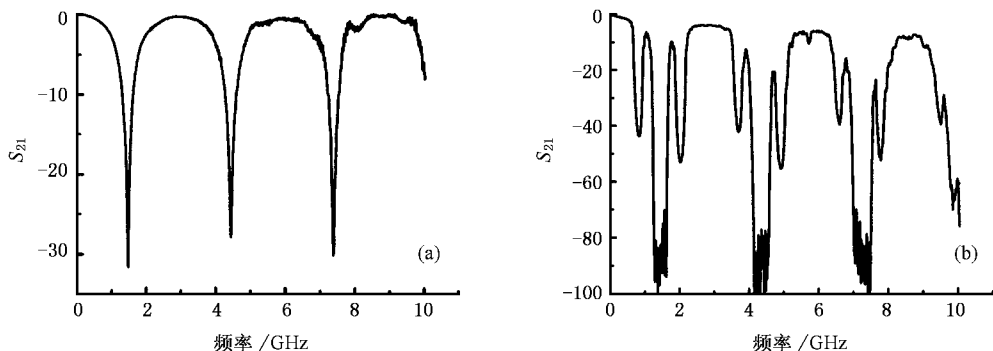


图 3 (a)  $n = 1$  时测得的传输系数 (b)  $n = 10$  时测得的传输系数

果如图 2 所示. 结果表明, 在单元数为  $n = 1$  时, 在中心频率为 2.85GHz, 8.55GHz 附近出现阻带. 这两个阻带的产生仅取决于单元结构参数, 与周期性无关, 其阻带频率呈奇数倍频率关系, 即第二个阻带的中心频率为第一个阻带中心频率的 3 倍. 随着单元数的增加, 将单元结构周期性排列后, 在 2.85GHz, 8.55GHz 这两个阻带的两侧, 分别各出现一个阻带, 这些阻带的产生是单元结构周期性排列的结果. 随着周期数的增加, 阻带频率不发生变化, 但  $S_{21}$  衰减越来越明显, 单元数为 10 时, 第一个光子带隙中  $S_{21}$  衰减达  $-40\text{dB}$ .

排列后, 在由 1 个单元产生的中心频率为 1.5GHz, 4.5GHz, 7.5GHz 三个阻带的两侧, 也同样各出现一个阻带, 这些阻带的产生是单元结构周期性排列的结果, 周期数越多, 呈现的光子带隙越明显. 当  $n = 10$  时, 第一个光子带隙中  $S_{21}$  衰减达  $-40\text{dB}$  以上. 比较图 3(a) 图 3(b) 可以发现, 图 3(a) 中第一个光子带隙的中心频率比图 3(b) 中第一个光子带隙的中心频率低得多. 可见, 第一个光子带隙的产生不仅与周期性结构有关, 而且带隙的中心频率还取决于单元结构参数, 单元结构参数越大, 第一个光子带

隙的中心频率越低.

## 4. 理论分析

### 4.1. 原理

图 1 所示的由 SMA 型同轴接头构成的同轴准一维光子晶体结构可以视为同轴传输线中每隔地加入终端开路的同轴线,其等效模型如图 4 所示.每个基本单元可以表示为 2 个电路元件的级联,这两个电路元件分别为一段长为  $d_1$  的同轴线和并接的纵向长为  $d_2$  的终端开路的同轴线.

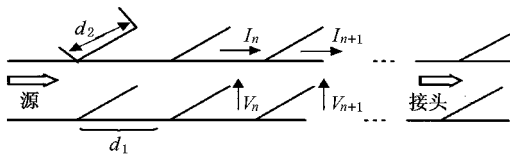


图 4 同轴准一维光子晶体等效模型

可利用 ABCD 传输矩阵与周期性边界条件的 Bloch 原理分析输入变量  $V_n, I_n$  和输出变量  $V_{n+1}, I_{n+1}$  之间存在的关系<sup>[11]</sup>.终端开路长为  $d_2$  的传输线其等效输入阻抗可以表示为:  $Z_{in}(d_2) = -jZ_0 \times \frac{1}{\tan(\beta d_2)}$ ,由单元的传输矩阵法则可得

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

如果此周期性结构能维持波的传播,除了由于一定的传播时间引起的相位延迟外,必须使第  $(n+1)$  端面的电压与电流等于第  $n$  端面上的电压与电流.于是假定

$$\begin{aligned} V_{n+1} &= e^{-\gamma d} V_n, \\ I_{n+1} &= e^{-\gamma d} I_n. \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\gamma = \alpha + j\beta$  是在此周期性结构中传播的布洛赫波(Bloch)的传播常数,  $\alpha$  是布洛赫波(Bloch)的衰减常数,  $\beta$  为布洛赫波(Bloch)的相移常数.用单元的传输矩阵来表示,可得

$$\begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = e^{\gamma d} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\left[ \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e^{\gamma d} & 0 \\ 0 & e^{\gamma d} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} = 0. \quad (4)$$

这个方程就是  $\gamma$  的矩阵本征值方程,只有当其系数的行列式为零时,才存在  $V_{n+1}, I_{n+1}$  的有效解.

所以

$$\begin{vmatrix} A - e^{\gamma d} & B \\ C & D - e^{\gamma d} \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

对互易网络来说,传输矩阵的行列式  $AD - BC = 1$ .

于是有  $\text{ch}(\gamma d) = \frac{A+D}{2}$ , 在

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_n \\ I_n \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{n+1} \\ I_{n+1} \end{bmatrix} \text{ 中, 有} \\ \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta + \bar{Y}\cos\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{于是 } \text{ch}(\gamma d) = \frac{A+D}{2} = \frac{2\cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta}{2}, \quad (7)$$

其中  $\theta = \beta d_1, \bar{Y} = j\tan(\beta d_2)$ .

当(7)式的绝对值小于 1 时,有  $\alpha = 0, \gamma = j\beta$ <sup>[12-14]</sup>(7)式可表示为

$$\cos\beta d = \frac{2\cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta}{2} = \cos\theta = \frac{1}{2}j\bar{Y}\sin\theta, \quad (8)$$

这种情况对应于通带,在此频率范围内存在一定的电磁波传播模式.

当(7)式大于 1 时,  $\gamma = \alpha, \beta = 0$ , 所以

$$\text{ch}(\gamma d) = \frac{A+D}{2} = \frac{2\cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta}{2} > 1, \quad (9)$$

当(7)式小于 -1 时,  $\gamma d = j\pi + \alpha d$ , 所以

$$\begin{aligned} \text{ch}(\gamma d) &= \text{ch}(j\pi + \alpha d) = -\text{ch}(\alpha d) = \frac{A+D}{2} \\ &= \frac{2\cos\theta + j\bar{Y}\sin\theta}{2} < -1, \end{aligned} \quad (10)$$

(9)(10)两种情况都对应于阻带,在此频率范围内不存在电磁波的传播模式.

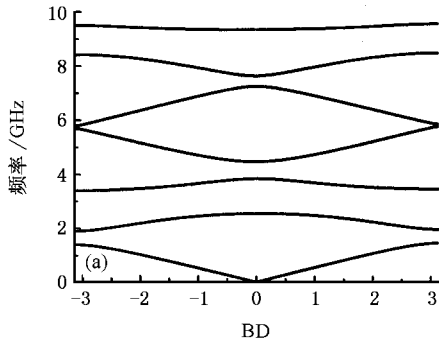
### 4.2. 理论计算与讨论

根据公式(8),可以计算出单元参数  $d_1 = 48.2\text{mm}, d_2 = 15\text{mm}$  时,同轴准一维光子晶体的色散关系图,如图 5(a)所示.

从图 5(a)中可以看出,在中心频率为 1.6GHz, 2.85GHz, 3.8GHz, 7.2GHz, 8.55GHz 附近出现禁带,与图 5(b)中显示的实验结果吻合.

图 2 中的实验结果表明,中心频率为 2.85GHz, 8.55GHz 的两个阻带的产生以及这两个阻带的中心频率仅取决于单元参数  $d_1, d_2$ ,与单元结构的周期性排列无关.随着单元数的增加,阻带内  $S_{21}$  急剧衰

减,而同时,在这两个阻带的两侧,分别各出现中心频率为 1.6GHz, 3.8GHz 和 7.2GHz, 9.4GHz 两组阻带,可以说,中心频率为 2.85GHz, 3.8GHz 这两个阻带的产生是局域共振的结果,而中心频率为 1.6GHz, 3.8GHz 和 7.2GHz, 9.4GHz 两组阻带的产生



是布拉格散射的结果.图 5(a)所示的能级分裂图与文献 [15, 16] 中梳状准一维光子晶体、星型波导准一维光子晶体的能隙结构相似.它们是局域共振机制和布拉格散射机制共同作用的结果.

将实验测试结果  $S_{21}$  与理论计算色散关系图比

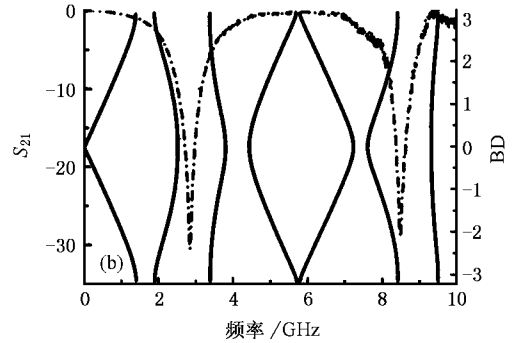


图 5 (a)  $d_1 = 48.2\text{mm}$ ,  $d_2 = 15.2\text{mm}$  计算得到的色散关系曲线 (b)  $d_1 = 48.2\text{mm}$ ,  $d_2 = 15\text{mm}$  时色散曲线与单元结构局域共振带隙的关系

较.图 2(b) 中传输系数曲线显示,在中心频率为 2.85GHz, 3.8GHz 这两个阻带之间,存在一个频宽很窄的通带,这个通带对应于图 5(a) 中在中心频率为 2.85GHz, 3.8GHz 这两个阻带之间的一条异常的频率-波矢曲线,随着频率的增加,波矢量的增量为负值.同样,图 2(b) 中在中心频率为 8.55GHz, 9.4GHz 这两个阻带之间也存在一个通带,这个通带对应图 5(a) 中在中心频率为 8.55GHz, 9.4GHz 这两个阻带之间的一条异常的频率-波矢曲线,并且这两条频率-波矢曲线构成一对频率-波矢曲线.这种非正常频率-波矢曲线的产生是局域共振机制和布拉格散射机制共同作用产生的结果.从图 5(b) 中还可以发现,产生异常色散的通带的能级高于局域共振产生的阻带的能级,这是由于在原有的局域共振机制基础上

能级发生分裂、能带关系发生变化的结果.

$d_1 = 100\text{mm}$ ,  $d_2 = 31\text{mm}$  时,根据 (8) 式计算结果如图 6(a) 所示.

图 6(a) 中可以看出,在中心频率分别为 0.8GHz, 1.5GHz, 2.0GHz, 3.6GHz, 4.5GHz, 4.7GHz, 6.4GHz, 7.5GHz 等附近出现禁带,与实验测试结果能很好吻合.在这种情况下,中心频率为 1.5GHz, 4.5GHz, 7.5GHz 的 3 个阻带的产生是局域共振的结果,而中心频率为 0.8GHz, 2.0GHz, 3.6GHz, 4.7GHz, 6.4GHz 等阻带的产生是布拉格散射的结果.

同样,比较实验测试结果  $S_{21}$  与理论计算得到的色散关系图可以发现,在图 3(b) 中,在由局域共振产生的阻带和布拉格散射产生的阻带之间,均存在一个频宽很窄的通带,它们分别对应图 6(a) 中的 3

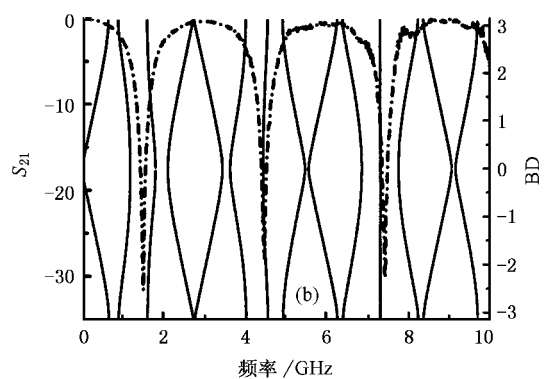
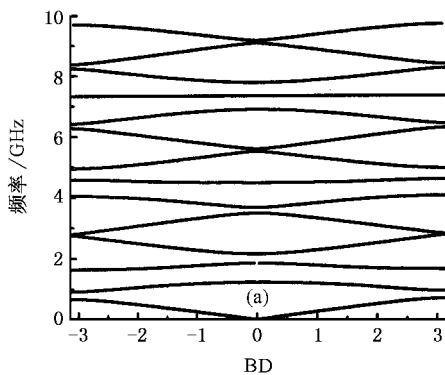


图 6 (a)  $d_1 = 100\text{mm}$ ,  $d_2 = 31\text{mm}$  计算得到的色散关系曲线 (b)  $d_1 = 100\text{mm}$ ,  $d_2 = 31\text{mm}$  时色散曲线与单元结构局域共振带隙的关系

条非正常的频率-波矢曲线.与图 5(a)出现的情况相同,这些非正常频率-波矢曲线的产生正是由于局域共振机制和布拉格散射机制共同作用的结果,在原有的通带中有规律地加入了阻带,使原有的能带关系发生变化,这些异常的频率-波矢曲线相互之间也存在一一对应关系.

同样,从图 5(b)中还可以发现,产生异常色散的通带的能级也高于局域共振产生的阻带的能级,与  $d_1 = 48.2\text{mm}$ ,  $d_2 = 15\text{mm}$  时产生的情况一致.

## 5. 结 论

在由 SMA 同轴接头组成的准一维光子晶体中存在分别由局域共振机制和布拉格散射机制产生的

光子禁带,其中由局域共振机制引起的光子禁带的频率呈奇数倍关系.

在局域共振腔引起的禁带两侧,存在由于晶格结构的周期性排列而产生的光子禁带,这些禁带的产生与单元结构的周期排列有关,光子带隙的中心频率取决于单元结构的参数.

利用传输矩阵和布洛赫周期性边界条件进行理论分析,结果表明:准一维光子晶体中存在光子带隙,出现有规则的通带和阻带,与实验测试结果能很好吻合;由于单元结构的周期性排列,在局域共振机制和布拉格散射机制共同作用下,在由局域共振产生的阻带和布拉格散射产生的阻带之间,有规律地出现异常的频率-波矢曲线,这是由于在原有的通带中有规则地加入了阻带,使能带关系发生变化的结果.

- 
- [ 1 ] Yablonovitch E 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2059
- [ 2 ] Sajeev John S 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 2486
- [ 3 ] Wang H ,Li Y P 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2175 ( in Chinese ) [ 王辉、李永平 2001 物理学报 **50** 2175 ]
- [ 4 ] Du G H ,Liu N H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 1095 ( in Chinese ) [ 杜桂强、刘念华 2004 物理学报 **53** 1095 ]
- [ 5 ] Pradhan R D ,Watson G H 1999 *Phys. Rev. B* **60** 2410
- [ 6 ] Haché A ,Poirier L 2002 *Phys. Rev. E* **65** 036608
- [ 7 ] Haché A ,Poirier L 2002 *Appl. Phys. Lett.* **80** 518
- [ 8 ] Haché A ,Slimani Abderrahim 2004. *Am. J. Phys.* **72** 916
- [ 9 ] Mehmet F Y ,Fan S H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 083901
- [ 10 ] Dobrzynski L , Akjouj A ,Djafari-Rouhani B 2003 *Phys. Rev. E* **67** 057603
- [ 11 ] Collin R E 1966 *Foundations for Microwave Engineering* ( New York : McGraw-Hill )
- [ 12 ] Grbic A ,Eleftheriades G V 2002 *J. Appl. Phys.* **92** 5930
- [ 13 ] Eleftheriades G V , Iger A K ,Kremer P C 2002 *IEEE Trans. Micro. Theo. Tech.* **50** 2702
- [ 14 ] Antoniadis M A ,Eleftheriades G V 2003 *IEEE Ante. Wire. Prop. Lett.* **2** 103
- [ 15 ] Vasseur J O , Deymier P A ,Dobrzynski L 1997 *Phys. Rev. B* **55** 10434
- [ 16 ] Dobrzynski L , Akjouj A ,Djafari-Rouhani B *et al* 1998 *Phys. Rev. B* **57** R9388

# The band structure in microwave frequency for quasi-1-D coaxial photonic crystals<sup>\*</sup>

Tong Yuan-Wei<sup>1)‡)</sup> Zhang Ye-Wen<sup>1)‡)†</sup> He Li<sup>1)</sup> Li Hong-Qiang<sup>1)‡)</sup> Chen Hong<sup>1)‡)</sup>

<sup>1)</sup> *Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China*

<sup>2)</sup> *School of Electronic and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China*

<sup>3)</sup> *University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China*

( Received 4 March 2005 ; revised manuscript received 4 July 2005 )

## Abstract

A quasi-one-dimensional coaxial photonic crystal has been assembled from a series of “tee”, “female” and “male” connectors. With the vector network analyzer the transmission coefficient and the phase information has been measured for different structures. The energy band structure has also been calculated with the method of transmission matrix under Bloch periodicity boundary condition. The experimental results agree well with the calculated results.

**Keywords** : coaxial photonic crystals , coaxial , band gap , transmission matrix

**PACC** : 7870G , 4270Q , 1120F

<sup>\*</sup>Project supported by the State Key Development Program for Basic Research of China ( Grant No. 2001CB610406 ), the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 50477048 , 10474072 ).

<sup>†</sup> Corresponding author : E-mail : yewenzhang@online.sh.cn