脉冲 CO₂ 激光器的多频动力学模型

丁长林¹²⁾ 万重怡¹⁾

1 ↓ 中国科学院电子学研究所 北京 100080)
 2 ↓ 中国科学院研究生院 北京 100049)
 (2005 年 4 月 6 日收到 2005 年 6 月 13 日收到修改稿)

建立了适用于各种气压下(20×133—20×10⁵ Pa)的脉冲 CO₂ 激光器的六温度多频动力学模型,该模型考虑了 增益谱线重叠效应,序列带、热带的影响,以及非洛伦兹线型效应.对模型进行数值求解可以预言和解释不同气压 下的脉冲 CO₂ 激光器的输出特性,有助于评价不同的抽运设计和研究可调谐特性,为设计脉冲 CO₂ 激光系统提供 理论支持.

关键词:CO₂ 激光器,激光动力学,六温度模型,增益谱线重叠 PACC:4255D,4255,9240C

1.引 言

低气压下 ,CO, 分子的发射谱是分立的 ,只能实 现线调谐^{1]} 高气压下 大的碰撞加宽导致转动跃迁 的重叠[2] 使得激光可在整个谱带上获得增益 从而 可得到连续调谐的激光输出[34].采用频率连续调谐 的 CO, 激光器作为 Raman 激光器的抽运源可以在 宽阔的频率范围内产生频率连续调谐的 THz 波段 的激光^[5].国外不少研究者对高气压 CO, 激光器的 增益谱进行了研究^{6—9]},实验测量和理论研究表明, 当气压大干 10⁵ Pa 时,不仅需要考虑增益谱线重叠 效应 序列带、热带的增益对增益谱也有相当大的贡 献.此外 "Miller^{10]}研究高气压 CO_2 激光吸收谱的结 果表明,为了准确地计算高气压下 CO, 的吸收谱或 增益谱 有必要考虑碰撞引起的相邻谱线间的相互 作用 ,谱线相互作用效应导致了非洛仑兹线型的形 成.因此,在研究脉冲 CO2 激光动力学过程时,必须 考虑增益谱线重叠效应 适当考虑序列带、热带的影 响,以及非洛伦兹线型效应.

虽然国外科学家们很早就研究了高气压 CO₂ 激光器的增益特性,但还未曾研究过多频 CO₂ 激光 器的动力学过程,更未考虑在高气压谱线重叠情况 下的多频动力学过程.文献中,已有各种模型描述大 气压下脉冲 CO₂ 激光器的单频速率方程^[11,12].这些 模型可归结为不同的温度模型,如四温度^[13—15]、五 温度^{[16—181}、六温度模型^{[191}等.四温度和五温度模型 可以看作六温度模型的简化形式,六温度模型比较 系统地考虑了激光器工作气体中不同分子能级的能 量转移过程.文献 20 研究了高气压 CO₂ 激光器的 多频速率方程,求出了在高气压下的激光输出频谱, 但所用的物理模型是四温度模型,有一定的局限性. 文献 21 利用六温度模型建立了可调谐 TE(A) CO₂ 激光器的速率方程组,方程中考虑了多跃迁线多纵 模振荡,但是没有考虑增益谱线的重叠,因而只适用 于低于一个大气压的情况.

本文在 Landau-Teller 方程组^[22]的基础上,充分 考虑了增益谱线重叠效应,序列带、热带的影响,以 及非洛伦兹线型效应,建立了适用于各种气压下(20 ×133—20×10⁵ Pa)的脉冲 CO₂ 激光器的六温度多 频动力学模型.

1. 脉冲 CO₂ 激光器的六温度多频动力 学模型

2.1. 受激辐射截面

对于激光动力学过程,受激辐射截面是一重要 参数,它和粒子数反转的乘积就构成了介质的小信 号增益.受激辐射截面的一般表达式为

$$\pi_{21}(\nu,\nu_{0}) = \frac{A_{21}c^{2}}{8\pi\nu_{0}^{2}} \cdot (\tilde{g}(\nu,\nu_{0})), \quad (1)$$

式中 A_{21} 为自发辐射概率 , ν 为辐射频率 , ν_0 为谱线 中心频率 , $\tilde{g}(\nu, \nu_0)$ 为线型函数.



图 1 CO₂ 分子的低振动能级图^[8]

CO₂ 激光是由 CO₂ 分子的基电子态中振动能量 小于 1eV 的振动能级之间的振转跃迁产生的,见图 1.考虑增益谱线重叠效应时,计算受激辐射截面需 要对所有的振转线的贡献求和,

$$\sigma(\nu) = \sum_{j} \frac{A_j c^2}{8\pi\nu_j^2} \cdot \tilde{g}(\nu,\nu_j) \cdot f_j, \quad (2)$$

式中 *j* 为转动量子数,

$$f_j = \frac{2hcB}{kT} \cdot (2j+1) \cdot \exp[-F(j) \cdot \frac{hc}{kT}]$$

为转动能级的 Boltzmann 分布因子.

考虑序列带、热带的增益对动力学特性的影响 时,受激辐射截面公式中应包含序列带、热带的贡献.序列带或热带与常规带的有效受激辐射截面比 等于其增益比.由于序列带在频率上与常规带靠得 很近,在很好的近似程度上,序列带(或热带)与常规 带的增益比 *G*_s/*G*_t(或 *G*_h/*G*_t)可简单地表示为反转 粒子数比乘以振动矩阵元的平方比^[23].因而

$$G_{\rm s}/G_{\rm r} = 2 \cdot \exp(-h\nu_3/kT_3), G_{\rm h}/G_{\rm r} = \exp(-h\nu_2/kT_2).$$
(3)

综合考虑增益谱线重叠效应 ,序列带、热带的影 响 ,以及非洛伦兹线型效应后 ,上能级受激辐射截面 可表达为

$$\sigma_a(\nu) = \frac{hcB}{4\pi kT} (1 + 2 \cdot \exp(-h\nu_3/kT_3) + \exp(-h\nu_2/kT_2)) \times \left\{ \sum_{j=\text{even}} \lambda_j^2 (2j-1) A_{\text{P}j} \cdot C_{\text{P}j} \\ \times \tilde{g}(\nu,\nu_j) \cdot \exp\left[-F(j-1)\frac{hc}{kT}\right] \right\}$$

+
$$\sum_{j=\text{ even}} \lambda_j^2 (2j+3) A_{Rj} \cdot C_{Rj} \cdot \tilde{g} (\nu, \nu_j)$$
×
$$\exp\left[-F(j+1)\frac{hc}{kT}\right].$$
(4)

下能级受激辐射截面可表达为

$$\sigma_{ij}(\nu) = \frac{hcB}{4\pi kT} (1 + 2 \cdot \exp(-h\nu_{3}/kT_{3}) + \exp(-h\nu_{2}/kT_{2})) \times \left\{ \sum_{j = even} \lambda_{j}^{2} (2j - 1) A_{Pj} \cdot C_{Pj} \\ \times \tilde{g}(\nu, \nu_{j}) \cdot \exp\left[-F(j)\frac{hc}{kT}\right] + \sum_{j = even} \lambda_{j}^{2} (2j + 3) A_{Rj} \cdot C_{Rj} \cdot \tilde{g}(\nu, \nu_{j}) \\ \times \exp\left[-F(j)\frac{hc}{kT}\right] \right\}.$$
(5)

(4)(5)式中, $\tilde{g}(\nu,\nu_j) = \frac{\Delta\nu_j}{2\pi} \left[(\nu - \nu_j)^2 + \left(\frac{\Delta\nu_j}{2}\right)^2 \right]^{-1}$ 为碰撞加宽线型因子, $F(j) = Bj(j+1) - Dj^2(j+1)^2$ 为转动能级 j 的波数, λ_j 为 $j \pm 1 \rightarrow j$ 转动跃迁的 中心波长, j 为下能级转动量子数, B 和 D 为转动常 数, h 为普朗克常数, c 为光速, k 为玻耳兹曼常数, T 为气体温度, A_{Pj} 和 A_{Rj} 分别为 P 分支和 R 分支的 自发跃迁系数, C_{Pj} 和 C_{Rj} 分别为 P 分支和 R 分支由 谱线相互作用而引起的非洛伦兹线型修正因子 $\Delta\nu_j$ 为谱线碰撞加宽全线宽. $\Delta\nu_j$ 与气体温度、压强及气 体配比的关系为^[22]

$$\Delta \nu_j = \sum_{\iota} \left[\frac{N_{\iota} Q_{\iota}}{\pi} \left(\frac{8kT}{\pi \mu_{\iota}} \right)^{1/2} \right] , \qquad (6)$$

式中 $\mu_{\iota} = \frac{M_{CO_2} \cdot M_{\iota}}{M_{CO_2} + M_{\iota}}$ 为 CO₂ 分子与气体中某种气体 成分碰撞的约化质量 , M_{CO_2} , M_{ι} 为分子质量 , Q_{ι} 为 分子间碰撞截面.

2.2. 谐振腔内的自发辐射

线型函数 $\tilde{g}(\nu,\nu_0)$ 也可理解为跃迁概率按频率 的分布函数. 一般地, 在总自发辐射系数中, 分配在频 率 ν 处单位频率内的自发辐射系数 $A_{21}(\nu) = A_{21} \cdot \tilde{g}$ (ν,ν_0). 无源腔内自发辐射的谱线宽度 $\Delta \nu = \frac{\gamma}{2\pi}$, γ = $-c \cdot \frac{\ln R}{2L}$ 为腔内光子弛豫速率. 在谐振腔中, 只有 沿轴向小孔径张角 $\Delta \theta = \frac{1.22\lambda}{D}$ (D 为最小腔镜的直 径)内的自发辐射可引起雪崩式的受激放大,其余方 向的很快逸出腔外.各向同性的自发辐射在腔内的有

效部分可估计为 $\frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{2 \cdot \int_{0}^{2\pi} d\varphi \int_{0}^{\Delta\theta} \sin\theta d\theta}{4\pi} = \frac{\Delta \theta^{2}}{2}.$ 因此 在 CO₂ 激光器中 ,考虑增益谱线重叠效应 ,序列 带、热带的影响 ,以及非洛伦兹线型效应后 ,可获得腔 内的自发辐射系数为

$$\omega_{s}(\nu) = A(\nu) \cdot \Delta \nu \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$$
$$= \frac{8\pi}{\lambda^{2}} \sigma_{a}(\nu) \cdot \Delta \nu \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$$
$$= \frac{2 \cdot 1.22^{2} \cdot \gamma}{D^{2}} \cdot \sigma_{a}(\nu).$$
(7)

2.3. 六温度多频动力学方程组

CO₂ + N₂ + He + CO 的激光混合气有五个振动 模式,分别以不同的有效振动温度来描述.此外,由 于平动和转动之间的弛豫非常快,可与振动模式内 的热力学弛豫相比较,因此平动和转动可用一个温 度来描述.图2示意地描述了六温度模型的物理过 程.图中,实线表示 *V-V* 跃迁,短划线表示电子激励 細点线表示 *V-T* 能量转移. E_1 , E_2 , E_3 , E_4 , E_5 ,E分别代表单位体积 CO₂分子对称模、弯曲模、反对称模、N₂分子振动模、CO分子振动模的能量以及混合气体平动和转动的总能量,分别由 T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , T_5 ,T六个温度描述:

$$E_{i} = \frac{g_{i} \cdot N_{i} \cdot h\nu_{i}}{\exp\left(\frac{h\nu_{i}}{kT}\right) - 1} \quad (i = 1 - 5 , g_{i} \text{ 为模的简并度}),$$

$$E = \left(\frac{5}{2}N_{\text{CO}_{2}} + \frac{5}{2}N_{\text{N}_{2}} + \frac{3}{2}N_{\text{He}} + \frac{5}{2}N_{\text{CO}}\right) \cdot kT.$$
(8)

并满足 Landau-Teller 方程组,已经在很多文献中被 成功运用^[24—26].

将前面分析得到的受激辐射截面应用到 Landau-Teller 方程组,受激辐射截面和有效自发辐射 系数应用到光子数密度变化方程,就推导出适用于 各种气压下的脉冲 CO₂ 激光器的六温度多频动力 学方程组:

$$\dot{Q}_{i} = c \cdot \frac{1}{L} \cdot Q_{i} \cdot (\sigma_{a}(\nu_{i}) \cdot N_{00^{0}1} - \sigma_{b}(\nu_{i}) \cdot N_{10^{0}0}) - \gamma_{i} \cdot Q_{i} + N_{00^{0}1} \cdot \omega_{si}.$$
(15)



图 2 CO₂-N₂-CO 系统的简化能级图^[22]

上面方程中 N_{CO_2} N_{N_2} N_{He} N_{CO} 分别为 CO_2 N_2 He , CO 的粒子数密度 $N_e(t)$ 为电子数密度 $X_1 - X_5$ 为 电子振动激励速率 τ_{ij} 为能级间的振动弛豫速率 . Q_i 为激光器内第 i 个频率间隔的光子数密度 ,其光 强 $I_{\nu} = Q_i h c \nu$, l 为放电长度 ,L 为谐振腔长度 , $N_{00^{0_1}}$ $N_{10^{0_0}}$ 分别为振动能级 00^{0_1} , 10^{0_0} 的粒子数密 度 . 有关参量的数值或表达式可参见文献 21 22].

3. 数值计算与分析

利用六温度多频动力学方程组,结合文献中给 出的关于 CO_2 , N_2 , CO 分子的相关参数和数据²¹⁻²³, 就可计算各种气压下脉冲 CO_2 激光器的输出特性. 这里分别以 20 × 133, 10⁵, 20 × 10⁵ Pa 作为低气压、 TEA、高气压的代表,计算普通平凹腔输出激光的脉 冲波形和频谱并加以分析.抽运电子数密度 N_e(*t*) 可根据实际的放电电路和激光混合气条件进行计 算^[27].例如,采用经验公式^[22]

$$N_{e}(t) = N_{0} \cdot \exp(-t/t_{A}) \cdot [1 - \exp(-t/t_{B})],$$

$$(N_0, t_A, t_B$$
均为待正常数). (16)

采用 Runge-Kutta 法求解上述成千上万个方程 组成的多频动力学方程组.在进行具体数值计算时, 需首先确定发射谱线的频率范围和频率间隔.计算 的光强方程数 = 频率范围/频率间隔,应根据具体的 实际问题来选择频率范围和频率间隔,避免计算的 方程太多而耗时太长导致死机现象.求解的结果如 图 3—5 所示.

由图 3-5 的计算结果可看出 激光脉冲波形由 低气压 5---7 个极大值变到高气压仅 1 个极大值,这 是由于 CO, 与 N, 的共振转移速率随着气压的升高 而加快从而抑制弛豫振荡的缘故:激光频谱随着气 压的升高由线状谱变到连续谱 这是由增益谱线重 叠效应引起的 理论计算结果与通常的实验结果是 一致的.低气压下激光脉冲宽度为几十微秒,大气压 下尖峰脉冲宽度为 150ns 左右,并有 1-2us 的长拖 尾 高气压下为 80ns 左右且拖尾很短,高气压下 压 力加宽使得增益谱不再是线性分立的 相邻振转跃 迁线的增益重叠使得两条线间隔中的任一频率处都 获得了相当大的增益 增益谱曲线变化变得平缓 因 而获得了光滑连续的宽带频谱输出,此外 脉冲波形 不仅与气压有关 与放电特性也紧密相关 上述计算 时的抽运电子数密度函数 N(t) 都是根据通常的电 容耦合放电来模拟的。



图 3 低气压脉冲 CO₂ 激光器($P = 20 \times 133$ Pa, T = 300 K, CO₂:N₂:He:CO = 1:1:4:0.01, $N_0 = 10^{17}$, $t_A = 5 \times 10^{-5}$, $t_B = 2 \times 10^{-6}$, R = 0.78, l = 50 cm, L = 100 cm, D = 1 cm)(a)脉冲波形(b)频谱



图 4 TEA 脉冲 CO₂ 激光器($P = 10^5$ Pa , T = 300 K , CO₂ : N₂ : He: CO = 1:1:8:0.1 , N₀ = 10^{20} , $t_A = 2 \times 10^{-7}$, $t_B = 10^{-7}$, R = 0.5 , l = 180 cm , L = 220 cm , D = 5 cm (a) 脉冲波形 (b) 频谱



图 5 高气压脉冲 CO₂ 激光器($P = 20 \times 10^5$ Pa , T = 300 K , CO₂ : N₂ : He: CO = 1:1:18:0.2 , N₀ = 10²¹ , $t_A = 10^{-7}$, $t_B = 5 \times 10^{-8}$, R = 0.36 , l = 100 cm , L = 200 cm , D = 1 cm (a)脉冲波形 (b)频谱

4.结 论

本文在考虑了增益谱线重叠效应、序列带和热带的影响以及非洛伦兹线型效应的基础上,给出了脉冲 CO₂ 激光器受激辐射截面和腔内的自发辐射

系数的公式,结合 Landau-Teller 方程组建立了适用 于各种气压下(20×133—20×10⁵ Pa)的脉冲 CO₂激 光器的六温度多频动力学模型.对该模型进行数值 求解可以预言和解释不同气压下的脉冲 CO₂激光器 的输出特性,有助于评价不同的抽运设计和研究可调 谐特性,为设计脉冲 CO₂激光系统提供理论支持.

- [1] Barbini R, Ghigo A, Palucci A, Ribezzo S 1988 Optics Communications 68 41
- [2] Patel B S , Swarup P 1973 J. Phys. D 6 1670
- [3] Alcock A J, Leopold K, Richardson M C 1973 Appl. Phys. Lett.
 23 562
- [4] Wan C Y, Jian Z H, Xia S Q, Liu S M, Wang R Q, Tan J 1978 Acta Electronica Sinica 1 42(in Chinese) 万重怡、蹇庄华、夏生 芹、刘世明、王瑞泉、谭 江 1978 电子学报 1 42]
- [5] Werling U, Renk K F, Wan C Y 1986 International Journal of Infrared and Millimeter Waves 7 881
- [6] Chang N C, Tavis M T1974 IEEE J. Quant. Electron. 10 372
- [7] Miller J L , Ross A H M , George E V 1975 Appl. Phys. Lett. 26 523
- [8] Reid J , Siemsen K J 1978 IEEE J. Quant. Electron. 14 217
- [9] Taylor R S , Alcock A J , Sarjeant W J , Leopold K E 1979 IEEE J. Quant. Electron. 15 1131

- [10] Miller J L 1978 J. Appl. Phys. 49 3076
- [11] Cheng C 2003 Acta Phys. Sin. 52 3068 (in Chinese) [程 成 2003 物理学报 52 3068]
- [12] Hussain B , Tian Z S , Wang Q 2004 Chin . Phys . 13 501
- [13] Vlases G C , Money W M 1972 J. Appl. Phys. 43 1840
- [14] Gilbert J, Lachambre J L, Rheault F, Fortin R 1972 Canadian Journal of Physics 50 2523
- [15] Cast S J , Cason C 1973 J. Appl. Phys. 44 1631
- [16] Andrews K J , Dyer P E , James D J 1975 J. Phys. E 8 493
- [17] Lyon D L 1973 IEEE J. Quant. Electron. 9 139
- [18] Manes K R , Seguin H J 1972 J. Appl. Phys. 43 5073
- [19] Davies A R, Smith K, Thomson R M 1975 Computer Physics Communications 10 117
- [20] Liu Y H 1993 MS Thesis Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences (in Chinese)[刘艳华 1993 中国科学院电子学研究所 硕士学位论文]

- [21] Wu J 2001 PhD Dissertation Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences (in Chinese)[吴 谨 2001 中国科学院电子 学研究所博士学位论文]
- [22] Smith K , Thomson R M 1978 Computer modeling of gas lasers(New York : Plenum Press)
- [23] Witteman W J 1987 The CO2 Laser (Berlin : Springer-Verlag)
- [24] Wu J, Wan C Y 2002 Chinese Journal of Quantum Electronics 19 425(in Chinese)[吴 谨、万重怡 2002 量子电子学报 19 425]
- [25] Tian Z S, Wang Q, Li Z Q, Wang Y S 2001 Acta Phys. Sin. 50 2369 (in Chinese] 田兆硕、王 骐、李自勤、王雨三 2001 物理 学报 50 2369]
- [26] Soukieh M, Abdul Ghani B, Hammadi M 1998 Optics & Laser Technology 30 451
- [27] Li X F, Zuo D L, Cheng Z H 2004 Laser Technology 28 476 (in Chinese) [李小芬、左都罗、程祖海 2004 激光技术 28 476]

Multifrequency dynamical model of pulsed CO₂ lasers

Ding Chang-Lin¹⁽²⁾ Wan Chong-Yi¹⁾

1)(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

2) (Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Received 6 April 2005; revised manuscript received 13 June 2005)

Abstract

A six-temperature multifrequency dynamical model of pulsed CO_2 lasers is presented, taking account of the collisiondependent overlap of rotational lines, the effect of hot bands and sequence bands on the gain spectrum, and non-Lorentzian line overlap effect in a wide range of pressures from 20 torr to 20 atm. Theoretical calculations of pulse shape and laser spectrum have good agreement with experimental results. This model should be useful in the understanding of pulsed CO_2 laser dynamics, in the evaluation of alternative pump schemes, and in the investigation of tunable characteristics. Thus it can provide theoretical support for the design of pulsed CO_2 lasers.

Keywords: CO₂ laser , laser dynamics , six-temperature model , rotational line overlap **PACC**: 4255D , 4255 , 9240C