

饱和对数非线性介质中非相干孤子碰撞 对相干性的改善^{*}

黄春福 郭 儒[†] 刘思敏

(南开大学物理学院, 天津 300071)

(2005 年 5 月 20 日收到, 2005 年 8 月 11 日收到修改稿)

基于相干密度理论, 数值地研究了饱和对数非线性支持的部分非相干亮孤子对的相互作用. 研究表明, 两个非相干亮孤子碰撞不仅能增大碰撞区的光强, 还可以大大改善部分非相干光束的相干性. 同时还研究了非相干性对孤子碰撞的影响, 非相干性不仅抑制了孤子间的相干作用如吸引、排斥和能量交换, 同时还由于非相干叠加作用而引入了弱的相互吸引.

关键词: 非相干性, 饱和对数非线性, 空间光孤子

PACC: 4265, 4280L

1. 引 言

非相干光与相干光不同, 相干光在时间和空间上都是相干的, 光束内各点的相位彼此相互关联, 部分非相干光在时间上是相干的, 而在空间上是非相干的, 部分非相干光束中各点的相位随机、无关联地变化, 这导致了非相干光的很多特性与相干光不相同^[1]. 非相干光在晶体中传播将同时受到晶体非线性和衍射(包括线性衍射和光源的非相干性引起的衍射)的共同作用, 当两者相互平衡时就形成非相干孤子^[2,3].

近 10 年来非相干孤子得到了广泛地研究^[2-19], 其中有三种理论成功地描述了非相干孤子的形成及其性质, 它们分别是相干密度方法^[4-6], 自治多模理论^[7,8], 互相干函数法^[9,10]; 这些理论结果都能很好地与实验相符合. 从理论上可证明这三种方法是一致的^[11]. 在这三种理论中相干密度方法由于其物理意义清晰和便于计算而得到了广泛地应用, 并作为一种最有效的方法被广泛地用于研究非相干孤子、复合非相干光孤子的形成和演化以及非相干孤子间的相互作用等问题. 但由于相干密度函数满足积分微分方程, 除了饱和对数形式的非线性有解析解

外^[5,8]对于 K_{err} 非线性和光折变非线性都没有解析解, 只能借助数值分析求解非相干孤子. 当我们应用相干密度方法数值地分析非相干孤子的形成及其性质时, 一个很重要的前提条件是必须恰当地选择晶体输入面的空间调制函数, 如果入射场不能匹配该非线性支持的非相干孤子, 它将经历较长的作用距离和自适应振荡过程通过自调节才能逐渐形成该非线性支持的非相干准孤子. 例如文献 [6] 用相干密度方法研究屏蔽非线性非相干亮、暗孤子时, 选用高斯型和 K_{err} 非线性支持的孤子作为输入场, 这样光束就经历了较长的振荡过程. 长距离振荡过程的出现极大地限制了相干密度方法应用于研究非相干孤子相互作用和复合空间孤子等许多重要问题. 文献 [12] 利用相干密度理论分析非相干孤子间的相互作用时, 在选用相干形式的孤子解作初入射的同时还相应地数值调节了非线性的大小, 但是这种调节存在一定的误差. 饱和对数非线性是唯一有解析表达的非相干孤子的特例, 解析形式的饱和对数型非线性非相干空间孤子为研究非相干孤子相互作用提供了极大的方便. 本文正是利用这一解析解的优点, 数值地分析了部分非相干光孤子相互作用问题, 研究发现非相干孤子碰撞能大大改善其相干性. 最近的一些研究也表明^[13,14], 部分非相干光甚至白光通过

^{*} 国家自然科学基金(批准号: 60278006, 60378013 和 10474047)资助的课题.

[†] E-mail: guoru@nankai.edu.cn

孤子间的相互作用可大大改善非相干光束的相干性质,它们通过与相干暗孤子相互作用使自身的相干性增大了几个量级.本文研究了分开一定间距的两平行传播的亮非相干孤子之间的相互作用及其对相干性的改善.

众所周知,相干亮孤子之间的相互作用依赖于它们之间的相位,同相位相互吸引,反相位相互排斥, $\pi/2$ 相位存在能量转移,这些都是相干光亮孤子相互作用的典型表现^[20].然而,在非相干性的影响下,上述孤子间相互作用形式会发生很大的变化.本文第二个内容是研究非相干性对孤子相互作用的影响:非相干性不仅抑制了上述相干作用,即减弱了它们之间的吸引、排斥和能量交换作用,同时由于非相干叠加作用的出现,在饱和对数非线性中产生了弱的相互吸引作用,这与 Kerr 非相干孤子相互作用有所不同^[12].

2. 理论模型

相干密度方法是研究非相干孤子经常采用的方法,它能很好地分析非相干孤子及其各相干密度分量的动力学特征.该理论的核心是将部分非相干光束的传播看作是光轴成不同 θ 角度($\theta = k_x/k$)的许多“相干分量”的集体传播,但各相干分量是彼此互不相干的,这些相干分量可由相干密度函数 f 描述,对于在一维情况下部分非相干光束的传播,每一相干分量的相干密度函数 f 的演化方程为^[4,6]

$$i\left(\frac{\partial f}{\partial z} + \theta \frac{\partial f}{\partial x}\right) + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + k_0 \delta n(I_N) f = 0, \quad (1)$$

$$I_N = \int_{-\infty}^{\infty} |f(x, \theta, z)|^2 d\theta, \quad (2)$$

式中的 $f(x, z, \theta)$ 是部分非相干光束中的相干密度函数, $I_N(x, z)$ 是由暗辐照强度归一化后的光强, $k = k_0 n_0$, $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ 是激光在真空中的波长, n_0 是介质中的线性折射率, θ 是各相干分量与传播方向(z 轴)的夹角.方程(1)的第一项描述非相干光沿传播方向(z)的传播;第二项描述各相干密度分量(θ)偏离光轴的传播特征,该项使非相干光表现出许多与相干光不同的性质;第三项描述光束线性衍射;第四项描述非线性对光束传播的影响.要形成非相干孤子,晶体中的非线性除了必须补偿线性衍射(λ)外,还必须补偿由于光源的非相干性(它由非相干光源的角功率谱宽度 θ_0 决定)引起的发散,当非线性效应和这两种效应相平衡时就形成了非相干孤子.

在晶体输入面处我们将相干密度函数表示为^[4,6]

$$f(x, z=0, \theta) = \sqrt{r} G_N^{1/2}(\theta) \phi_0(x), \quad (3)$$

其中 r 是最大光强比, $G_N(\theta)$ 是归一化的部分非相干光源角功率谱,它描述了非相干光束的总光强在空间(θ)的分布,在一般情况下取为高斯分布即 $G_N(\theta) = \exp(-\theta^2/\theta_0^2) \sqrt{\pi} \theta_0$ ^[4,6], θ_0 是非相干光源的角功率谱宽度,它决定了非相干光源的相干程度, θ_0 大相干性差, $\theta_0 \rightarrow 0$ 为完全相干, θ_0 的大小对非相干孤子的形成起着特别重要的作用. $\phi_0(x)$ 是输入的空间调制函数.

非相干光束的相干性由相干因子 μ 和相干长度 l_c 描述^[6],其中

$$\mu_{12}(x_1, x_2) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, z, \theta) \times f^*(x_2, z, \theta) \exp(ik\theta(x_1 - x_2)) d\theta}{[I_N(x_1, z) I_N(x_2, z)]^{1/2}}, \quad (4)$$

$$l_c(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\mu_{12}(x, x')|^2 dx'. \quad (5)$$

对于饱和对数非线性折射率的变化可表示为

$$k_0 \delta n(I_N) = \gamma \ln(I_N) \quad (6)$$

其中 γ 描述了晶体非线性的大小.

由文献[5]给出了饱和对数型介质中的非相干亮孤子的解析解,其光强分布为高斯光束:

$$I_N = r \exp(-x^2/x_0^2), \quad (7)$$

其中非相干亮孤子宽度 x_0 满足如下关系:

$$x_0 = 1/\sqrt{2k\gamma - k^2\theta_0^2}, \quad (8)$$

上式是饱和对数非线性亮孤子的存在条件.

3. 数值模拟及分析

3.1. 饱和对数非线性中的非相干孤子的存在曲线

为了研究孤子间的相互作用,如前所述必须在入射面输入与孤子相匹配的场轮廓.对于饱和对数非线性,即使选用高斯型光束作初始入射的场轮廓,同时还需满足非相干孤子的存在条件,为此我们利用(8)式先给出饱和对数非线性介质的非相干孤子的存在曲线,如图1所示.介质的非线性参数取 $n_0 = 2.0$,入射光波长为 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$.

对于给定的非线性材料,通常非线性大小是一

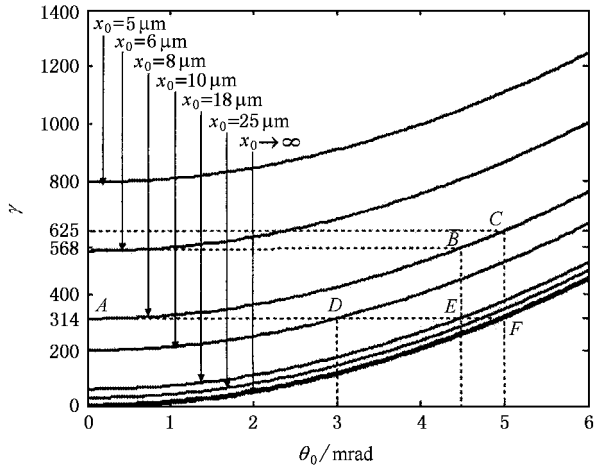


图 1 饱和对数型介质中非相干孤子的存在曲线

定的,对照非相干孤子的存在曲线,要形成一定宽度的非相干孤子,必须限制光源的非相干性的大小.当然也可以通过调节光源的非相干性大小来形成不同宽度的非相干孤子.下面在研究非相干孤子的相互作用问题时,我们借助图 1,在入射孤子宽度一定的情况下,当改变非相干性即改变 θ_0 的大小时,相应地调节非线性的大小,从而使输入场匹配非相干孤子解.例如,当选介质的非线性大小 ($\gamma = 314$) 时,可以沿着图中直线 ADEF 取值;倘若要形成一定宽度 ($x_0 = 8\mu\text{m}$) 的非相干孤子,可以沿着 ABC 曲线取值.

3.2. 非相干孤子碰撞对相干性的改善

本文考虑分开一定间距的两平行传播的亮非相干孤子之间的相互作用.为此初入射的空间调制函数 $\phi_0(x)$ 取如下形式^[4,12]:

$$\phi_0(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-d}{x_0}\right)^2\right) + \exp(i\phi) \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x+d}{x_0}\right)^2\right), \quad (9)$$

其中 $2d, \phi, x_0$ 分别为两初始孤子之间的间距,相位差和宽度.取入射的孤子宽度为 $x_0 = 5\mu\text{m}$, 孤子间距 $d = 10\mu\text{m}$, 最大光强比 $r = 10^3$. 对于确定的孤子宽度 x_0 , 当调节非相干性时,非线性 γ 应作相应的改变,其改变值应满足关系 $\gamma = \frac{1}{2kx_0^2} + \frac{1}{2}k\theta_0^2$. 假设该饱和对数型介质的最大非线性大小为 $\gamma_{\text{max}} = 2050$, 因此光源的最大非相干衍射角为 $\theta_{0\text{max}} = \sqrt{2\gamma_{\text{max}}/k} \approx 10\text{mrad}$ (即非相干孤子的存在阈值^[5]). 我们分 $\phi = 0, \pi, \pi/2$ 三种情况研究非相干性对孤子相互作用的

影响.首先取 $\phi = 0$ 研究非相干孤子碰撞作用对相干性的改善情况.

当 $\theta_0 \rightarrow 0$ 光束为完全相干光,此时孤子间的相互作用为同相位两相干亮孤子的相互作用,两光束间出现周期性的弹性碰撞(图 2(a)).当逐渐增大非相干性即增大 θ_0 时,孤子相互作用规律发生了很大的变化(图 2(b)(c)).从图中可知,随着 θ_0 增加相互吸引作用逐渐减弱,碰撞周期增长,在碰撞区域的光强也随着逐渐减小.我们可以这样理解这些变化,随着非相干性的增大,非相干性抑制了孤子间的相干作用,代之的是孤子之间的非相干叠加作用,这种强度叠加形成了较弱的吸引作用,导致了碰撞周期

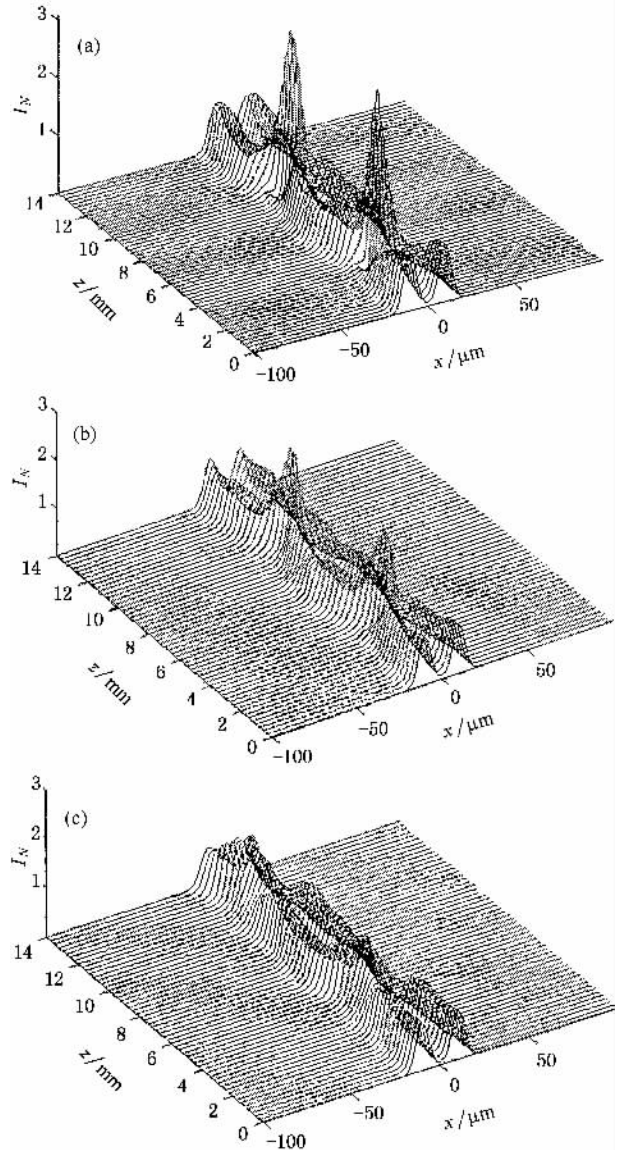


图 2 在 $\phi = 0$ 时,非相干性 θ_0 对孤子相互作用的影响 (a) $\theta_0 = 0$ (b) $\theta_0 = 3\text{mrad}$; (c) $\theta_0 = 6\text{mrad}$

增大,碰撞光强减弱.

为了更进一步分析碰撞区域的相干性质,我们利用(5)式数值地计算了光束在该区域的相干长度,从而可以知道光束在碰撞区的相干性的大小.计算表明,在 $\phi = 0$ 情况下的两非相干孤子($\theta_0 \neq 0$)碰撞,在碰撞区域光强和相干性都大大增强了.例如在初始非相干性 $\theta_0 = 3\text{mrad}$ 情况下,此时入射光束的相干长度约为 $33\mu\text{m}$,两亮光束经过一定距离的相互作用后将发生相互碰撞,在碰撞区域相干性显著地增强了,我们数值计算了 $z \approx 3.6\text{mm}$ 处发生最强碰撞时的相干长度,其相干长度约增大到 $550\mu\text{m}$,这说明通过孤子碰撞非相干光束的相干性大大地增强了,因为在叠加区域表现为强的相互吸引,因而两孤子在叠加区域的光强也增大为原来的2.1倍,这意味着可以通过非相干孤子碰撞来获得强度较大且相干性大有改善的相干光.当继续增大非相干性如 θ_0

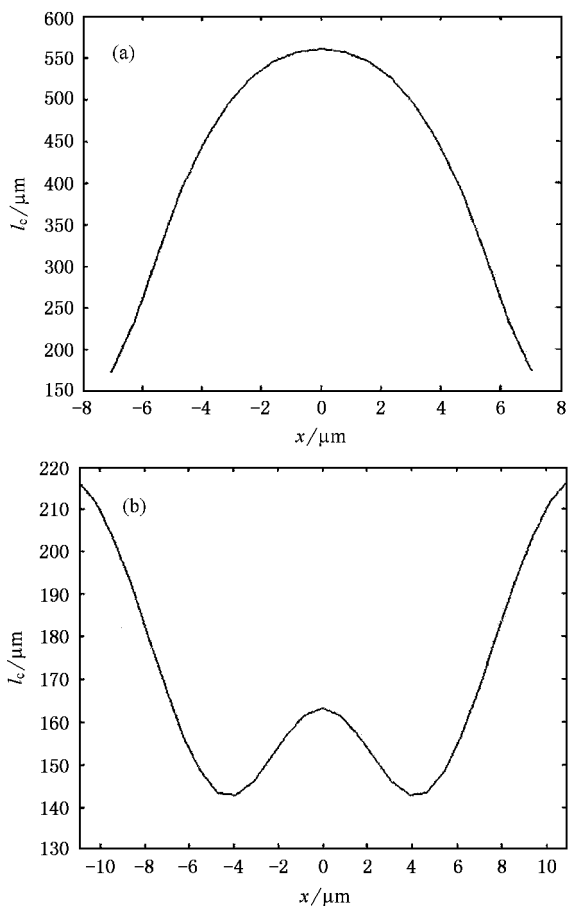


图3 非相干孤子碰撞对相干长度的增大曲线 (a) 初始非相干性 $\theta_0 = 3\text{mrad}$ 时,两亮非相干光束在 $z \approx 3.6\text{mm}$ 处碰撞最强时的相干长度分布 (b) 初始非相干性 $\theta_0 = 6\text{mrad}$ 时,两亮非相干光束在 $z \approx 4.8\text{mm}$ 处碰撞最强时的相干长度分布

$= 6\text{mrad}$ 时,此时在碰撞区域的光强和相干性虽然有所减弱,但仍比初始时的光强和相干性大为改善,数值模拟表明两非相干孤子经过适当距离的相互作用后,在 $z \approx 4.8\text{mm}$ 处碰撞相互作用达到最大值,此时碰撞区域的中心相干长度约增加到 $150\mu\text{m}$ 以上,但两边缘的相干长度却大于中心区域的相干长度.这和非相干单个亮孤子的相干长度分布很相似^[6],在中心区域是低相干区,而在两侧是高相干区,不幸的是在两侧高相干区高阶模式的光强却很小.图3(b)表明两非相干孤子碰撞主要以非相干叠加为主,碰撞区是多模结构,两侧对应高阶模,因而其相干性高于中心区的相干性.

3.3. 非相干性(θ_0)对孤子相互作用的影响

为了进一步说明非相干性(θ_0)大小对非相干孤子相互作用的影响,我们在初入射的两个非相干亮光束上整体引入相位差($\phi \neq 0$)加入相位差 ϕ 可以突出非相干性对两亮孤子相互作用形式的改变.众所周知,相干亮孤子之间的相互作用依赖于它们之间的相位,同相位相互吸引,反相位相互排斥, $\pi/2$ 相位存在能量转移,这些相干光亮孤子相互作用的典型特征在非相干性的影响下,发生了显著的变化.我们取反相位($\phi = \pi$)研究孤子的相互作用,其规律如图4所示.当 $\theta_0 \rightarrow 0$ 时,对应两反相位相干亮孤子的相互作用,孤子之间表现为相互排斥(图4(a));当逐渐增加非相干性即增大衍射角 θ_0 时,由于两孤子间的非相干性增大而使相干作用减小,从而使两孤子间的排斥作用逐渐减弱(图4(b));当进一步增大非相干衍射角 θ_0 时,非相干性也随着增加,两亮孤子对 π 相位差不再敏感,甚至两孤子通过非相干叠加由排斥转化为弱的相互吸引(图4(c)).

对于 $\phi = \pi/2$ 初射,孤子间的相互作用规律如图5所示.当 $\theta_0 \rightarrow 0$ 时,对应相位差为 $\pi/2$ 的两相干亮孤子间的相互作用,表现为相互排斥并且伴有强烈的能量转移(图5(a));当逐渐增加非相干衍射角 θ_0 时,由于两孤子间的非相干性增大和相干性减小,两孤子间的排斥作用将逐渐减弱,其能量转移也随之减小(图5(b));当进一步增加非相干衍射角 θ_0 时,随着非相干性的增加,非相干性模糊了两孤子间的相位信息,两孤子由于非相干叠加由排斥转成弱的相互吸引,相应的能量转移也停止了(图5(c)).

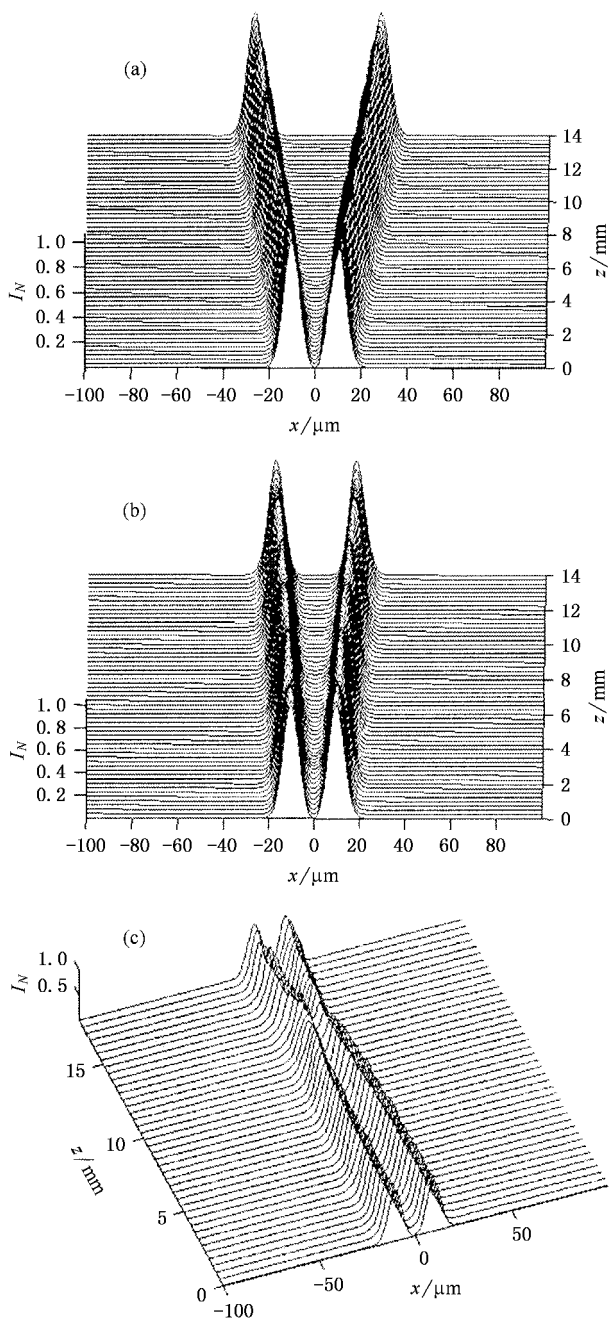


图4 在 $\phi = \pi$ 时,非相干性 θ_0 对孤子相互作用的影响 (a) $\theta_0 = 0$ (b) $\theta_0 = 3\text{mrad}$ (c) $\theta_0 = 10\text{mrad}$

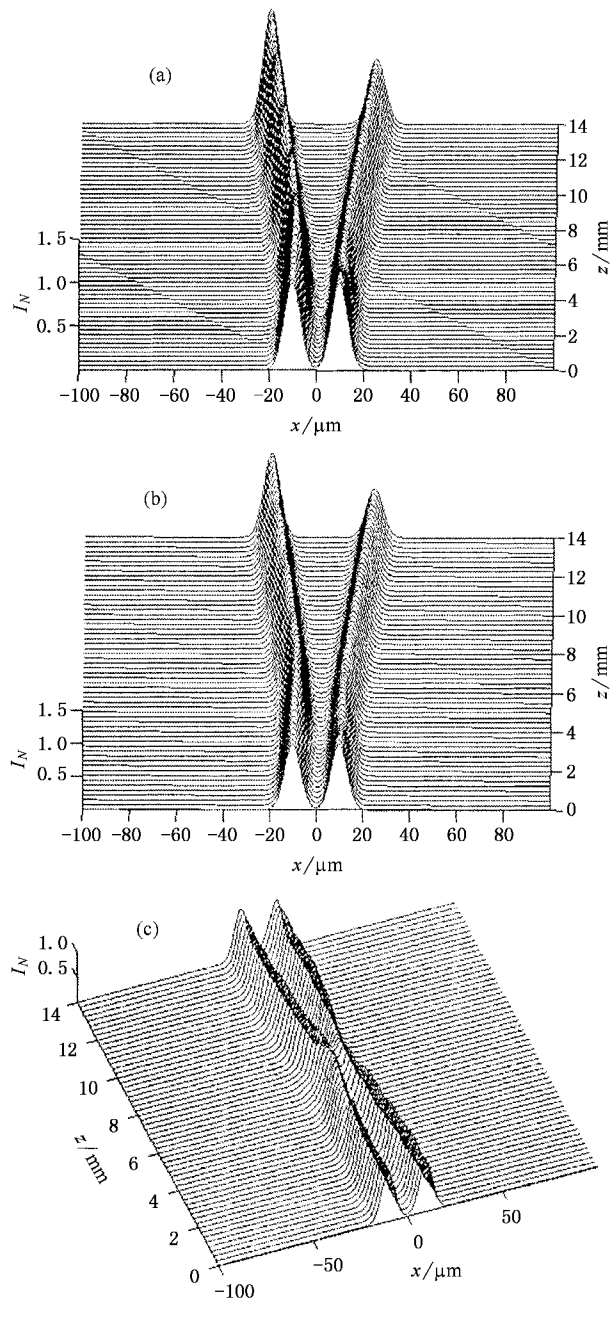


图5 在 $\phi = \pi/2$ 时,非相干性 θ_0 对孤子相互作用的影响 (a) $\theta_0 = 0$ (b) $\theta_0 = 1\text{mrad}$ (c) $\theta_0 = 10\text{mrad}$

4. 结 论

基于相干密度理论,我们数值地研究了饱和对数非线性支持的部分非相干亮孤子对的相互作用.数值研究表明,部分非相干光束的相干性可以通过两平行传播的有一定间隔的亮孤子间的相互碰撞来增强.在孤子的碰撞区域其相干长度有显著增大.当初始非相干性较小时,在碰撞区域将形成高相干区

域;当非相干性较大时,孤子碰撞主要表现为非相干叠加.在孤子碰撞区域将出现多模结构,两侧的高阶模的相干性强于中心区域的相干性,这和部分非相干亮孤子的相干长度分布相似.由于在两孤子碰撞区域其光强也将增大,因此通过非相干孤子碰撞可以获得相干性很好的高强度光.研究还表明非相干性对孤子的相互作用形式产生很大的影响,非相干性不仅能抑制孤子间的相干作用如吸引、排斥和能

量交换,同时还由于非相干叠加作用而引入了弱的吸引作用.对于反相位入射的光束,随着非相干性的增加,两孤子对 π 相位差不再敏感,由于非相干叠加使两孤子由排斥转化为弱的相互吸引;对于相位差为 $\pi/2$ 的入射情形,两相干孤子间存在能量转移,随

着非相干性的增加,能量转移将逐渐减弱,与此同时较大的非相干性还模糊了两孤子间的相位信息,由于两孤子间的非相干叠加使相互作用由排斥转化为弱的相互吸引,相应的能量转移也随之停止.

- [1] Mandel L , Wolf E 1995 *Optical Coherence and Quantum Optics* (New York : Cambridge University Press)
- [2] Mitchell M , Chen Z , Shih M , Segev M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 490
- [3] Mitchell M , Segev M 1997 *Nature* (London) **387** 880
- [4] Christodoulides D N , Coskun T H . , Mitchell M , Segev M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 646
- [5] Christodoulides D N , Coskun T H , Joseph R I 1997 *Opt. Lett.* **22** 1080
- [6] Coskun T H , Christodoulides D N , Mitchell M , Chen Z , Segev M 1998 *Opt. Lett.* **23** 418
- [7] Mitchell M , Segev M , Coskun T H , Christodoulides D N 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 4990
- [8] Christodoulides D N , Coskun T H , Mitchell M , Segev M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 2310
- [9] Shkunov V V , Anderson D 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 2683
- [10] Królkowski W , Edmundson D , Bang O 2000 *Phys. Rev. E* **61** 3122
- [11] Christodoulides D N , Eugenieva E D , Coskun T H , Segev M , Mitchell M 2001 *Phys. Rev. E* **63** 035601(R)
- [12] Ku T S , Shih M , Sukhrukov A A , Kivshar Y S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 063904
- [13] Coskun T H , Grandpierre A G . , Christodoulides D N , Segev M 2000 *Opt. Lett.* **25** 826
- [14] Huang C F , Guo R , Liu S M *et al* 2005 *Opt. Comm.* **248** 449
- [15] Wang X S , She W L 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 573(in Chinese) [王晓生、余卫龙 2002 物理学报 **51** 573]
- [16] Chen Y Y , Wang Q , Shi J L 2002 *Acta. Phys. Sin.* **51** 559(in Chinese) [陈圆圆、王 奇、施解龙 2002 物理学报 **51** 559]
- [17] Chen Y Y , Wang Q , Shi J L 2004 *Acta. Phys. Sin.* **53** 2980(in Chinese) [陈圆圆、王 奇、施解龙 2004 物理学报 **53** 2980]
- [18] Li J P , Lu K Q , Zhao W *et al* 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 1423
- [19] Lu Y , Liu S M , Guo R *et al* 2003 *Acta. Phys. Sin.* **52** 3075(in Chinese) [陆 猗、刘思敏、郭 儒等 2003 物理学报 **52** 3075]
- [20] Stegeman G I , Segev M 1999 *Science* **286** 1518

Coherence enhancement of spatially incoherent light beams through soliton interaction in logarithmically saturable nonlinear media *

Huang Chun-Fu Guo Ru[†] Liu Si-Min

(Department of Physics , Nankai University , Tianjin 300071 , China)

(Received 20 May 2005 ; revised manuscript received 11 August 2005)

Abstract

We investigate numerically the interaction between incoherent spatial solitons in a nonlinear medium with logarithmic saturable nonlinearity base on the coherent density approach. Numerical simulations show that both the intensity and the spatial coherence can be greatly enhanced through soliton interaction. At the same time , we show that the soliton interaction can be controlled by the total partial incoherence , which can not only suppress the coherent soliton interaction such as attractive , repulsive or exchange energy , but also induce weak attractive due to incoherent superposition of two incoherent solitons.

Keywords : incoherence , logarithmic saturable nonlinearity , spatial solitons

PACC : 4265 , 4280L

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant Nos. 60278006 60378013 and 10474047).

[†] E-mail : guoru@nankai.edu.cn