

基于小波的雷暴强放电前地面电场的 多重分形分析*

苟学强^{1)†} 张义军¹⁾ 董万胜¹⁾

1) 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所, 兰州 730000

2) 西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070

(2004 年 11 月 11 日收到, 2005 年 6 月 6 日收到修改稿)

根据远离平衡的复杂系统演化的雪崩性和自相似倍增串级性, 强调了多重分形工具的重要, 利用青藏高原中部地区雷暴放电的地面电场仪资料, 基于多重分形谱的小波估计方法, 对强放电前雷电活动的多重分形特征进行了分析, 发现多重分形谱可用推广的多重分形二项倍增串级模式描述, 强放电前放电过程具有强烈的奇异性和明显的多重分形性, 谱宽度 $\Delta\alpha > 1.6$, 最小标度指数 $\alpha_{\min} < -0.3$, 随着放电的活跃, $\Delta\alpha$ 表现出明显的增加, 而强的放电则发生在随后 $\Delta\alpha$ 的高值区或下降区, 并对相关的原因进行了讨论.

关键词: 多重分形, 雪崩, 倍增串级, 小波, 闪电放电

PACC: 9260P, 9260N, 0190

1. 引 言

雷电是大气中一种大尺度剧烈放电现象, 并常常引起各种灾害. 根据 Bak^[1] 等的自组织临界理论 (SOC), 由于远离平衡系统的复杂系统的自组织演化性, 闪电这类强烈、瞬态(雪崩性)事件的发生, 与系统演化产生的某种标度行为——分形^[2-4]的出现是不可分的. Somette^[5,6] 认识到雪崩性事件的大尺度和集体性(相变性), 将雪崩性事件的发生与离散标度对称(复数维标度律)相联系, 进一步揭示出雪崩事件演化的自相似倍增串级 (self-similar multiplicative cascade) 性, 这种倍增串级在湍流发生^[7]、股市崩溃^[6]、破裂过程及 DLA 图样生长^[5] 等领域得到比较深入研究和证实, 事实上, 根据 Nottale^[8] 的标度相对论 (scale relativity), 分形、雪崩、串级演化及自组织可能有着更深刻的联系. 倍增串级的存在, 将使过程本质上是间歇的和多重分形的^[9], 而分形及多重分形应是雷电这类雪崩性过程认识的重要工具, 目前雷电研究领域相关的探讨在国内外并不多见, 本文将利用近年来发展的基于小波的多重分形谱估计方法, 试对雷暴强放电前放电

过程的可能串级演化特征进行探讨.

2. 多重分形谱及其小波估计

多重分形概念最早由 Mandelbrot^[10] 在研究湍流时提出, 由于其对复杂过程及动力特征的成功刻画, 已在许多领域广泛应用^[11-13], 并得到发展, 而由 Arneodo 等^[13] 发展的基于小波的方法, 由于可以对包括平稳和非平稳的信号结构及涨落奇异性进行度量, 为多重分形谱的估计提供了有力的工具.

函数 $f(x)$ 在点的 x_0 奇异性由 Hölder 指数 $\alpha(x_0)$ 来刻画, 如果选取小波 ψ 的消失矩 $n > \alpha(x_0)$, 则其小波变换可对此奇异性进行测量, $T_\psi[f](x_0, s) \sim s^{\alpha(x_0)}$, 这里小波变换定义为

$$T_\psi[f](x_0, s) = \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x - x_0}{s} \right) dx \quad (1)$$

其中 s 为伸缩因子, b 为平移参数. 配分函数 $Z(q, s)$ 的计算则基于由 Mallat 和 Hwang^[14] 引入的小波变换模极大方法

$$Z(q, s) = \sum_{\Omega(s)} |T_\psi[f](\omega_i(s))|^q \sim s^{\alpha(q)}, \quad (2)$$

其中 $\Omega(s) = \{\omega_i(s)\}$, 为尺度 s 下所有极大点集

* 国家自然科学基金(批准号: 40375004)资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: gouxueqiang@nwnu.edu.cn

合, $\tau(q)$ 为质量指数谱, q 为求和权重. 为消除配分函数计算中 $q < 0$ 时的发散, Arneodo^[13] 等采用上确界技术, 更有效的做法, 是 Struzik^[15] 提出的利用斜度小波 (slope wavelet) 对极大模线处 Hölder 指数限制范围, 这样 (2) 式中的 $\Omega(s)$ 修改为在对 Hölder 指数限制条件下, 尺度 s 下所有极大点的集合. 利用 Legendre 变换

$$\begin{cases} \alpha(q) = \frac{d\tau(q)}{dq}, \\ f(\alpha) = q\alpha(q) - \tau(q), \end{cases} \quad (3)$$

可求出 α 及 $f(\alpha)$, 即为多重分形谱.

3. 计算结果及分析

本文选取青藏高原中部那曲地区 2003 年夏季 3 次雷暴过程放电活跃阶段的地面电场观测资料进行分析, 地面电场由倒置式地面大气平均电场仪观测得到^[16], 电场仪采样率为 10Hz/s, 具体分析时段选取在强放电发生前十分钟以内.

计算中小波选为高斯函数的四阶导数, 考虑到有较好的谱的特征, 无标度区统一取为 $[8 \quad N/5]$,

其中 N 为信号长度, q 取为 $[-5 \quad 5]$, 对质量指数谱, 利用公式

$$\tau(q) = -\frac{\ln(a^q + b^q)}{\ln 2} \quad (4)$$

进行了最小二乘拟合, 该公式可认为是广泛应用的二项倍增串级多重分形模式的推广^[17, 18], 由 (4) 式结合 (3) 式得

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{1}{\ln 2} \frac{a^q \ln a + b^q \ln b}{a^q + b^q}, \\ f(\alpha) = -\frac{q}{\ln 2} \frac{a^q \ln a + b^q \ln b}{a^q + b^q} - \frac{-\ln(a^q + b^q)}{\ln 2}, \end{cases} \quad (5)$$

由 (5) 式, $\alpha(-\infty) = -\frac{\ln a}{\ln 2}$ 对应最弱的奇异性 α_{\max} ,

$\alpha(+\infty) = -\frac{\ln b}{\ln 2}$ 对应最强的奇异性 α_{\min} , 谱的宽度

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} = \frac{\ln(b/a)}{\ln 2}.$$

图 1 为 2003 年 8 月 13 日 19 时发生的一次雷暴过程中电场的多重分析分析结果, 其中图 1(a) 为约 500 s 的电场纪录, 其中包含的明显电场突变由云中闪电放电脉冲产生, 脉冲大小对应放电的强弱, 它和

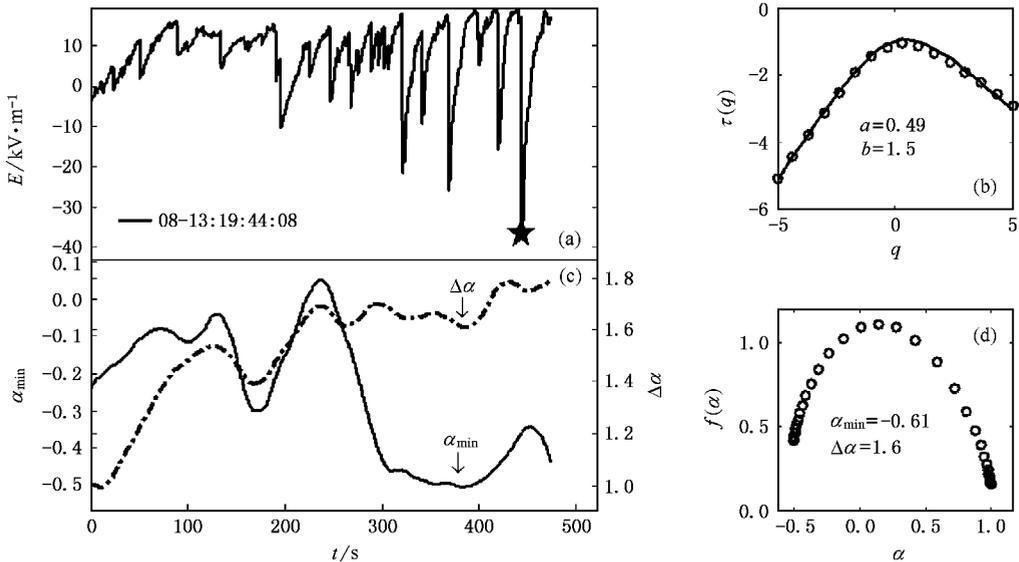


图 1 2003 年 8 月 13 日 19 时一次雷暴过程中电场的多重分形分析 (a) 电场 (b) 质量指数谱 (圆圈) 及其拟合 (实线) (c) α_{\min} 及 $\Delta\alpha$ 的时间变化 (d) 多重分形谱

一次放电过程破坏的电矩有关, 最强的闪击发生时刻用五星 (★) 标出, 可以看到, 放电脉冲总体上存在由小到大的变化, 由于在考虑的时段内雷暴与测站距离的影响可以忽略不计, 这种变化可能主要反映了雷暴中某种趋势的存在. 图 1(b) 为算得的质量指

数谱 (圆圈) 及其拟合 (实线), 图中标出了拟合参数 a, b 的数值, 可以看到拟合是比较准确的, 图 1(d) 为相应的多重分形谱, 其中 $\alpha_{\min}, \Delta\alpha$ 根据参数 a, b 计算得出, 注意到这里 $b = 1.5 > 1$, 从而 $\alpha_{\min} = -0.61 < 0$, 反映出放电的强烈的奇异性, 多重

分形的谱宽度 $\Delta\alpha = 1.6$, 应该说谱是很宽的, 由于宽的谱意味着更大的复杂性, 这些在一定程度上说明了过程可能的串级演化性。

为进一步探讨放电过程的演化性, 计算了参数 α_{\min} , $\Delta\alpha$ 的时间变化, 具体计算过程是, 从左侧开始, 取 1024 个点的窗口, 计算谱参数, 作为相应区间右端点的谱参数, 然后把窗口右移 5 个点, 重复刚才

的过程, 图 1(c) 为 α_{\min} , $\Delta\alpha$ 的时间变化(已经过小波平滑), 其中点划线为 $\Delta\alpha$ 的时间变化, 可以看出, 随着放电的增强 $\Delta\alpha$ 基本上呈现上升的趋势, 强的放电基本上发生在上升后的高值区, 而随着强闪击的发生, α_{\min} 呈现明显的下降。

图 2、图 3 分别为 7 月 10 日 13 时及 8 月 11 日 17 时雷暴过程的电场分析, 其中各部分的意义与图

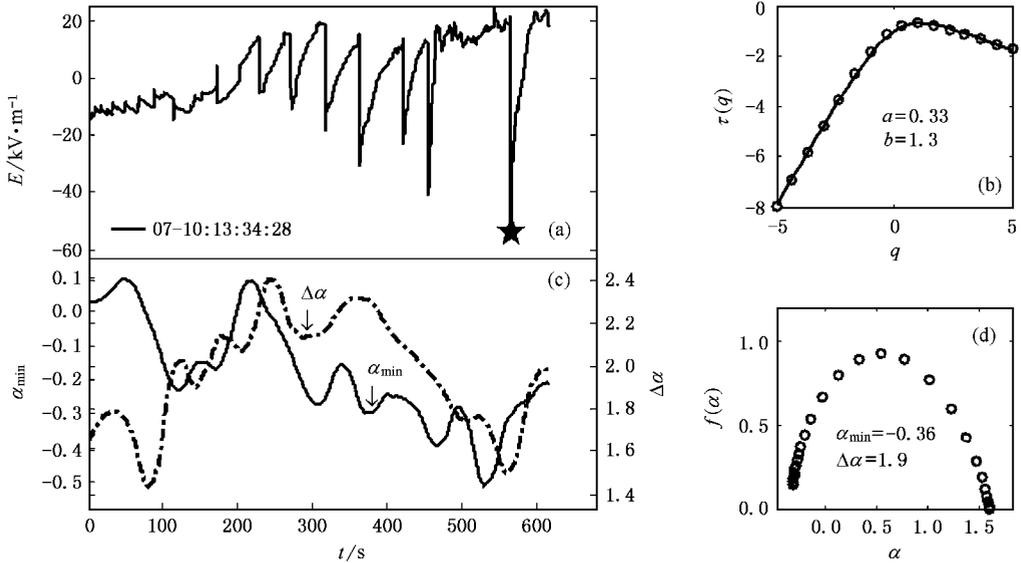


图 2 2003 年 7 月 10 日 13 时一次雷暴过程的多重分形分析 (a) 电场 (b) 质量指数谱(圆圈)及其拟合(实线), (c) α_{\min} 及 $\Delta\alpha$ 的时间变化 (d) 质量分形谱

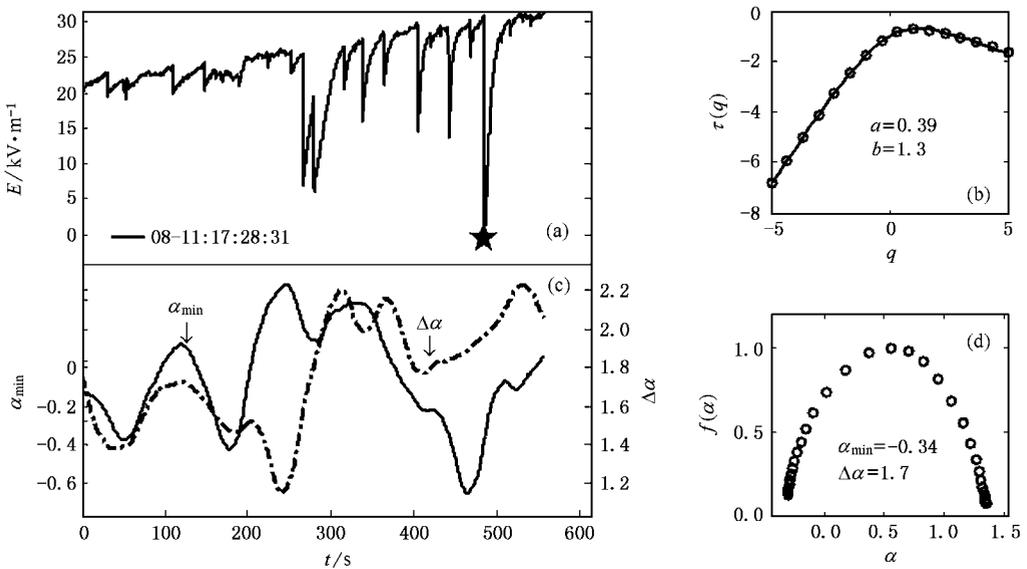


图 3 2003 年 8 月 11 日 17 时雷暴过程的多重分形分析 说明同图 1

1 相同, 可以看到结果与图 1 是类似的, 比如都具有

强烈的奇异性 (α_{\min} 分别为 -0.36 和 -0.34), 都具有

宽的谱($\Delta\alpha$ 分别为 1.9 和 1.7),并且随着强放电的增加,都出现谱宽度的增加,而在强放电阶段,奇异性都出现了明显的增强,这些共同点进一步说明了强闪发生的演化特征,但也表现出一些明显的不同,如 7 月 10 日的过程中,随着放电进入活跃,谱宽度 $\Delta\alpha$ 出现大幅度的下降,强的放电就发生在 $\Delta\alpha$ 的下降后的低值处,注意到 $\Delta\alpha$ 的下降阶段,云内过程并不平静,而是呈现活跃的小电场变化,8 月 11 日过程的强闪击前 $\Delta\alpha$ 也表现出类似的下降.

由于目前对云内起放电过程并不清楚,对雷暴放电演化机制的比较具体的讨论是困难的,这里试从放电产生的角度进行比较初步的解释.雷暴放电的发生是以雷暴中电荷的大量产生和充分分离为前提的,众所周知,雷暴主负电荷区总位于 -10°C 左右等温线附近,可以认为电荷也产生于这一区域,但电荷产生和分离似乎并不同步^[19],电荷的充分分离还应该有更强的气流活动,可以设想,开始时分离较弱,电荷局限于较小的区域,根据闪电始发的逃逸击穿机制(runaway initiation mechanism^[20]),局地强电场使小放电容易发生,随着起电的加强,放电的规模将越来越大,从而奇异性增强,复杂性增加,这与自组织的沙堆模型是类似的,但强闪的出现需要大范围

较强的背景电场,当放电活跃时,不仅电荷的分离,而且放电的触发,可能在一定程度上受对流气流控制,强闪前谱宽度的明显下降及相应的活跃的小电场变化可能与这种活跃的对流为主的动力机制有关.

4. 结 论

本文基于雷暴放电的雪崩性及可能串级演化性,对雷暴电活动的多重分形特征进行了分析,发现强闪前,雷暴放电过程具有明显的多重分形特征(谱宽度大于 1.6),放电具有强烈的奇异性(最小奇异指数 $\alpha_{\min} < -0.3$),多重分形谱可用推广的多重分形二项倍增串级模式比较精确地描述,计算了谱宽度和奇异性指数的时间变化,发现随着放电的活跃,放电奇异性增强,复杂性增加,而强的闪击一般发生在随后的谱宽度高值或下降区,并对相应的动力特征进行了讨论,所得结论对增进雷暴放电的特征认识及对进一步的研究都具有一定的意义,由于雷暴放电的复杂性及信号的分辨率不够等原因,讨论是初步的,但本文的初步的研究结果表明,分形及多重分形方法在闪电放电这类雪崩性事件的研究中将具有重要的前景.

- [1] Bak P 1996 *How Nature Works : The Science of Self-Organized Criticality* (New York : Copernicus) p212
- [2] Turcotte D L , Malamud B D 2004 *Physica A* **340** 580
- [3] Mandelbrot B B 1982 *The Fractal Geometry of Nature* (San Francisco : Freeman) chapt. 2
- [4] Deng Y , Shi W K , Liu Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 759 (in Chinese) [邓 勇、施文康、刘 棋 2002 物理学报 **51** 759]
- [5] Sornette D 1998 *Physics Reports* **297** 239
- [6] Sornette D 2003 *Physics Reports* **378** 1
- [7] Zhou W X , Sornette D 2002 *Physica D* **165** 94
- [8] Nottale L 1996 *Chaos Solitons Fractals* **7** 877
- [9] Davis A , Marshak A , Wiscombe W , Cahalan R 1994 *J Geophys Res* **99**(D4) 8055
- [10] Mandelbrot B B 1974 *J Fluid Mech* **62** 331
- [11] Song X , Xiong G , Fu Z X *et al* 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 854 (in Chinese) [孙 霞、熊 刚、傅竹西等 2000 物理学报 **49** 854]
- [12] Wang X P , Zhou X , He J , Liao L S , Wu Z Q 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1911 (in Chinese) [王晓平、周 翔、何 钧、廖良生、吴自勤 1999 物理学报 **48** 1911]
- [13] Arneodo A , Bacry E , Muzy J F 1995 *Physica A* **213** 232
- [14] Mallat S , Hwang W L 1992 *IEEE Trans On Information Theory* **38** 617
- [15] Struzik Z R , Siebes A P 2002 *Physica A* **309** 388
- [16] Xiao Z H , Hui S D , Xiao Q F , Zhang X Y 1994 *Plateau Meteorology* **13** 106 (in Chinese) [肖正华、惠世德、肖庆复、张晓燕 1994 高原气象 **13** 106]
- [17] Kantelhardt J W , Stephan A Z , Koscielny B E , Havlind S , Bunde A , Stanley H E 2002 *Physica A* **316** 87
- [18] Kantelhardt J W , Rybski D , Zschiegner S A *et al* 2003 *Physica A* **330** 240
- [19] Nguyen M D , Michnowsky S 1996 *J Geo. Res.* **101** 26669
- [20] Marshall T C , McCarthy M P and Rust W D 1995 *J Geop. Res.* **100** 7097

Wavelet-based multifractal analysis of ground electric field before occurrence of strong discharge in thunderstorm *

Gou Xue-Qiang^{1)2)†} Zhang Yi-Jun¹⁾ Dong Wan-Sheng¹⁾

1) *Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*

2) *College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*

(Received 11 November 2004 ; revised manuscript received 6 June 2005)

Abstract

It is considered that complex systems far from equilibrium are evolved in avalanche and self similar multiplicative cascade way, and have characteristics of multifractality. By using the ground electric field data obtained in the middle of Qinghai-Xizang plateau region, multifractal behavior of lightning discharges in thunderstorm is investigated with wavelet-based multifractal method. It is found that strong singularity and multifractality are involved in the strong lightning discharges, the minimum exponent α_{\min} is less than -0.3 , and the width of spectrum $\Delta\alpha$ is greater than 1.6 , and the scaling behavior is consistent with the modified version of the binomial multiplicative cascade multifractal model. It is also shown that $\Delta\alpha$ increases with the enhancing of the discharge activity, and strong lightning happens in regions where $\Delta\alpha$ is high or is decreasing, the related reason is discussed.

Keywords : multifractal, avalanche, multiplicative cascade, wavelet, lightning discharge

PACC : 9260P, 9260N, 0190

* Project supported by the Major Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No.40375004).

† Corresponding author. E-mail : gouxueqiang@nwnu.edu.cn