

# 混沌神经网络的延时反馈控制研究<sup>\*</sup>

何国光<sup>†</sup> 朱 萍 陈宏平 曹志彤

(浙江大学物理学系 杭州 310027)

(2005 年 1 月 21 日收到, 2005 年 8 月 22 日收到修改稿)

针对混沌神经网络, 提出了一种改进的延时反馈控制方法. 利用该方法, 当延时参数  $\tau$  为奇数时, 被控神经网络收敛于记忆模式以及它的反相模式的 2 周期上. 若选取不同的延时参数, 被控网络则收敛于不同的周期态上.

关键词: 控制混沌, 延时反馈控制, 混沌神经网络

PACC: 0545

## 1. 引 言

混沌动力学存在于生物体真实的神经元与神经系统<sup>[1-3]</sup>, 从上世纪末以来混沌神经网络受到了人们极大的关注. 为了揭示混沌动力学在生物体信息处理中所起的作用, 人们用不同的网络模型和研究方法来研究其动力学<sup>[4-11]</sup>. Aihara 等人在乌贼巨大轴突的电生理实验基础上提出了混沌神经元模型, 在此基础上提出了由混沌神经元相互耦合连接而成的混沌神经网络模型<sup>[4]</sup>. 由于其混沌神经元模型具有生物学背景, 受到广泛关注. Adachi 等人对该混沌神经网络的动态联想记忆作了详细研究, 指出动态联想记忆依赖于网络的参数<sup>[11]</sup>.

研究表明, 混沌神经网络具有十分丰富的动力学特性. 网络具有的无限多混沌吸引子, 如用作记忆, 可有无限存储容量. 混沌运动的遍历性, 使网络可从一个混沌吸引子转到另一混沌吸引子上, 该特性如用作组合优化时, 可以找到全局最优解. 混沌对初始条件的敏感性, 使网络对细微差别的二个初始条件, 导致绝然不同的二条轨道, 可以用作信息搜索和模式识别. 因此, 人们期望将混沌神经网络应用于人工智能、信息处理等领域. 然而, 混沌神经网络的混沌运动, 使网络输出不能像传统的神经网络那样收敛于某一状态上, 这使得混沌神经网络应用于信息处理带来技术上的难题. 要使混沌神经网络能走向应用, 混沌运动的收敛问题必须解决, 即要对

混沌神经网络的混沌进行控制. 另外, Freeman 等人研究已经表明, 大脑中混沌与有序状态之间的快速转换, 是大脑完成意识任务的关键, 即大脑神经系统中, 自身存在着混沌控制. 正是大脑自身的混沌控制, 使回忆、思维等意识任务得以完成<sup>[2, 8]</sup>. 因此, 混沌神经网络中的混沌控制的研究, 能更进一步解释、揭示人类记忆回忆等大脑意识活动规律的理论机理.

对于混沌神经网络的混沌控制, 我们先后提出了钉扎控制和相空间压缩控制方法<sup>[12-14]</sup>. 但钉扎控制需要事先指定控制目标, 使得这一方法在信息处理的实际应用中受到限制. 这促使我们寻找不需要事先指定控制目标的控制方法, 延时反馈控制就是其中的一种方法. Pyragas 提出的延时反馈混沌控制方法(DFC)<sup>[15]</sup>在低维的混沌系统中得到了较好的实现. 我们已探索了延时反馈在具有高维时空混沌的混沌神经网络中应用的可能性, 并对其控制动力学作了初步的研究<sup>[16, 17]</sup>. 在文献 [16, 17] 中, 应用延时反馈控制, 被控网络的输出被收敛在一周期状态上, 网络周期运动的轨迹被限制在某一存储模式附近的空间中. 但收敛的周期状态与网络的初始状态之间的关系不是十分明确, 使这一方法应用于信息处理受到限制. 因而, 我们对先前的工作进行改进, 提出改进的延时反馈控制方法(IDFC), 并详细研究该控制方法的控制动力学、收敛的周期状态与网络的初始状态之间的关系, 探讨混沌神经网络在信息搜索与模式识别中的应用, 这就是本文的目的所在.

<sup>\*</sup> 教育部回国人员启动基金(批准号: J2005319)、浙江省教育厅(批准号: 20040159)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: guoghe@mail.hz.zj.cn

## 2. 混沌神经网络模式

文中采用 Aihara 提出的混沌神经网络模型<sup>[4]</sup>. 该网络模型由具有混沌特性的混沌神经元通过耦合连接而成,其网络拓扑结构与 Hopfield 神经网络相同. 但由于混沌神经元具有不应性项,使得该网络的动力学特性比 Hopfield 网络更丰富、更复杂. 网络中的第  $i$  个混沌神经元的动力学可用如下方程描述:

$$x_i(t+1) = f\{\eta_i(t+1) + \zeta_i(t+1)\}, \quad (1)$$

$$\eta_i(t+1) = k_f \eta_i(t) + \sum_j w_{ij} x_j(t), \quad (2)$$

$$\zeta_i(t+1) = k_r \zeta_i(t) - \alpha g\{x_i(t)\} + a_i, \quad (3)$$

其中  $x_i(t+1)$  为神经元在  $t+1$  时间步的输出,  $\eta_i$  和  $\zeta_i$  为神经元的内部状态,分别为神经元的从其他神经元处得到的反馈输入项和神经元自身的不应性项.  $k_f$  为反馈输入衰减系数,  $k_r$  为不应性衰减系数,  $\alpha$  为不应性参数,  $a_i$  为第  $i$  个神经元的阈值.  $f(\cdot)$  为神经元的作用函数,取带陡度参数  $\varepsilon$  的 Sigmoid 函数  $f(y) = 1/(1 + \exp(-y/\varepsilon))$ .  $g(\cdot)$  为不应性函数,取  $g(x) = x$ .  $w_{ij}$  为第  $i$  个神经元与第  $j$  个神经元间的连接权重,由图 1 所示的 4 个存储模式,即学习样本,根据如下所示的外积求和学习法则决定:

$$w_{ij} = \frac{1}{4} \sum_{p=1}^4 (2x_i^p - 1)(2x_j^p - 1), \quad (4)$$

其中  $x_i^p$  为第  $p$  个存储模式的第  $i$  个分量. 由于网络不接受神经元自身的反馈输入,因而  $w_{ii} = 0$ . 对应于文中由 100 个混沌神经元组成的神经网络的存储模式(或输出状态),用  $10 \times 10$  的点阵图形来表示,图 1 中的黑方块“■”表示神经元  $x_i = 1$ ,即神经元为“兴奋”,点“·”表示神经元  $x_i = 0$ ,即神经元为“抑制”.

网络的动力学特性是由网络的参数决定的,当

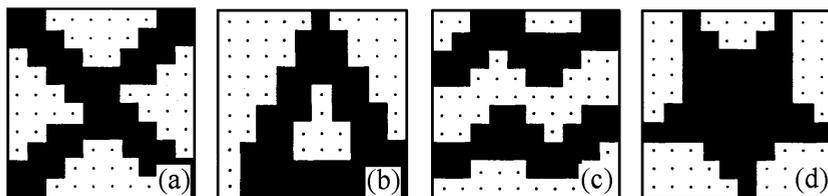


图 1 4 个存储模式 “■”表示神经元输出为 1,点“·”表示神经元输出为 0,  $10 \times 10$  的点阵图形表示 100 个混沌神经元组成的神经网络的输出状态

选取参数  $\alpha = 10.0$ ,  $k_r = 0.95$ ,  $k_f = 0.20$ ,  $a_i = 2.0$  ( $i = 1, 2, \dots, 100$ ) 后,神经网络的最大 Lyapunov 指数为  $0.000280^{[11,13]}$ ,因而,系统是混沌的.

## 3. 延时反馈控制方法

自上世纪 90 年代 Ott 等人提出 OGY 混沌控制方法<sup>[18]</sup>以来,混沌控制研究受到人们极大的关注,先后提出了多种方法,如 Hunt 的偶然比例反馈控制(OPF)<sup>[19]</sup>,Pyragas 的延时反馈控制方法(DFC)<sup>[15]</sup>,以及其他控制方法<sup>[20,21]</sup>等,但这些方法都是针对低维时间序列的混沌系统. Hu 等人提出的钉扎控制方法<sup>[22]</sup>成功地控制耦合映象格子系统的时空混沌,揭开了对时空混沌控制研究的序幕.

混沌神经网络各神经元之间具有空间上的互耦合作用,时间上的非周期运动,且是一个高维系统(如本文为 200 维),其时空混沌特性十分复杂. 对于混沌神经网络中的混沌控制,我们先后提出了钉扎控制和相空间压缩控制方法<sup>[12-14]</sup>. 本文将 Pyragas 提出的 DFC 方法引入混沌神经网络,这是基于如下考虑:DFC 方法不需要事先获取被控网络待稳定轨道附近混沌吸引子的局部动力学特性,也不需要特别指定被稳定轨道,选择控制参数容易. 另一方面,对于生物体真实神经系统,信号在神经元间的传输过程中,亦即神经元轴突的信号在传输过程中,本身存在延时. 因而将延时反馈控制方法引入混沌神经网络,更符合信号在大脑神经网络中传输的过程. 由于混沌神经网络是高维的混沌系统,在低维混沌系统中得以很好实现的 DFC 方法,在混沌神经网络中的混沌控制,效果不理想. 另外,由于混沌神经网络神经元的输出值在 0 和 1 之间,利用 Pyragas 提出的 DFC 方法,即将控制信号直接加到网络的输出端上,这有可能使神经元的输出大于 1 或小于 0,不符合神经元的输出值范围. 因此,需要对 DFC 方法进行改进,使之适合混沌神经网络.

混沌神经网络时空混沌的复杂性主要由混沌神经元间的耦合连接、相互作用引起。因而,控制混沌将充分利用神经元间相互耦合连接这一结构特点。如果在一个神经元上注入控制信号,那么控制作用不仅影响被加控制信号的神经元,而且会通过与之耦合的其他神经元,影响到整个神经网络,混沌控制的作用得以加强,从而实现混沌控制。因此,我们提出 IDFC,改变控制信号的注入点,将控制信号加在神经元的反馈输入项中,代替 Pyragas 的 DFC 方法中直接加到网络的输出端上和我们先前的 DFC 方法中作为一中间项值加入网络中。控制信号与 Pyragas 的 DFC 及我们先前的 DFC 方法一样,由当前网络的输出信号  $x(t)$  与前  $\tau$  时刻网络的输出信号  $x(t - \tau)$  的差分得到。IDFC 方法用以下的方程来描述:

$$x_i(t + 1) = f\{\eta_i(t + 1) + \zeta_i(t + 1)\}, \quad (5)$$

$$\eta_i(t + 1) = k_j \eta_i(t) + \sum_{j=1}^{100} w_{ij} \{x_j(t) + Ku_j(t)\}, \quad (6)$$

$$u_j(t) = x_j(t - \tau) - x_j(t), \quad (7)$$

$$\zeta_i(t + 1) = k_r \zeta_i(t) - \alpha g\{x_i(t)\} + a_i, \quad (8)$$

其中  $u_j(t)$  为控制信号,  $K$  为控制强度,  $\tau$  为延时时间参数。  $K$  和  $\tau$  是决定混沌控制效果的两个重要参数。

### 4. 计算机仿真

按照(5)–(8)式对混沌神经网络进行控制。当控制强度  $K$  为 0 时,即系统没加控制时,系统与网络模型(1)–(3)所描述的是一样的,处于混沌状态。图 2 显示了混沌神经网络在一段时间(500—600 时间步)上的输出与存储模式( b ) (即图 1( b ))间的汉明距离。汉明距离定义为

$$H = \sum |x_i - x_i^p|, \quad (9)$$

对于由 100 个神经元组成的网络,当两模式相同时,汉明距离为最小,其值为 0,当两模式相反时,汉明距离为最大,其值为 100。从图可知,汉明距离一直在改变,即网络的输出不能稳定在某一稳定状态上。

当  $K$  不为零时,即混沌神经网络中被加入控制信号。选取四个存储模式以及与这些存储模式有较小误差的模式,作为网络的初始状态,研究其控制效果。取  $\tau$  为 1 随着控制强度  $K$  的逐渐增大,网络的输出也随之改变,在不同的混沌态和不同的周期态间不停的变化。当  $K$  值增大到一定值时,网络收敛于存储模式和它的反相模式的 2 周期状态上。表 1

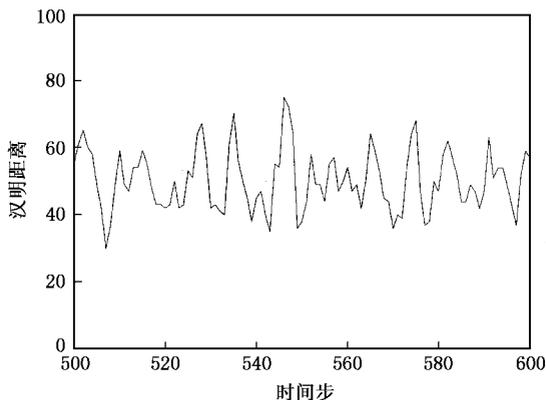


图 2 混沌神经网络的输出与一存储模式之间的汉明距离

给出了当  $K = 30$  时,不同存储模式及其附近的模式作为初始状态时网络的稳定输出状态。

表 1 被控网络在存储模式及其附近存储模式作为初始状态下网络的稳定输出状态

网络的初始状态	被控网络的稳定输出状态

随后,我们选取了距离网络存储模式有较大汉明距离的四个状态作为网络的初始状态,来检验 IDFC 控制方法的有效性。表 2 给出了当网络初始状态与存储模式有较大汉明距离时,被控网络的稳定输出状态。表中的数字是初始状态与存储模式间的

汉明距离. 从表中可以看出,当混沌神经网络在 IDFC 控制下,网络收敛于与初始状态有最小汉明距

离的存储模式和它的反相模式的 2 周期状态上. 为研究网络稳定轨道与延时时间参数  $\tau$  的关

表 2 有较大汉明距离的模式作为网络初始状态时网络的输出

初始状态	初始状态与存储模式间的汉明距离				被控网络的稳定输出(2周期态)	
						
	36	52	40	47		
	46	34	60	51		
	48	56	36	55		
	44	42	50	33		

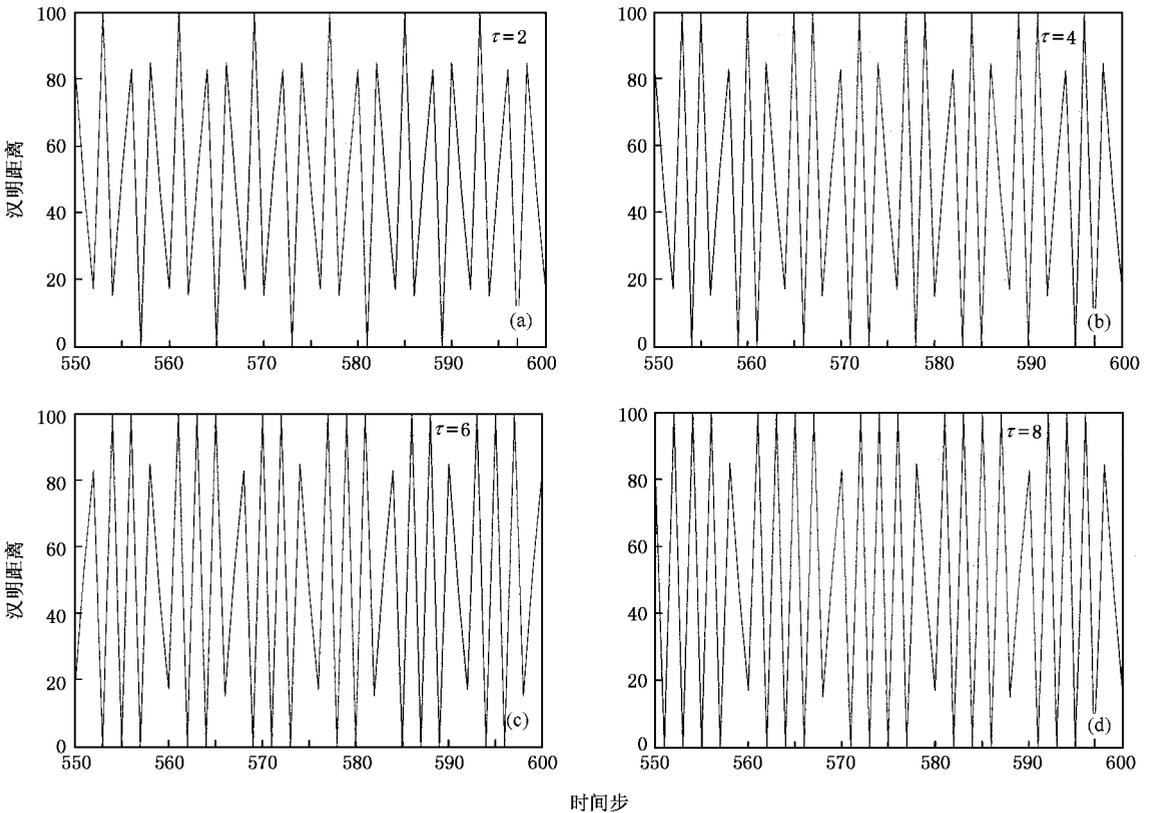


图 3 不同延时参数  $\tau$  下的网络输出存储模式 (b) 间的汉明距离 (a) 为  $\tau = 2$  (b) 为  $\tau = 4$  (c) 为  $\tau = 6$  (d) 为  $\tau = 8$  的延时反馈控制

系 我们选取不同延时时间参数,保持其他条件不变,进行计算机实验.当  $\tau$  为 3,5,7 时,其结果与前面的结果一致,即当延时时间参数  $\tau$  为奇数时,网络收敛于与初始状态相近的存储模式及其反相模式的 2 周期态.我们也发现,当  $\tau$  选取偶数时,即  $\tau$  为

2,4,6,8 时,网络的收敛态发生了变化.图 3 给出了当初始状态为存储模式 (b) 作为初始模式在不同延时参数  $\tau$  下的网络输出和存储模式 (b) 间的汉明距离.从图中可知,被控网络是收敛于“周期态”上.但  $\tau$  不一样,被控网络的收敛周期也不一样.当选

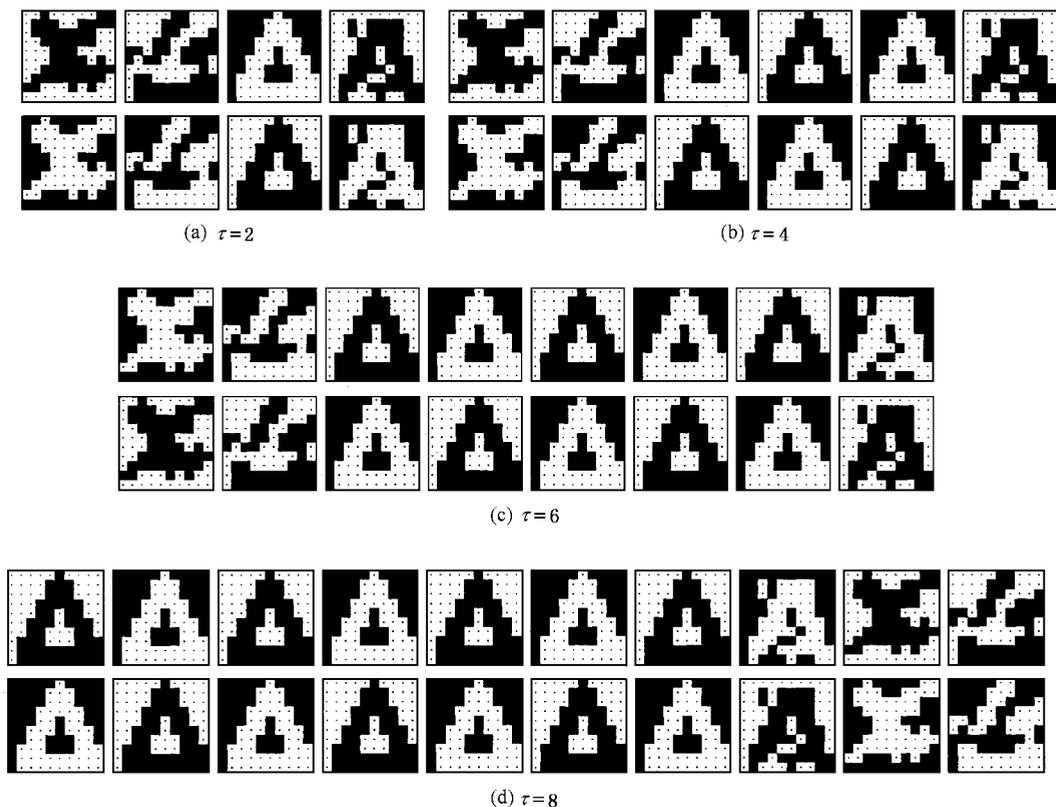


图 4 不同延时参数下被控网络输出的一个周期的状态图 (a)为  $\tau = 2$  (b)为  $\tau = 4$  (c)为  $\tau = 6$  (d)为  $\tau = 8$  时的延时反馈控制的结果

取  $\tau$  为 2, 4, 6, 8 时, 网络相应地收敛于 8, 12, 16, 20 “周期态”上.

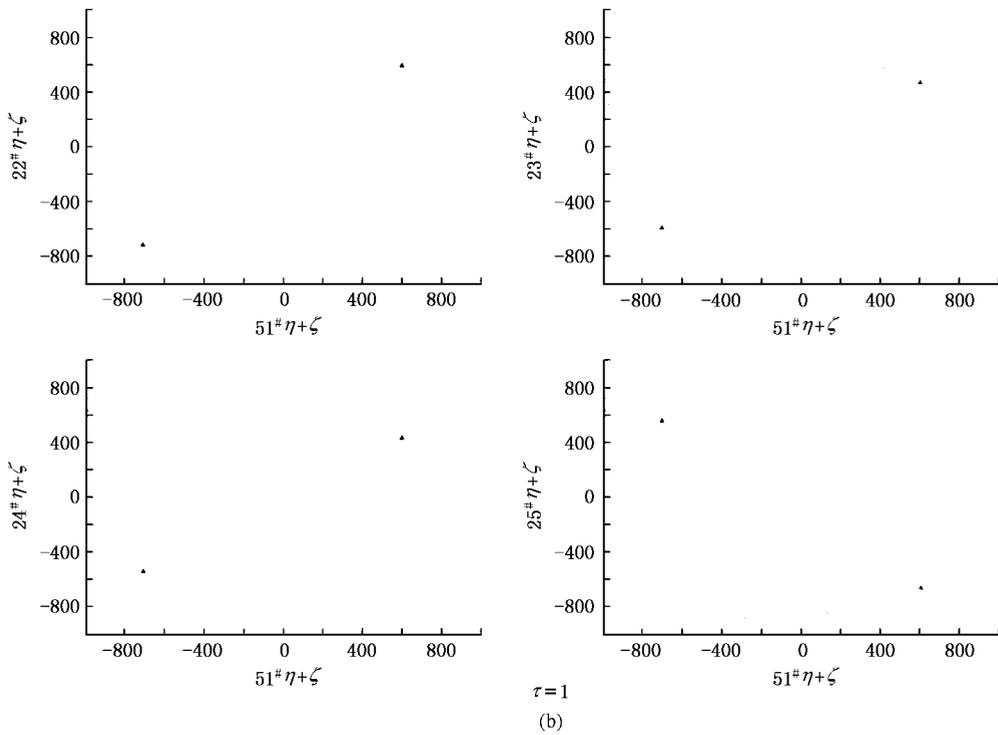
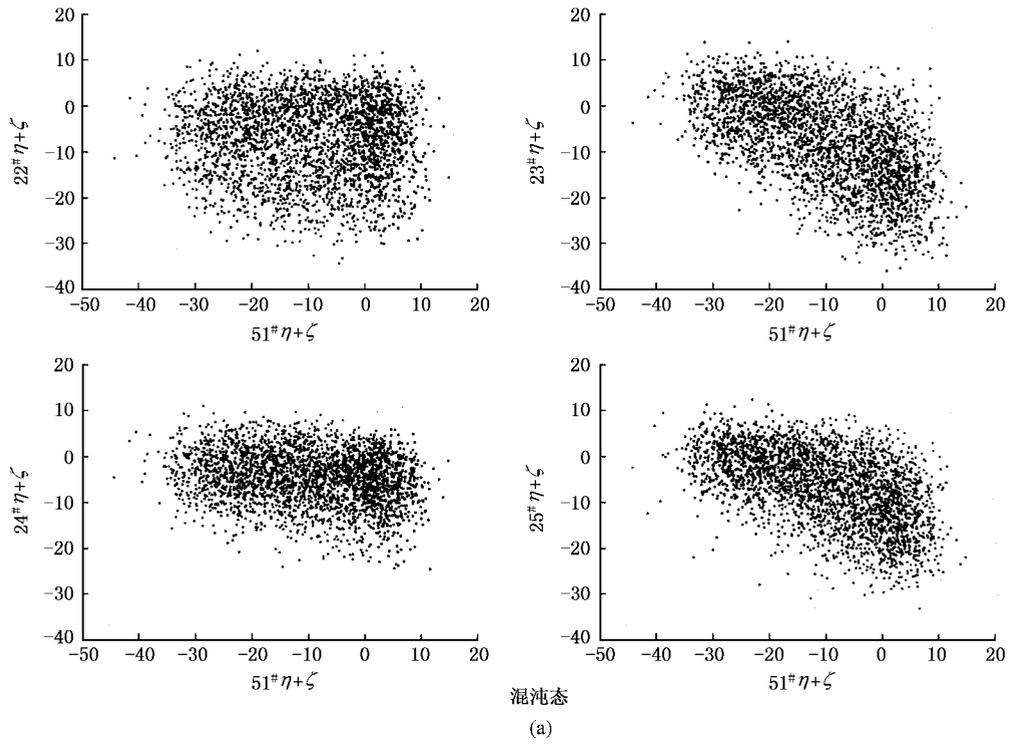
从汉明距离定义可知, 用汉明距离来判定被控网络输出的周期态, 可能会带来误差, 因而我们通过网络的输出状态图来判定网络输出的周期性. 从网络的输出, 我们得到了被控网络周期输出的结果. 图 4 给出了当  $\tau$  分别为 2, 4, 6, 8 时, 被控网络的输出状态在一个周期上的输出状态图. 结合图 3 和 4, 可以得出, 被控网络收敛于周期态. 从图 4 还可以发现, 在不同的周期态中, 网络的输出模式却是相同的 4 个模式和它们的反相模式, 但存储模式及其反相模式在不同周期态的输出序列中出现的概率是不一样的. 随着  $\tau$  的增大, 出现的概率相应增大.

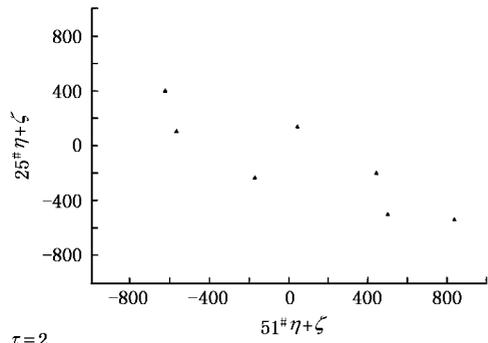
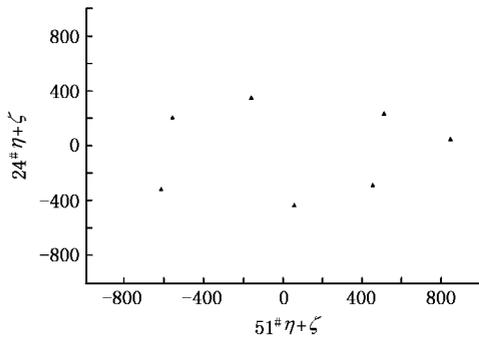
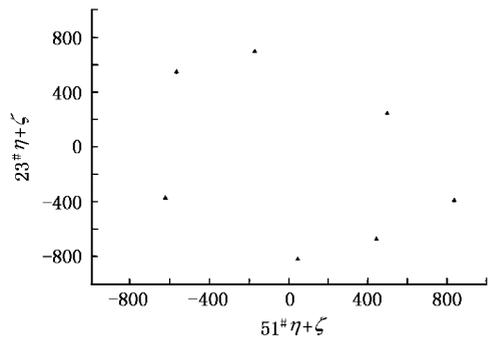
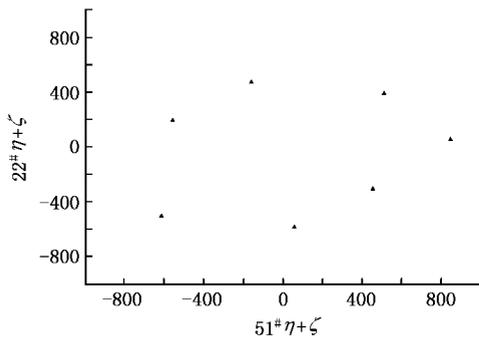
我们通过神经元的内部变量间的相图来检验控制方法的长期稳定性. 为此, 随机选取第 51 号神经元 (作为横坐标) 与第 22—25 号神经元 (作为纵坐标), 研究其在混沌状态下和控制作用下的内部变量 ( $\eta_i(t) + \zeta_i(t)$ ) 间的相图. 图 5 显示了在不同条件下的相图, 其中 (a) 为没有控制, 即混沌态; (b) 为延时时间参数  $\tau = 1$ ; (c) 为  $\tau = 2$ ; (d) 为  $\tau = 5$ ; (e)

为  $\tau = 6$ , 实验持续时间为  $10^5$  时间步. 从图 5 可知, 在加控制和不加控制情况下, 内部状态变量相图是完全不一样的. 当不加控制时, 由于系统混沌, 内部状态变量均匀的分布在一相空间中. 而当系统加控制时, 内部状态变量聚集在几个点上. 当  $\tau$  为 1 和 5 时, 图上仅有 2 个点, 这对应于被控网络收敛于 2 周期的状态, 当  $\tau$  为 2 和 6 时, 图上分别为 8 个和 16 个点, 这与被控网络的 8 周期和 16 周期的状态是一致的. 因而, 文中提出的 IDFC 方法, 是长期稳定的.

## 5. 讨 论

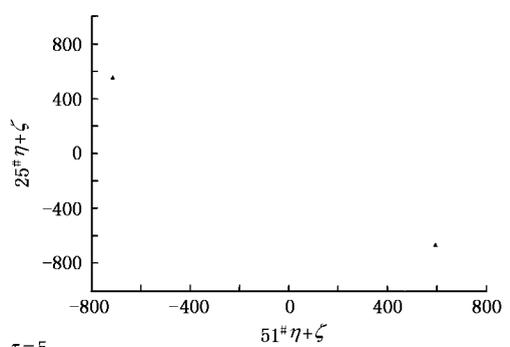
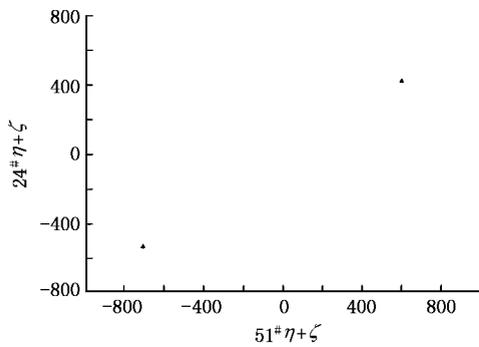
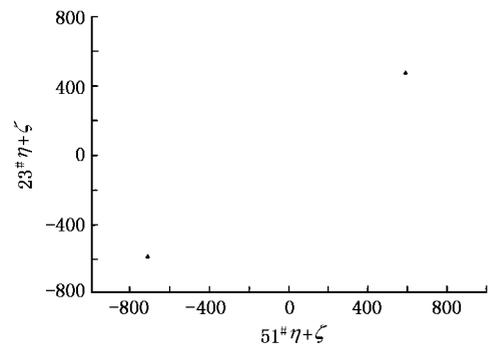
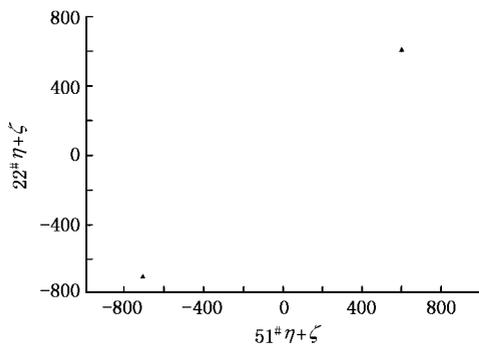
尽管 Aihara 所提出的混沌神经网络模型的拓扑结构与 Hopfield 网络模型是一样的, 但二模型的动力学特性相差很大, 其根本原因是 Aihara 模型中的神经元是本身具有混沌特性, 有一不应性项. 正是由于不应性项的作用, 网络能从任何不动点跳出, 进入另一运动轨道, 使网络的动力学特性变得十分丰富, 从而使网络运动呈现混沌特性. 在 IDFC 中, 我





$\tau = 2$

(c)



$\tau = 5$

(d)

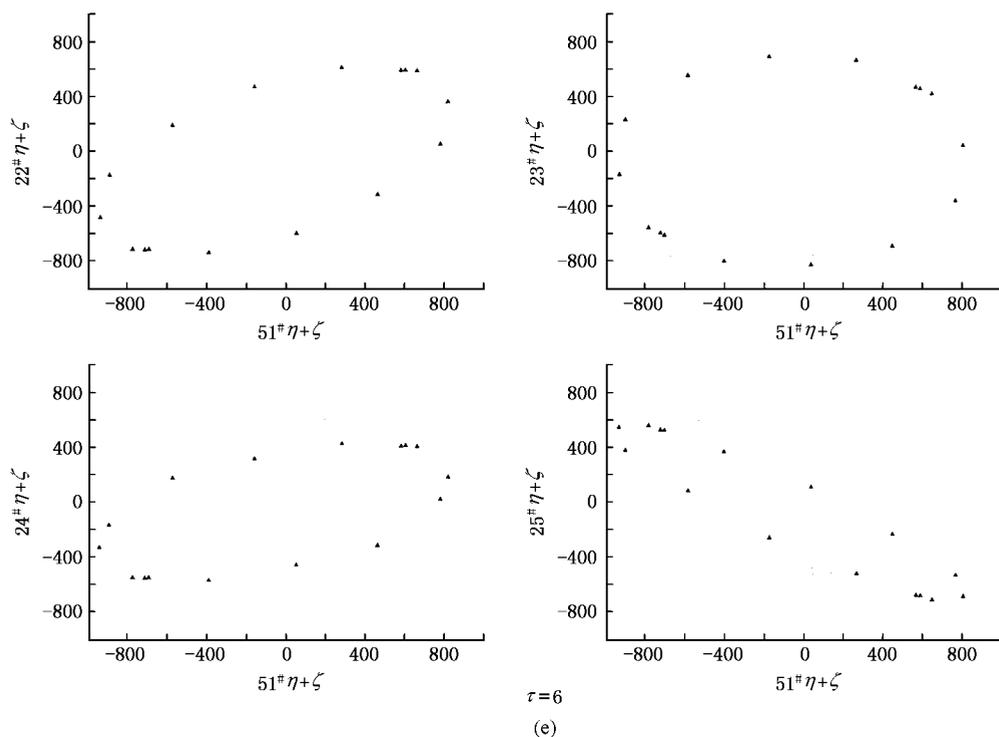


图5 部分网络神经元内部变量( $\eta_i(t) + \zeta_i(t)$ )间的相图 横坐标为第 51 号神经元的内部变量值,纵坐标分别为第 22—25 号神经元的内部变量值,实验持续时间为  $10^5$  时间步。(a)为未加控制(混沌态)(b)为  $\tau = 1$  (c)为  $\tau = 2$  (d)为  $\tau = 5$  (e)为  $\tau = 6$  时的延时反馈控制的结果

们将控制信号加入到网络的反馈输入项中,增大了这项值在神经元中间项中的比例,即降低了不应性项的作用,从而改变网络的动力学特性。另一方面,由于加入的控制信号是网络输出信号间的差分,与系统运动轨道特性有关,从而使被控网络出现周期输出,输出状态与网络的初始状态相关。

从计算机实验结果看,当延时时间  $\tau$  为奇数时,被控网络收敛状态与网络的初始状态有关,即网络收敛在与初始状态有最小汉明距离的存储模式及其反相模式的 2 周期态上。这一性质,符合信息处理的信息搜索、模式识别等要求。因此,利用该控制方法,可以将混沌神经网络应用于信息搜索、模式识别等信息处理。

我们也发现,当延时时间  $\tau$  为偶数时,被控网络将收敛于短周期状态,并且当  $\tau$  增大时周期也相应增大。周期性的输出状态中,仅包含一个存储模式及其反相模式,且该存储模式与网络初始状态有最小的汉明距离。同时,随着  $\tau$  的增大,在输出状态中存储模式出现的概率也相应增大。利用这性质,如对被控网络的输出作诸如统计之类的后期处理,同样也可用于信息搜索、模式识别等。

用 IDFC 方法可以控制混沌神经网络的混沌动力学,但为何当  $\tau$  取奇数与偶数时,其周期态不一样的原因还有待于作进一步研究。

## 6. 结 论

本文提出了适合混沌神经网络混沌控制的改进的延时反馈控制方法。将混沌神经网络的输出,经延时  $\tau$  时间步后,作为控制信号加到被控网络中,由于神经网络中的神经元的完全连接,在一个神经元上加上的控制信号,通过与之相耦合的神经元,将控制作用传播到整个网络,从而改变系统的混沌运动轨道。在我们的控制中,对每个神经元都施加了控制信号,控制作用得以加强,因而控制效果十分明显。神经元的内部状态变量相图的研究表明,本文提出的 IDFC 方法是长期稳定性。

被控网络收敛状态与初始状态有关,也与延时时间参数  $\tau$  有关。当  $\tau$  为奇数时,网络收敛状态与初始状态有最小汉明距离的存储模式与其反相模式的 2 周期态上。当  $\tau$  为偶数时,仅有一个与初始状态有最小汉明距离的存储模式与其反相模式出现在

被控网络的输出周期序列中,并随着  $\tau$  的增大,存储模式与其反相模式出现的概率也相应增大. 因

而,该控制方法可以将混沌神经网络应用于诸如记忆搜索、模式识别等信息处理.

- [ 1 ] Aihara K , Matsumoto G in Holden A V ( Ed. ) 1986 *Chaos* ( Princeton : Princeton University Press ) p257
- [ 2 ] Freeman W J 1987 *Biological Cybernetics* **56** 139
- [ 3 ] Degn H , Holden A V , Olsen L F ( Eds. ) 1987 *Chaos in Biological Systems* ( New York : Plenum )
- [ 4 ] Aihara K , Takebe T , Toyoda M 1990 *Phys. Lett. A* **144** 333
- [ 5 ] Duke D W , Pritchard W S ( Eds. ) 1991 *Measuring chaos in the human brain* ( Singapore : World Scientific )
- [ 6 ] West B J ( Ed. ) 1993 *Patterns , information and chaos in neural systems* ( Singapore : World Scientific )
- [ 7 ] Yao Y , Freeman W J 1990 *Neural Networks* **3** 153
- [ 8 ] Skarda C A , Freeman W J 1987 *Behavioral and Brain Sci.* **10** 161
- [ 9 ] Nara S , Davis P 1997 *Phys. Rev. E* **55** 826
- [ 10 ] Kuroiwa J , Nara S , Aihara K 2001 *Int. J. Bifurcation and chaos* **5** 1447
- [ 11 ] Adachi M , Aihara K 1997 *Neural Networks* **10** 83
- [ 12 ] He G G , Cao Z T 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2103 ( in Chinese ) 何国光、曹志彤 2001 物理学报 **50** 2103 ]
- [ 13 ] He G , Cao Z , Zhu P *et al* 2003 *Neural Networks* **16** 1195
- [ 14 ] He G , Cao Z , Chen H *et al* 2003 *Int. J. Modern Physics B* **17** 4209
- [ 15 ] Pyragas K 1992 *Phys. Lett. A* **170** 421
- [ 16 ] He G , Kuroiwa J , Ogura H *et al* 2004 *IEICE Trans. Fundamentals* **E87-A** 1765
- [ 17 ] He G G , Zhu P , Chen H P *et al* 2006 *J. Zhejiang University ( Science Edition )* **38** 84 ( in Chinese ) 何国光、朱萍、陈宏平等 2006 浙江大学学报(理学版) **38** 84 ]
- [ 18 ] Ott E , Grebogi C , Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [ 19 ] Hunt E R 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 1953
- [ 20 ] Zhang Q , Gao L , Wang C *et al* 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1600 ( in Chinese ) 张强、高琳、王超等 2003 物理学报 **52** 1600 ]
- [ 21 ] Gao T G , Chen Z Q , Yuan Z Z 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3274 ( in Chinese ) 高铁杠、陈增强、袁著祉 2004 物理学报 **53** 3274 ]
- [ 22 ] Hu G , Qu Z 1994 *Phys. Rev. Lett.* **72** 68

## Study on the delayed feedback control of chaos in chaotic neural networks<sup>\*</sup>

He Guo-Guang<sup>†</sup> Zhu Ping Chen Hong-Ping Cao Zhi-Tong  
( Department of Physics , Zhejiang University , Hangzhou , 310027 , China )  
( Received 21 January 2005 ; revised manuscript received 22 August 2005 )

### Abstract

Chaotic neural networks consisting of chaotic neurons exhibit rich dynamic behaviors and are expected to be used in information processing. But the output sequence of chaotic neural networks is chaotic, so the networks do not converge to a stable pattern. In order to apply chaotic neural networks to information search or pattern recognition, etc., it is necessary to control chaos in chaotic neural networks. In this paper, we propose an improved delayed feedback control method for chaotic neural networks. By means of the control method, computer simulation shows that controlled chaotic neural networks can converge to period-2 states between one stored pattern and its reverse pattern or various multiple-period states depending on the delay time.

**Keywords** : controlling chaos , delayed feedback control , chaotic neural networks

**PACC** : 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the Scientific Research Starting Foundation for Returned Overseas Chinese Scholars , Ministry of Education , China ( Grant No. J2005319 ) , the Zhejiang Provincial Education Department , China ( Grant No. 20040159 ).

<sup>†</sup> E-mail : guoghe@mail.hz.zj.cn