

# 混合退火粒子滤波器<sup>\*</sup>

杜正聪<sup>1)†</sup> 唐 斌<sup>1)</sup> 李 可<sup>1)</sup>

1) 电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

2) 攀枝学院 攀枝花 617000)

(2005 年 5 月 11 日收到, 2005 年 7 月 26 日收到修改稿)

针对非线性、非高斯系统状态的在线估计问题, 提出一种新的基于序贯重要性抽样的粒子滤波算法. 在滤波算法中, 用状态参数分解和退火系数来产生重要性概率密度函数, 此概率密度函数综合考虑了转移先验、似然、噪声的统计特性以及最新的观察数据, 因此更接近于系统状态的后验概率. 理论分析与仿真实验表明该粒子滤波器的性能明显优于标准的粒子滤波器和扩展卡尔曼滤波器.

关键词: 非线性, 非高斯, 粒子滤波, 序贯重要性抽样

PACC: 0250, 0260, 0547, 0290

## 1. 引 言

非线性、非高斯随机系统的状态估计在现代信号处理、目标跟踪、模式识别、机器学习、通信信号处理及自动控制等领域有着广泛的应用. 针对非线性、非高斯系统的状态估计和数值模拟问题, 各个领域的学者对此有着深入的研究<sup>[1-4]</sup>. 在处理非线性滤波问题中最经典并得到广泛应用的方法是扩展卡尔曼滤波算法(EKF)<sup>[5]</sup>. 但在非线性、非高斯条件下, 这种基于模型线性化和高斯假设的滤波方法在估计系统状态及其方差时误差较大且可能发散.

为了克服这些方法的缺点, 人们一直在寻求好的解决办法, 最近提出了一种新的滤波方法, 即粒子滤波器<sup>[6]</sup>. 粒子滤波(又称为序贯蒙特卡罗方法)的一个突出优点在于其能通过蒙特卡罗抽样与贝叶斯推理的组合以适当的运算量实现在线估计, 目前已被广泛用于非线性、非高斯环境下的参数估计和状态估计. 其基本思想是通过直接抽样自状态空间的称之为粒子的一系列独立随机变量来表示后验概率, 并用相关新的观测数据来更新后验概率. 通常对于一般的非线性系统, 往往很难得到后验概率的封闭解析式, 直接从后验概率分布抽取样本就显得更加困难<sup>[7, 8]</sup>. 因此, 如何得到服从后验概率分布的

样本是粒子滤波方法的关键, 通常的抽样方法是通过选取建议分布(即重要性分布)来得到后验概率分布的带权子样(即重要性抽样方法). 建议分布选择的优劣直接决定着粒子滤波的性能.

选择一个好的建议分布的准则通常包括建议分布的定义域应覆盖所有的后验分布, 即建议函数应具有较宽的分布, 为了说明分离部分, 建议分布应该有一个长的拖尾, 适当的线性复杂度, 易于抽样实现. 综合考虑转移先验、似然, 以及最近的观察数据, 使方差最小, 且形状上接近于真实后验.

然而实现上述任意一条准则都不容易, 因为后验的真实形状并不知道. 本文在归纳总结建议分布的一般选择原则的基础上, 综合考虑转移先验、似然、最新观测数据以及噪声统计特性来设计建议分布, 提出了一种新的粒子滤波器, 我们称之为混合退火粒子滤波器. 理论分析和实验结果都表明混合退火粒子滤波器在状态能进行分解的条件下其估计性能要优于现有的粒子滤波器.

## 2. 问题描述与粒子滤波

### 2.1. 问题描述

用某种适当的模型来描述一个实际的物理系

<sup>\*</sup> 国家高技术研究发展计划(863 计划)批准号 2002AA123032 资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: dluzc@163.com

统, 对分析、研究该物理系统至关重要. 通常的非线性、非高斯随机系统可描述为一动态状态空间模型 (DSSM)

$$\begin{aligned} x_n &= f(x_{n-1}, d_n), \\ y_n &= h(x_n, v_n), \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $x_n \in R^{n_x}$  为系统在  $n$  时刻的状态,  $y_n \in R^{n_y}$  为系统状态  $x_n$  的观测值;  $d_n, v_n$  分别为过程和测量噪声, 其协方差矩阵分别为  $\Sigma_d$  与  $\Sigma_v$ ;  $f: R^{n_x} \rightarrow R^{n_x}$ ,  $h: R^{n_x} \rightarrow R^{n_y}$  为有界非线性映射.

贝叶斯估计的目的是在观测数据序列的基础上递归地估计出系统状态的后验概率分布  $p(x_{0:n} | y_{1:n})$  特别是其边缘概率分布  $p(x_n | y_{1:n})$  (又称为滤波概率分布). 其中  $x_{0:n} := \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ ,  $y_{1:n} := \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ . 基于滤波概率分布, 可以对系统状态进行最优估计, 如最大后验概率估计、后验均值估计等.

## 2.2. 粒子滤波

粒子滤波是贝叶斯估计基于抽样理论的一种近似算法, 它将蒙特卡罗和贝叶斯理论结合在一起. 其基本思想是在状态空间中寻找一组随机样本来对条件后验概率密度  $p(x_n | y_{1:n})$  进行近似, 以样本均值代替  $E[g(x_n) | y_{1:n}]$ , 从而获得状态的最小方差估计. 其实现的关键在于寻找服从  $p(x_n | y_{1:n})$  分布的随机样本, 这些样本常被形象地称为粒子. 从某种意义上讲, 粒子滤波是一种采用随机自适应网格法对贝叶斯估计的近似.

假设从条件后验概率密度  $p(x_n | y_{1:n})$  中独立地随机抽样得到粒子  $\{x_n^{(i)}\}_{i=1}^N$ , 则有

$$p(x_n | y_{1:n}) \approx \frac{1}{N} \sum \delta_{x_n}^{(i)}(x_n), \quad (2)$$

其中  $\delta_x(\cdot)$  为点  $x$  处的狄拉克函数, 则  $g(x_n)$  的条件期望

$$E[g(x_n) | y_{1:n}] = \int g(x_n) p(x_n | y_{1:n}) dx_n \quad (3)$$

可用如下形式逼近表示:

$$\bar{g}(x_n) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x_n^{(i)}). \quad (4)$$

由于粒子  $\{x_n^{(i)}\}_{i=1}^N$  间相互独立, 根据大数定律, 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\bar{g}(x_n)$  以概率 1 收敛到  $E[g(x_n) | y_{1:n}]$ . 直接从  $p(x_n | y_{1:n})$  产生粒子往往是比较困难, 引入重要性密度函数  $q(x_n | y_{1:n})$ , 于是 (3) 式可写为

$$E[g(x_n) | y_{1:n}] = \int g(x_n) \frac{p(x_n | y_{1:n}) p(x_n)}{p(x_n | y_{1:n}) q(x_n | y_{1:n})} \times q(x_n | y_{1:n}) dx_n. \quad (5)$$

记  $w(x_n) = \frac{p(x_n | y_{1:n}) p(x_n)}{q(x_n | y_{1:n})}$ , 即重要性权函数.

而且

$$p(x_n | y_{1:n}) = \int w(x_n) q(x_n | y_{1:n}) dx_n, \quad (6)$$

于是有

$$E[g(x_n) | y_{1:n}] = \frac{\int [g(x_n) w(x_n)] q(x_n | y_{1:n}) dx_n}{\int w(x_n) q(x_n | y_{1:n}) dx_n}. \quad (7)$$

当从  $q(x_n | y_{1:n})$  抽样得到  $N$  个独立同分布的粒子  $\{x_n^{(i)}\}_{i=1}^N$ , (4) 式可写为

$$\begin{aligned} \bar{g}(x_n) &= \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g(x_n^{(i)}) w(x_n^{(i)})}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w(x_n^{(i)})} \\ &= \sum_{i=1}^N g(x_n^{(i)}) \tilde{w}(x_n^{(i)}), \end{aligned} \quad (8)$$

其中  $\tilde{w}(x_n^{(i)})$  为归一化权值.

## 3. 混合退火粒子滤波器

鉴于直接从滤波概率分布抽取样本的困难性以及满足在线估计的要求, 基于重要性抽样的粒子滤波算法得到了广泛应用. 这种滤波算法避开了直接从滤波分布抽样的困难性, 而采用易抽样的重要性密度函数来得到一组带权子样, 并以此来近似滤波分布.

重要性密度函数的选择是基于重要性抽样的粒子滤波器的关键技术之一. 理论上讲, 选择建议分布  $q(x_n | x_{0:n-1}^{(i)}, y_{0:n}) = p(x_n | x_{n-1}^{(i)}, y_n)$  可最小化重要性权值  $w_n^{(i)}$  在条件  $x_{0:n-1}^{(i)}$  和  $y_{0:n}$  下的方差<sup>[9]</sup>, 其重要性权值可递归计算为  $w_n^{(i)} = w_{n-1}^{(i)} p(y_n | x_{n-1}^{(i)})$ . 但这种最优建议分布需要从  $p(x_n | x_{n-1}^{(i)}, y_n)$  进行抽样并估算积分

$$p(y_n | x_{n-1}^{(i)}) = \int p(y_n | x_n) p(x_n | x_{n-1}^{(i)}) dx_n,$$

然而这两者的实现都非常困难. 事实上, 在实际情况中得到最优重要性密度函数的困难程度几乎等同于直接从目标概率分布抽取样本的困难程度, 因此很少采用. 但从最优重要性密度函数的表示式来

看,产生下一个预测样本依赖于已有样本和最新观测数据,这对设计重要性密度函数有一定的指导作用.在实际应用中,通常选取重要性密度函数为系统状态变量的转移概率密度  $p(x_n | x_{n-1})$  (即标准的粒子滤波器<sup>[9]</sup>),在观测精度不高的场合,此方法能取得较好的效果,但估计精度不高.由于重要性函数没有考虑最新观测到的数据,从重要性函数抽取的

样本与真实的后验分布产生的样本存在较大的偏差.特别是当似然函数位于系统状态转移概率密度函数的尾部或者观测模型具有很高的精度(如图 1(a)(c))时,这种偏差尤为明显.这时,很多样本由于归一化权重很小而成为无效样本.过低的抽样效率,可能导致粒子滤波的失败,然而这种情况在高精度的观测场合又经常遇到.

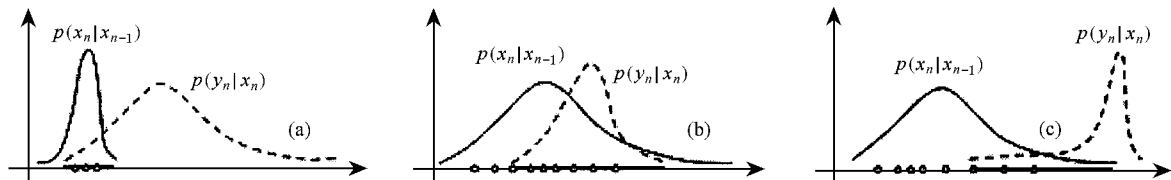


图 1 状态噪声与观测噪声统计特性  $\Sigma_d, \Sigma_v$  间的关系对粒子抽样效率的影响(小圆圈代表粒子) (a)  $\Sigma_d < \Sigma_v$ , 转移先验  $p(x_n | x_{n-1})$  较之于平坦似然  $p(y_n | x_n)$  呈峰态, 它们的重叠区域用粗线表示. (b)  $\Sigma_d \approx \Sigma_v$ , 先验与似然的支持域绝大部分相重叠, 先验建议分布情况较好. (c)  $\Sigma_d > \Sigma_v$ , 似然函数呈峰态, 转移先验作为建议分布的近似效果很差, 从先验抽取的样本不能在重叠区产生充足的粒子

为了既利用最近的观测量又便于抽样实现,最近 Huang 等人提出了一种基于混合建议分布的粒子滤波器<sup>[10]</sup>.其基本思想是将状态变量分解成两部分并分别用转移先验和后验概率密度函数作为建议分布抽取样本.混合建议分布较之于后验建议分布来讲具有计算简单、权值更新容易等优点.另外,由于混合建议分布利用了最新的观察信息,因此其重要性权值较之于先验建议分布具有较小的方差.但由于混合重要性函数用先验分布来产生子状态  $x_{2,n}$  的粒子,因此仍然继承了转移先验作为建议分布所存在的问题.为此,本文通过利用状态噪声和观测噪声统计特性间的关系引入退火因子来克服这一问题.

### 3.1. 混合退火建议分布

若动态状态空间模型中的状态参数可以分解为两个独立部分,即  $x_n = \{x_{1,n}, x_{2,n}\}$ ,且可以很方便地产生服从  $p(x_{2,n} | x_{2,n-1}^{(j)})$  和  $p(x_{1,n} | x_{2,n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, x_{0:n})$  分布的样本.则可以采用以下形式的建议分布:

$$q(x_n | x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) = p(x_{1,n} | x_{2,n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) \times p(x_{2,n} | x_{2,n-1}^{(j)})^\beta, \quad (9)$$

其中  $x_{2,n}^{(j)}$  是抽样自  $p(x_{2,n} | x_{2,n-1}^{(j)})$  的样本.由于状态噪声统计特性  $\Sigma_d$  和观察噪声统计特性  $\Sigma_v$  间的关系决定着转移先验与似然函数之间的关系,因此可据此来设计建议分布以提高粒子滤波器的性能.(9)

式中的  $\beta$  即为一受制于状态噪声统计特性  $\Sigma_d$  和观察噪声统计特性  $\Sigma_v$  间关系的退火因子.这时权值计算式为

$$w_n^{(j)} = w_{n-1}^{(j)} p(y_n | x_{2,n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1}) \times p(x_{2,n}^{(j)} | x_{2,n-1}^{(j)})^\beta. \quad (10)$$

(10)式的详细推导见附录 A.这里  $\alpha = 1 - \beta$  且  $0 \leq \beta \leq 2$ .当  $\beta = 1$  时,上式简化为标准的混合重要性重抽样滤波器;当  $\alpha = 0$  时,等同于把均匀分布作为状态分量  $x_{2,n}$  的建议分布.退火参数  $\alpha$  的选择取决于噪声统计信息:

1) 当  $\Sigma_d < \Sigma_v$  时,先验分布的支撑域大部分位于似然函数的平坦区之外(见图 1(a)).在这种情况下  $0 < \beta < 1$  可使先验函数的形状更为平坦.这等价于人为地增加一些噪声使提取样本的分布范围更广.

2) 当  $\Sigma_d \approx \Sigma_v$  时,先验函数的大部分支撑域与似然函数重叠(见图 1(b)).在这种情况下,用先验作为建议分布能取得较好的滤波性能,于是令  $\beta = 1$ .

3) 当  $\Sigma_d > \Sigma_v$  时,先验函数较之于似然的尖峰来讲是平坦的(见图 1(c)).在这种情况下,令  $1 < \beta < 2$  可使先验函数的形状更为尖锐.这时,由于似然从形状上较之于先验与后验更接近,因此也可以用似然作为建议分布,即所谓的似然粒子滤波<sup>[6]</sup>.其潜在思想不是从状态转移密度提取样本然后从似

然函数得到权值,而是从似然提取样本,然后正比于其状态转移密度分配权值.将似然函数作为建议分布实际上就是将粒子推向高似然区域.

### 3.2. 混合退火粒子滤波器

新的粒子滤波器即混合退火粒子滤波算法步骤如下:

**步骤 1 初始化.**对状态进行分解,根据状态噪声统计特性  $\Sigma_d$  和观察噪声统计特性  $\Sigma_v$  间的关系确定退火因子  $\beta$  的值和建议分布.

**步骤 2 重要性抽样.**分别从两个子状态的建议分布抽取样本并按(10)式计算样本权值,然后计算归一化权值

$$\tilde{w}_n^{(i)} = w_n^{(i)} / \sum_{j=1}^N (w_n^{(j)}). \quad (11)$$

**步骤 3 重抽样.**计算有效样本数

$$N_{\text{eff}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\tilde{w}_n^{(i)})^2}, \quad (12)$$

若  $N_{\text{eff}}$  小于预先设定的门限  $N_{\text{th}}$  值则进行系统重抽样.

**步骤 4 状态的后验均值估计.**在已知滤波概率分布子样的情况下,由(8)式可得系统状态的后验均值估计.

## 4. 算法性能仿真

### 4.1. 问题描述

下面用时变信道中的自适应盲检测问题来验证本文所提粒子滤波算法的性能.描述平坦衰落时变信道中符号检测问题的 DSSM 为

$$h_n = \lambda h_{n-1} + d_n, \quad (13)$$

$$y_n = h_n s_n + v_n,$$

其中  $s_n$  为  $M$  进制的发射符号,测量噪声  $v_n$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的复高斯噪声.瑞利衰落信道  $h_n$  被模拟为一由标准复高斯噪声驱动的一阶时变 AR 模型.由多普勒频移和载波频偏决定的信道衰落系数  $\lambda$  可表示为

$$\lambda = J_0(2\pi f_d T_s) \exp(j2\pi f_o T_s). \quad (14)$$

其中  $J_0(\cdot)$  表示第一类零阶贝塞尔函数,  $f_d$  和  $f_o$  分别表示多普勒频移和载波频偏,  $T_s$  为符号周期.

自适应盲检测的目的就是要在未知  $s_n$ ,  $h_n$  和  $\lambda_n$  的情况下无需借助导频(训练)序列来检测发射信号

$s_n$ . 从动态状态空间模型可看出,  $h_n$  决定于  $\lambda_n$  和  $d_n$ , 在给定  $\sigma_n^2$  和  $s_n$  的条件下(13)式关于  $\lambda_n$  是线性、高斯的.因此,可用混合卡尔曼滤波来边缘化掉  $\lambda_n$ . 定义  $x_n^{(j)} = \{s_n^{(j)}, h_n^{(j)}\}$ , 则可用混合退火建议分布作为粒子滤波求解时变信道中的自适应盲检测问题的建议分布

$$q(x_n | x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) = p(s_n | h_n, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{1:n}) \times p(h_n | h_{n-1}^{(j)}). \quad (15)$$

退火参数  $\beta$  的选择如前所述受制于噪声的统计特性.充分利用  $s_n$  的有限字符特性可简化粒子抽取和权值更新的运算复杂度.在求得  $n$  时刻的粒子和权值之后,基于最小均方差准则(MMSE)的检测结果为

$$\hat{s}_{n\text{MMSE}} = \sum_{j=1}^n s_n^{(j)} w_n^{(j)}. \quad (16)$$

### 4.2. 仿真结果分析

按上述思路,本文对基于混合退火粒子滤波的时变信道自适应盲检测算法进行了仿真,并将其结果与扩展卡尔曼滤波、以转移先验作为建议分布的标准粒子滤波以及已知信道的检测结果进行了比较.对 20000 个码元进行 1000 次蒙特卡罗仿真所得的“BER-SNR”曲线如图 2 所示.仿真条件为信源采用 BPSK 调制,符号速率为 144kb/s,最大多普勒频移为 200Hz,载波频偏为 100Hz,粒子数取 500,过程噪声和测量噪声  $d_n$ ,  $v_n$  分别为零均值及高斯噪声,其方差服从(0.01, 0.5)上的均匀分布.从图 2 可看出本文所提出的混合退火粒子滤波器的检测性能较标准的粒子滤波器和扩展卡尔曼滤波算法都有很大提高,与信道状态完全已知时的检测性能只相差 1dB

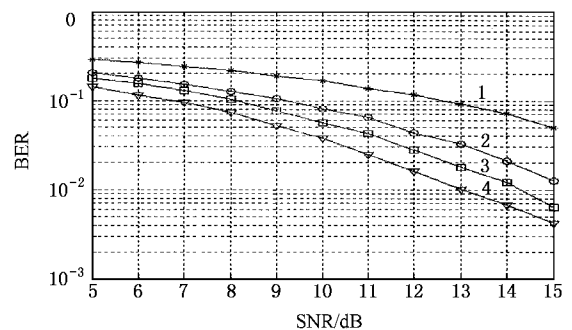


图 2 各种符号检测算法的“BER-SNR”性能曲线(1.用扩展卡尔曼滤波器时的位错误率;2.用标准粒子滤波器时的位错误率;3.用混合退火粒子滤波器时的位错误率;4.已知信道时的位错误率)

左右,随着粒子数目的增加这种差距还可以缩小.

## 5. 结 论

本文提出了一种基于状态分解和退火因子的新的粒子滤波器,由于该粒子滤波器充分利用转移先

验、似然、噪声的统计特性以及最新的观测数据等信息来产生粒子和更新权值,因此能取得更好的滤波效果.仿真结果说明了本文所提算法的有效性,虽然本文所举的是一个线性、高斯的例子,但对于非线性、非高斯的问题本文所提算法仍然有效,因为该算法的推导并未作线性、高斯的假设.

## 附录 A 采用混合退火建议分布时的权值更新公式

$$\begin{aligned}
 w_n^{(j)} &= \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | y_{0:n}) p(x_{0:n}^{(j)})}{q(x_{0:n}^{(j)} | y_{0:n})} \\
 &= \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | x_{0:n-1}^{(j)}) p(x_{0:n}^{(j)})}{q(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) q(x_{0:n-1}^{(j)})} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | x_{0:n-1}^{(j)}) p(x_{0:n}^{(j)})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{0:n-1}^{(j)})} \frac{1}{q(x_n^{(j)} | x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n})} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | y_{0:n}) p(x_{0:n}^{(j)})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{0:n-1}^{(j)})} \frac{1}{q(x_n^{(j)} | x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n})} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | y_{0:n}) p(x_{0:n}^{(j)})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{0:n-1}^{(j)})} \frac{1}{p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= p(x_n^{(j)}) w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_{0:n}^{(j)} | y_{0:n})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= p(x_n^{(j)}) w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_{n-1}^{(j)}) p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_n^{(j)} | x_{n-1}^{(j)}) p(x_{0:n-1}^{(j)})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta p(x_{0:n}^{(j)})} \\
 &= p(x_n^{(j)}) w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_n^{(j)}) p(x_n^{(j)} | x_{n-1}^{(j)}) p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{0:n-1}^{(j)})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta p(x_{0:n}^{(j)})} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_n^{(j)}) p(x_n^{(j)} | x_{n-1}^{(j)}) p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1})}{p(x_{0:n-1}^{(j)} | y_{0:n-1}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_n^{(j)}) p(x_n^{(j)} | x_{n-1}^{(j)})}{p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_{1:n}^{(j)}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{1:n-1}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})}{p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_n^{(j)} | x_{1:n}^{(j)}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{1:n-1}^{(j)}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)}) p(x_n^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1})}{p(x_n^{(j)} | x_{1:n}^{(j)}) p(x_{1:n}^{(j)} | x_{1:n-1}^{(j)}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} \frac{p(x_{1:n}^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1}) p(x_n^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1})}{p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} p(x_n^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^{1-\beta} \\
 &= w_{n-1}^{(j)} p(x_n^{(j)} | x_{2:n}^{(j)}, x_{0:n-1}^{(j)}, y_{0:n-1}) p(x_{2:n}^{(j)} | x_{2:n-1}^{(j)})^\alpha.
 \end{aligned}$$

[1] Dong L F, Cheng J Y 2002 *Chin. Phys.* **11** 419

[2] Bai C L 2001 *Chin. Phys.* **10** 1091

[3] Xie W X, Xu W 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1105 (in Chinese) [谢文贤、徐伟 2005 物理学报 **54** 1105]

[4] Xiao F H, Yan G R 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 396 (in Chinese) [肖方红、闫桂荣 2004 物理学报 **53** 396]

[5] Pachter M, Chandler P R 1993 *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems* **29** 946

[6] Anulampalam S, Maskell S, Gordon N 2002 *IEEE Trans. on Signal Processing* **50** 174

[7] Musso C, Oudjane N, Le Grand F 2001 *Sequential Monte Carlo Method in Practice* (Springer-Verlag)

[8] Doucet A, Gordon N, Krishnamurthy V 2001 *IEEE Trans. on Signal Processing* **49** 613

[9] Doucet A, Freitas J de, Gordon N 2000 *Sequential Monte Carlo Methods in Practice* (Berlin, Germany: Springer-Verlag)

[ 10 ] Huang Y , Djuric P M 2004 *IEEE Signal Processing Letters* **11** 404

## The hybrid annealed particle filter<sup>\*</sup>

Du Zheng-Cong<sup>1,2)</sup> Tang Bin<sup>1)</sup> Li Ke<sup>1)</sup>

<sup>1</sup> *College of Electronic Engineering , University of Electronics Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China )*

<sup>2</sup> *Panzhuhua University , Panzhuhua 617000 ,China )*

( Received 11 May 2005 ; revised manuscript received 26 July 2005 )

### Abstract

In this paper , a new particle filter based on sequential importance sampling( SIS ) is proposed for the on-line estimation of non-Gaussian nonlinear systems. In this filtering method , state parameters separation and an annealing parameter are used to produce importance function. Since the distribution function makes full use of the prior , likelihood , and statistical characteristics of noise and the newest observation data , it is much closer to posterior distributions. Theoretical analysis and simulation show that the performance of proposed particle filter outperforms the standard particle filter and the extended Kalman filter.

**Keywords** : non-linear , non-Gaussian , particle filter , sequential importance sampling

**PACC** : 0250 , 0260 , 0547 , 0290

---

<sup>\*</sup> Project supported by the National High Technology Development Program of China( Grant No.2002AA123032 ).