

# 椭圆强非局域空间光孤子<sup>\*</sup>

秦晓娟<sup>1,2)</sup> 郭 旗<sup>1,2)†</sup> 胡 巍<sup>1,2)</sup> 兰 胜<sup>1)</sup>

1) 华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510631)

2) 华南师范大学信息光电子科技学院传输光学实验室, 广州 510631)

(2005 年 5 月 10 日收到, 2005 年 7 月 21 日收到修改稿)

对傍轴椭圆高斯光束在具有椭圆对称响应特性的强非局域非线性介质中的演化规律进行研究, 得到了光束各参量演化的精确解析解, 分析了单向空间光孤子和强非局域椭圆空间光孤子的形成条件, 发现了椭圆光孤子的相移与介质响应函数的椭圆率有关。

关键词: 椭圆对称强非局域响应介质, 椭圆强非局域空间光孤子, 相移

PACC: 4265S

## 1. 引 言

空间光束在非线性介质中传输时, 一方面由于衍射效应而展宽, 另一方面由于非线性效应而压缩; 当衍射效应和非线性效应达到平衡时, 光束能够保持稳定、自导传输, 形成空间光孤子(spatial optical soliton)。根据传输介质对作用在其上的光场的非线性响应局域程度的不同, 可分为局域、弱非局域、一般弱非局域与强非局域介质<sup>[1]</sup>。非局域空间光孤子就是存在于非局域介质中的空间光孤子。光束在非局域非线性介质中的传输满足非局域非线性薛定谔方程(nonlocal nonlinear Schrödinger equation, NNLSE)<sup>[1-3]</sup>。1997 年 Snyder 和 Mitchell 对极强非局域非线性介质中光束束宽的演化进行了研究, 发现了线性(空间光)孤子(accessible solitons), 并且预言了强非局域非线性介质中存在非圆对称空间光孤子(noncircularly symmetric solitons)<sup>[2]</sup>。他们的工作极大地促进了人们对非局域空间光孤子的研究。2003 年 Assanto 小组在向列型液晶(nematic liquid crystal, NLC)中发现了非局域空间光孤子, 并称其为“向列子”(nematicons)<sup>[4]</sup>; 由于 NLC 表现出强的非局域响应特性, 因此该“向列子”即文献[2]所预言的线性(空间光)孤子<sup>[5]</sup>。文献[6]已对 2003 年底前的非局

域空间光孤子的研究状况进行了总结和评论。

2004 年 Guo 等提出了非局域非线性介质中的强非局域模型, 对光束传输过程中束宽和相位的演化进行了研究, 发现强非局域介质中圆对称空间光孤子具有很大的相位改变<sup>[7]</sup>。随后, 郭旗小组对偏离束腰入射的高斯光束在非局域非线性介质中的传输特性<sup>[8]</sup>, 以及椭圆高斯光束在具有圆对称响应的强非局域介质中的传输特性<sup>[9]</sup>进行了讨论, 分析了双孤子平行垂直入射<sup>[10, 11]</sup>以及对称斜入射<sup>[12]</sup>时的相互作用和演化规律。另外, 该小组还通过数值模拟对不同非局域程度下光孤子的传输特性进行了研究<sup>[13]</sup>, 通过解析法得到了强非局域介质中的非圆对称孤子(Hermite-Gauss)解<sup>[14]</sup>。目前, 无论在理论上<sup>[7-17]</sup>还是在实验<sup>[4, 18, 19]</sup>上, 人们对孤子的传输特性及双孤子传输过程中的相位演化和控制都取得了很大进展, 这些研究成果充分反映出非局域空间光孤子在实现全光开关、全光信息处理上的巨大潜力。

以上理论研究主要考虑介质响应函数是圆对称的情况, 对于介质响应函数为椭圆对称时光束的演化, 目前还没有文献提及。本文对傍轴椭圆高斯光束在具有椭圆对称响应特性的强非局域非线性介质中的演化规律进行研究, 对(1+2)维的 NNLSE 作简化后, 得到了光束各参量演化的精确解析解, 通过对解析解的进一步分析, 发现椭圆高斯光束长、短轴分别

\* 国家自然科学基金(批准号: 10474023)和广东省自然科学基金重点项目(批准号: 04105804)资助的课题。

† E-mail: guoq@scnu.edu.cn

作不同周期,不同幅度的波动;在一定条件下,光束会类周期性地由椭圆高斯光束演化为圆对称高斯光束,再由圆对称高斯光束演化为椭圆高斯光束;在特定输入功率下,椭圆高斯光束可以保持某一轴向束宽不变,得到单向空间光孤子;更有趣的是,当椭圆高斯光束的椭圆率与输入功率同时取特定值时,椭圆高斯光束的长、短轴同时保持不变,从而得到稳定的椭圆空间光孤子,且孤子的相移与介质响应函数的椭圆率有关。

## 2. 非局域非线性薛定谔方程的简化及其解析解

在忽略传输损耗的情形下(1+2)维的NNLSE可以写为

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \\ + \rho \psi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-x', y-y') \end{aligned}$$

$$\times |\psi(x', y', z)|^2 dx' dy' = 0, \quad (1)$$

其中,  $\psi(x, y, z)$  为傍轴光束,  $\mu = 1/2k$ ,  $\rho = k\eta$ ,  $k = \omega n_0/c$ ,  $n_0$  是介质的线性折射率,  $\eta$  是介质常数( $\eta > 0$  表示聚焦介质,  $\eta < 0$  表示散焦介质),  $x, y$  是横向空间坐标(横轴),  $z$  是光束传输方向坐标(纵轴).  $R(x, y)$  是介质的响应函数,本文所讨论的  $R(x, y)$  为椭圆对称、归一化的实函数. 对于强非局域情形,光束的束宽远小于强非局域介质响应函数的特征宽度,为此可以采用与文献[7]类似的方法对方程(1)作简化.

首先,对强非局域介质响应函数  $R(x-x', y-y')$  作两步泰勒展开,先对  $R(x-x', y-y')$  在  $x'=0, y'=0$  处作展开,再对展开的各项在  $x=0, y=0$  处进一步作泰勒展开. 近似取到两阶,由方程(1)可以得到

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \\ + \rho \psi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ R_0 - \frac{1}{2} \gamma_x (x-x')^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \gamma_y (y-y')^2 \right] \end{aligned}$$

$$\times |\psi(x', y', z)|^2 dx' dy' = 0, \quad (2)$$

其中  $R_0 = R(0, 0)$ ,  $\gamma_x = -R^{2,0}(0, 0)$ ,  $\gamma_y = -R^{0,2}(0, 0)$  (此处  $R$  为椭圆对称,故  $\gamma_x \neq \gamma_y$ ).

假设方程(2)的试探解析解为椭圆高斯函数

$$\psi(x, y, z) = A(z) \exp[i\theta(z)]$$

$$\begin{aligned} \times \exp \left[ -\frac{x^2}{2a_x(z)^2} - \frac{y^2}{2a_y(z)^2} \right] \\ \times \exp[c_x(z)x^2 + c_y(z)y^2], \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $A(z)$  是复振幅的大小,  $\theta(z)$  是复振幅的相位,  $a_x(z), a_y(z), c_x(z), c_y(z)$  分别是横向  $x, y$  方向的束宽和波前曲率系数. 由  $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(x, y)|^2 dx dy = P_0$  ( $P_0$  是初始功率,因忽略损耗,光束在传输过程中能量守恒) 可得

$$A(z) = \sqrt{\frac{P_0}{\pi a_x(z) a_y(z)}}, \quad (4)$$

(4)式即为傍轴椭圆高斯光束在非局域非线性介质中传输时复振幅大小的演化规律. 结合(4)式,将(3)式代入到方程(2). 要使方程(2)恒成立,则所得的结果的实部与虚部分别都要为零,且  $x, y$  各次的系数必须为零,由此可得出

$$\frac{da_x}{dz} - 4\mu c_x a_x = 0, \quad (5a)$$

$$\frac{da_y}{dz} - 4\mu c_y a_y = 0, \quad (5b)$$

$$\frac{dc_x}{dz} - \frac{\mu}{a_x^4} + 4\mu c_x^2 + \frac{1}{2} \rho \gamma_x P_0 = 0, \quad (5c)$$

$$\frac{dc_y}{dz} - \frac{\mu}{a_y^4} + 4\mu c_y^2 + \frac{1}{2} \rho \gamma_y P_0 = 0, \quad (5d)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dz} + \mu \left( \frac{1}{a_x^2} + \frac{1}{a_y^2} \right) - \rho R_0 P_0 \\ + \frac{1}{4} \rho P_0 (\gamma_x a_x^2 + \gamma_y a_y^2) = 0. \end{aligned} \quad (5e)$$

方程组(5)即为束宽、波前曲率系数与相位的演化方程. 可见,只要求出了束宽  $a_x(z)$  和  $a_y(z)$  的演化规律,由(4)式和方程组(5)即可求得复振幅的大小、相位与波前曲率系数的演化规律. 对方程(5a)与(5b)求导,并结合方程(5c)与(5d)可得

$$\frac{1}{\mu} \frac{d^2 u_x}{dz^2} - \frac{4\mu}{a_{x0}^4 u_x^3} + 2\rho \gamma_x P_0 u_x = 0, \quad (6a)$$

$$\frac{1}{\mu} \frac{d^2 u_y}{dz^2} - \frac{4\mu}{a_{y0}^4 u_y^3} + 2\rho \gamma_y P_0 u_y = 0, \quad (6b)$$

其中  $u_i(z) = a_i(z)/a_{i0}$ ,  $a_{i0} = a_i(0)$  ( $i = x, y$ ) 为椭圆高斯光束两横向的初始入射束宽.

如果把  $u_i$  等效为空间坐标,  $z$  等效为时间,那么方程(6a)、(6b)就分别等效于一维情况下经典力学中的牛顿第二定律.  $1/\mu$  是等效粒子的质量,  $F = 4\mu(a_{i0}^4 u_i^3) - 2\rho \gamma_i P_0 u_i$  是等效力.  $F$  的第一项使等

效粒子加速(即衍射效应使光束展宽), $F$ 的第二项使等效粒子减速(即非线性效应使光束压缩),若 $F=0$ ,那么初始速度为零(即 $du_i/dz|_{z=0}=0$ ,光束从束腰处入射<sup>[8]</sup>)的等效粒子将保持静止(空间坐标 $u_i$ 不随 $z$ 的变化而变化),这就是空间孤子状态.由此我们可以得到 $x,y$ 两横向孤子传输的临界功率分别为 $P_{ex}=1(\gamma_x a_{x0}^4 k^2 \eta)$ , $P_{ey}=1(\gamma_y a_{y0}^4 k^2 \eta)$ .显然只有当 $\gamma_x a_{x0}^4 = \gamma_y a_{y0}^4$ 时,才有 $P_{ex} = P_{ey}$ .此时若取 $P_0 = P_{ex} = P_{ey}$ ,则从束腰(要求椭圆高斯光束两横向束腰位置重合)入射的椭圆高斯光束两横向的衍射展宽与非线性压缩同时达到平衡,椭圆高斯光束的初始束宽保持不变,形成稳定的椭圆空间光孤子.一般情况下, $\gamma_x a_{x0}^4 \neq \gamma_y a_{y0}^4$ (即 $P_{ex} \neq P_{ey}$ ),若取 $P_0 = P_{ex}$ (或 $P_0 = P_{ey}$ )则可使 $x$ 方向(或 $y$ 方向)的束宽保持不变,从而得到单方向孤子解.

可以看出 $F$ 是保守力,所以等效粒子具有等效势能.在此选取 $u_i=1$ 作为势能零点,则其等效势能 $V(u_i)$ 为

$$V(u_i) = \frac{2\kappa_i(u_i^2 - 1)(u_i^2 - \Lambda_i)}{\mu a_{i0}^2 u_i^2}, \quad (7)$$

其中 $\kappa_i = a_{i0}^2 \eta \gamma_i P_0 / 4$ , $\Lambda_i = P_{ci}/P_0$ .等效粒子总能量 $E = T + V$ 守恒, $T = (du_i/dz)^2/2\mu$ 是等效动能.采用文献[7]类似的方法求解

$$a_x^2 = a_{x0}^2 [\cos^2(\beta_x z) + \Lambda_x \sin^2(\beta_x z)], \quad (8a)$$

$$a_y^2 = a_{y0}^2 [\cos^2(\beta_y z) + \Lambda_y \sin^2(\beta_y z)], \quad (8b)$$

$$c_x = \frac{\beta_x k (\Lambda_x - 1) \sin(2\beta_x z)}{4[\cos^2(\beta_x z) + \Lambda_x \sin^2(\beta_x z)]}, \quad (8c)$$

$$c_y = \frac{\beta_y k (\Lambda_y - 1) \sin(2\beta_y z)}{4[\cos^2(\beta_y z) + \Lambda_y \sin^2(\beta_y z)]}, \quad (8d)$$

$$\begin{aligned} \theta &= -\frac{1}{2} \arctan \left[ \sqrt{\frac{P_{ex}}{P_0}} \tan(\beta_x z) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \arctan \left[ \sqrt{\frac{P_{ey}}{P_0}} \tan(\beta_y z) \right] \\ &\quad + \frac{1 - \frac{P_0}{P_{ex}}}{16ka_{x0}^2 \beta_x} \sin(2\beta_x z) + \frac{1 - \frac{P_0}{P_{ey}}}{16ka_{y0}^2 \beta_y} \sin(2\beta_y z) \\ &\quad + \rho R_0 P_0 z - \frac{\left( \frac{P_0}{P_{ex}} + 1 \right) z}{8ka_{x0}^2} - \frac{\left( \frac{P_0}{P_{ey}} + 1 \right) z}{8ka_{y0}^2} \end{aligned} \quad (8e)$$

式中 $\beta_i = 2\sqrt{\kappa_i}/a_{i0} = \sqrt{\gamma_i \eta P_0}$ ( $i = x, y$ ).把(4)式与(8a)–(8e)式代入(3)式,可获得方程(2)的精确解

$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{P_0}{\pi a_{x0} a_{y0}}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2a_x(z)^2} - \frac{y^2}{2a_y(z)^2} \right]$$

$\times \exp [c_x(z)x^2 + c_y(z)y^2 + \theta(z)]$ , (9)  
其满足初始条件(在 $z=0$ 处)

$$\psi(x, y) = \sqrt{\frac{P_0}{\pi a_{x0} a_{y0}}} \exp \left[ -\frac{x^2}{2a_{x0}^2} - \frac{y^2}{2a_{y0}^2} \right]. \quad (10)$$

其中 $a_x, a_y, c_x, c_y$ 和 $\theta$ 由方程组(8)决定.当 $\gamma_x = \gamma_y$ ,光束的演化规律退化为介质响应函数为圆对称的情况<sup>[9]</sup>.如果 $a_x = a_y$ 和 $\gamma_x = \gamma_y$ 同时成立,那么光束的演化规律与文献[7]中的讨论完全一致.

### 3. 精确解析解的分析与讨论

#### 3.1. 椭圆强非局域空间光孤子及其相移

由以上分析可知,当 $\gamma_x a_{x0}^4 = \gamma_y a_{y0}^4$ 时,两横向孤子的临界功率相等,即 $P_{ex} = P_{ey} = P_c$ ,此时若取 $P_0 = P_c$ ,则从束腰入射的椭圆高斯光束长,短轴方向的衍射展宽与非线性压缩同时达到平衡,光束稳定传输,形成椭圆空间光孤子.下面进一步详细分析:在强非局域非线性介质中, $\gamma_x = -R^{0.2}(0,0) \sim R_0/w_x^2$ , $\gamma_y = -R^{0.2}(0,0) \sim R_0/w_y^2$ ,其中, $w_i$ ( $i = x, y$ )是介质响应函数在 $i$ 方向的特征宽度,且 $w_i/a_{i0} > 1$ <sup>[7]</sup>.设 $\alpha = a_{y0}/a_{x0}$ ,那么

$$\frac{P_{ey}}{P_{ex}} = \left( \frac{w}{\alpha^2} \right)^2. \quad (11)$$

其中, $w = w_y/w_x$ ,显然,临界功率之比由入射光束的椭圆率 $\alpha$ 和响应函数的椭圆率 $w$ <sup>[20]</sup>共同确定.当 $\alpha = \sqrt{w}$ 时,有 $P_{ex} = P_{ey} = P_c$ .若取 $P_0 < P_c$ (或 $P_0 > P_c$ )则椭圆高斯光束长,短轴分别作初始展宽(或初始压缩)的周期性波动.若取初始功率 $P_0 = P_c$ ,则从束腰入射的椭圆高斯光束长,短轴方向的衍射展宽与非线性压缩同时达到平衡,光束稳定传输,形成椭圆空间光孤子.由孤子形成的必要条件 $\alpha = \sqrt{w}$ 可知,只有椭圆高斯光束的长、短轴方向与介质响应函数长、短轴方向保持一致,且满足一定的比例关系,才可能形成椭圆光孤子.当 $\alpha = 1$ 时,只有在 $w = 1$ 的介质中形成光孤子(此为文献[7]讨论的圆对称空间光孤子).

椭圆空间光孤子形成的物理机理在于,在椭圆高斯光束传输过程中,光束短轴方向所产生的衍射效应比长轴方向所产生的衍射效应要大,同时介质响应椭圆函数短轴方向所产生的非线性压缩效应比长轴方向所产生的非线性压缩效应要强,这样就有

可能在一定条件( $\alpha = \sqrt{w}$ ,  $P_0 = P_c$ )下,椭圆高斯光束长、短轴向的衍射效应与非线性效应同时达到平衡,形成椭圆空间光孤子。(9)式简化为孤子的表达形式

$$\begin{aligned}\psi_s(x, y, z) &= \sqrt{\frac{P_0}{\pi a_{x0} a_{y0}}} \\ &\times \exp\left[-\frac{x^2}{2a_{x0}^2} - \frac{y^2}{2a_{y0}^2}\right] \exp(i\phi_z),\end{aligned}\quad (12)$$

其中

$$\phi = \frac{3}{4ka_{x0}^2} \left( -1 - \frac{1}{w} + \frac{4\sigma}{3} \right), \quad (13)$$

$\sigma = R_0/\gamma_x a_{x0}^2$ ,  $\phi_z$  为光束传输距离  $z$  后发生的相移。 $\sigma$  是与介质和初始束宽有关的参量。在强非局域非线性介质中,  $\sigma = \nu w_x^2/a_{x0}^2$ , 其中材料系数  $\nu$  由材料的性质决定, 其数量级为 1。当  $w = 1$  时,(13)式退化为圆对称空间光孤子传输单位距离的相移, 对于任何强非局域圆对称响应介质,  $\phi$  的正数项远大于负数项(负数项可以舍弃), 相比较局域介质而言, 圆对称强非局域空间光孤子传输较短的距离就有很大的正相

位改变<sup>[7]</sup>。而对于椭圆强非局域空间光孤子, 负数项  $-1/w$  不能轻易舍弃, 在椭圆率  $w$  较小的介质中, 可能存在零相移, 甚至负相移。不过, 在响应函数接近圆对称(即  $w \approx 1$ )的强非局域介质中,  $\phi$  的正数项会远大于负数项, 存在正的大相移。

总结上述讨论, 可以得出: 傍轴椭圆高斯光束入射到具有椭圆对称响应的强非局域非线性介质中, 必须在入射光束的长、短轴方向与介质响应函数的长、短轴方向保持一致, 束宽椭圆率满足一定的条件下, 使初始功率  $P_0 = P_c$ , 才能得到稳定的椭圆空间光孤子。椭圆强非局域空间光孤子的相移与介质响应函数的椭圆率有关, 类圆对称椭圆空间光孤子有与圆对称光孤子类似的大相移性质。

### 3.2. 一般情况下束宽的演化规律

一般情况下,  $\alpha \neq \sqrt{w}$ (即  $P_{cx} \neq P_{cy}$ ), 从束宽演化方程(8a)与(8b)可以看出: 椭圆高斯光束两横向束宽(即椭圆高斯光束长、短轴)分别作不同周期的波动, 且  $T_y/T_x = w$ 。若选择  $P_0 = P_{cx}$  或  $P_0 = P_{cy}$ ; 则在  $x$  方向或  $y$  方向上, 非线性效应与衍射效应达到

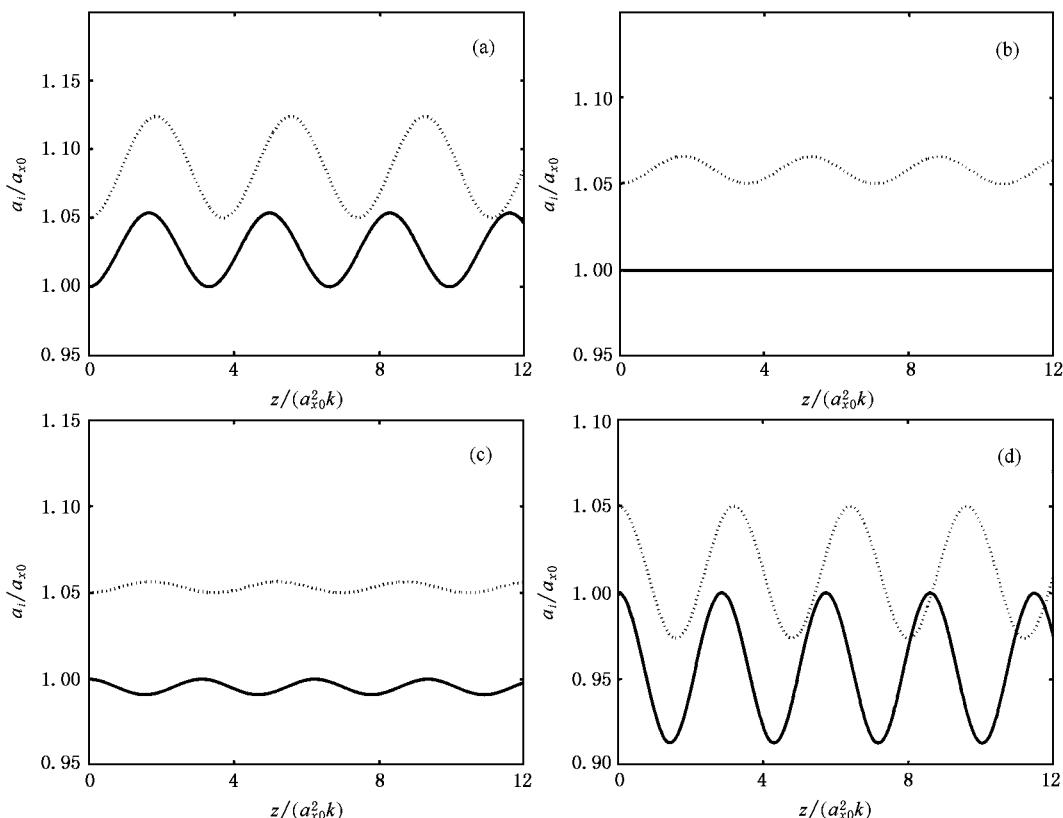


图 1 图中为不同初始功率下, 椭圆高斯光束长、短轴的演化规律(其中短轴  $a_x$  对应于实线, 长轴  $a_y$  对应于虚线, 参数取  $\alpha = 1.05$ ,  $w = 1.1$ (即  $P_{cx} < P_{cy}$ )) (a)  $P_0 = 0.9P_{cx}$  (b)  $P_0 = 1.0P_{cx}$  (c)  $P_0 = 1.02P_{cx}$  (d)  $P_0 = 1.2P_{cx}$

平衡,束宽保持不变,从而得到单向空间孤子解.不失一般性,可设椭圆高斯光束的长轴方向为 $y$ 轴,短轴方向为 $x$ 轴(即 $\alpha > 1$ ),在不同的介质中,由于两轴向临界功率大小的不同( $P_{cy} < P_{cx}$ 或 $P_{cy} > P_{cx}$ ),光束存在不同的演化形式.图1和图2分别反

映了在 $P_{cx} < P_{cy}$ (即 $\alpha < \sqrt{w}$ )和 $P_{cx} > P_{cy}$ (即 $\alpha > \sqrt{w}$ )的条件下, $P_0$ 取不同值时束宽的演化规律.以下把 $P_{cx} < P_{cy}$ 的情况简称为A类,把 $P_{cx} > P_{cy}$ 的情况简称为B类.

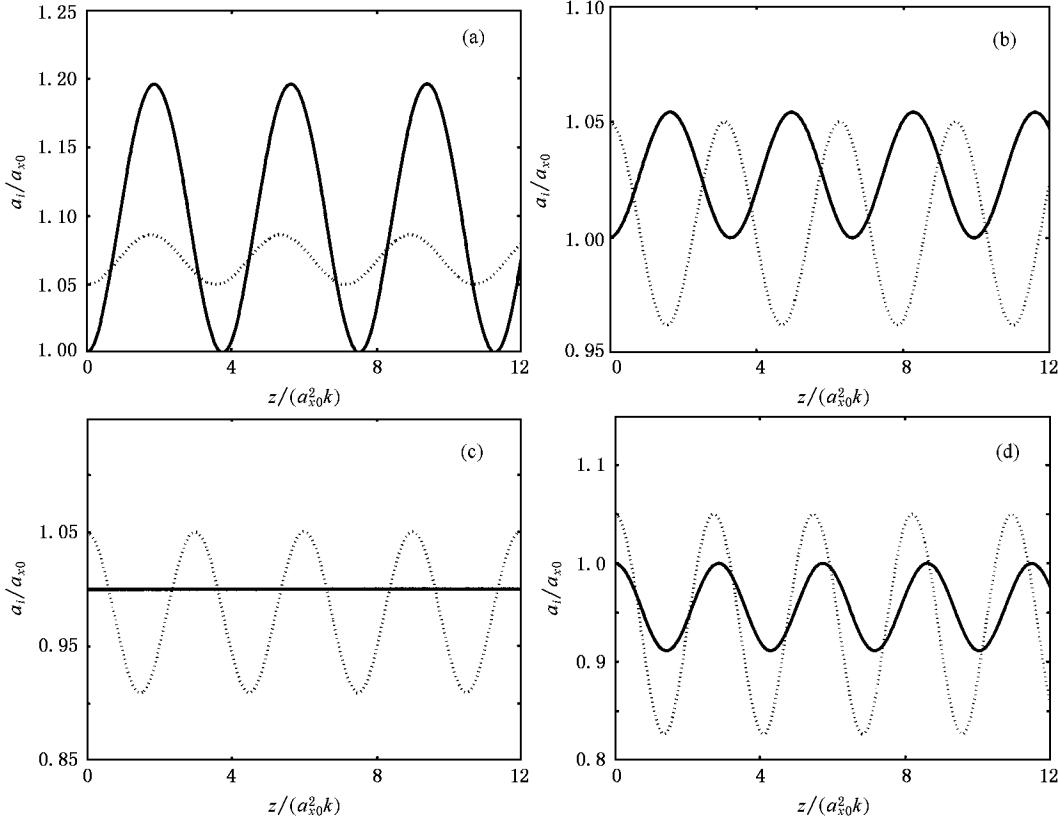


图2 图中为不同初始功率下,椭圆高斯光束长、短轴的演化规律(其中短轴 $a_x$ 对应于实线,长轴 $a_y$ 对应于虚线.参数取 $\alpha = 1.05$ , $w = 0.95$ (即 $P_{cx} > P_{cy}$ ))(a) $P_0 = 0.7P_{cx}$ (b) $P_0 = 0.9P_{cx}$ (c) $P_0 = 1.0P_{cx}$ (d) $P_0 = 1.2P_{cx}$

由周期比例关系 $T_y/T_x = w$ 可知,两横向波动周期之比由介质响应函数的椭圆率 $w$ 唯一确定,当 $w > 1$ 时, $T_y > T_x$ ,参考图1(a)(d);当 $w < 1$ 时, $T_y < T_x$ ,参考图2(a)(b)(d).随初始功率的改变椭圆高斯光束的演化规律如下:当 $P_0 < P_{ci}$ ( $i = x, y$ )时,椭圆光束长、短轴向的衍射展宽效应分别大于该轴向的非线性压缩效应,长、短轴分别作初始展宽的周期性波动,且 $a_{i0} \leq a_i \leq a_{i0}\sqrt{P_{ci}/P_0}$ ,参考图1(a)和图2(a).当 $P_0 > P_{ci}$ 时,光束长、短轴向的衍射展宽效应分别小于该轴向的非线性压缩效应,两轴向束宽分别作初始压缩的周期性波动,且 $a_{i0}\sqrt{P_{ci}/P_0} \leq a_i \leq a_{i0}$ ,参考图1(d)和图2(d).对于A类情况,存在 $P_{cx} < P_0 < P_{cy}$ ,此时,光束短轴表现为初始压

缩的周期性波动( $a_{x0}\sqrt{P_{cx}/P_0} \leq a_x \leq a_{x0}$ ),而光束长轴作初始展宽的周期性波动( $a_{y0} \leq a_y \leq a_{y0}\sqrt{P_{cy}/P_0}$ ),参考图1(c);对于B类情况,存在 $P_{cy} < P_0 < P_{cx}$ ,波动形式正好与A类情况相反,参考图2(b);当 $P_0 = P_{cx}$ 或 $P_0 = P_{cy}$ 时,短轴或长轴方向的衍射展宽效应与非线性压缩效应达到平衡,束宽保持不变,形成单向空间光孤子,参考图1(b)和图2(c),即一横向束宽保持稳定,而另一横向束宽作周期性波动.

以上参考图例是在各参量取特定值时,椭圆光束长、短轴的演化示意图,但反映的规律是普遍的.对于在传播过程中,椭圆高斯光束是否会演化为圆对称高斯光束,须进一步比较长轴波动的最小值与

短轴波动的最大值之间的关系.以  $P_{cy} < P_0 < P_{cx}$  为例,可分析出,在  $\alpha > w$  时,长、短轴的波动曲线相交(相交处为圆对称高斯光束),参考图 2(b),否则不相交.对于其他情况,分析方法相同,在此不再赘述.

总结上述讨论,可以得到:不同初始条件下,光束的演化有不同表现,响应函数的椭圆率唯一地决定了长、短轴波动周期之比,光束和响应函数的椭圆率决定了两横向孤子传输的临界功率之比.不同初始功率下,椭圆光束长、短轴分别作周期性波动或者孤子传输,光束整体的演化表现有以下三种:1)光束类周期性地由椭圆高斯光束演化为圆对称高斯光束,又由圆对称高斯光束演化为椭圆高斯光束,参考图 2(a)~(d)(实线和虚线相交处为圆对称高斯光束).2)光束仅类周期性地改变椭圆高斯光束的束宽大小,而不会形成圆对称高斯光束,参考图 1(b),(c).3)单向孤子传输(参考图 1(b),图 2(c))和椭圆孤子传输.当  $w=1$  时,为椭圆高斯光束入射到介质响应函数为圆对称时的情况,文献[9]已作讨论,在此不再重复.

最后,需要说明一点,各向异性孤子解已在具有各向异性非局域光折变材料中得到<sup>[20]</sup>.目前唯一确定的强非局域材料是 NLC<sup>[5]</sup>,对于 NLC 的物理特性及其非局域非线性特性,有多种文献详细分析<sup>[21,22]</sup>,但关于 NLC 对光场的响应函数的具体形式及其特性目前还没有文献提及,有待进一步研究.此外,通过纳米技术,我们已经可以按照需要合成人造功能材料,实现理论预期的而自然材料无法实现的相关特性<sup>[23]</sup>.光子晶体<sup>[24]</sup>,掺杂向列型液晶<sup>[25]</sup>也显示出一系列有趣的非局域非线性.因此,我们可以预期,本文在理论上发现的现象也为寻找强非局域非线性材料提供了一条有效途径.

## 4. 结 论

在强非局域非线性介质响应函数为椭圆对称时,采用与文献[7]类似的方法对 NNLSE 进行化简,得到了椭圆高斯光束各参量演化的精确解析解.通过对束宽演化方程及其精确解析解的进一步分析,发现傍轴椭圆高斯光束在强非局域非线性介质中传输时,长、短轴分别作不同幅度、不同周期的波动,且波动周期比例由介质响应函数的椭圆率唯一决定.不同初始条件下,光束可能类周期性地由椭圆高斯光束演化为圆对称高斯光束,再由圆对称高斯光束演化为椭圆高斯光束;也可能仅类周期性地改变椭圆高斯光束的大小,而不会形成圆对称高斯光束.一般情况下,两横向的临界功率不相等( $P_{cx} \neq P_{cy}$ ),如果使入射功率  $P_0$  等于  $P_{cx}$  或  $P_{cy}$ ,那么可以使  $x$  方向或  $y$  方向的束宽保持不变,从而得到单向空间光孤子.若初始束宽满足  $\alpha = \sqrt{w}$ (即  $P_{c1} = P_{c2} = P_c$ ) 时,取  $P_0$  等于  $P_c$ ,那么光束整体的衍射展宽效应与非线性压缩效应达到平衡,束宽保持不变,从而得到稳定的椭圆空间光孤子;椭圆强非局域空间光孤子的相移与介质响应函数的椭圆率有关,类圆对称椭圆空间光孤子有与圆对称光孤子类似的大相移性质.

在本文清样校对时,我们欣喜地发现本文预言的椭圆强非局域空间光孤子刚刚被实验验证<sup>[26]</sup>.该实验是在具有热非线性(thermal nonlinearity)的铅玻璃(lead glass)中实现的.铅玻璃的热非线性效应是非局域的,但本身是各向同性的.其各向异性的非局域非线性响应是通过铅玻璃材料的矩形边界条件来实现的.

- [1] Krolkowski W, Bang O, Rasmussen J J et al 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612
- [2] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [3] Mitchel D J, Snyder A W 1999 *J. Opt. Soc. Am. B* **16** 236
- [4] Assanto G, Peccianti M, Conti C 2003 *Optics Photon. News* **45** (14) 44
- [5] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [6] Guo Q 2004 *Optical Transmission, Switching, and Subsystems* (Washington: SPIE 5281) p581
- [7] Guo Q, Luo B, Yi F H et al 2004 *Phys. Rev. E* **69** 016602
- [8] Guo Q, Xu C B 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3025 (in Chinese)[郭旗、许超彬 2004 物理学报 53 3025 ]
- [9] Wang X H, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3183 (in Chinese)[王形华、郭旗 2005 物理学报 54 3183 ]
- [10] Xie Y Q, Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3020 (in Chinese)[谢逸群、郭旗 2004 物理学报 53 3020 ]
- [11] Xie Y Q, Guo Q 2004 *Opt. Quant. Electron.* **36** 1335
- [12] Xu C B, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5194 (in Chinese)[许超彬、郭旗 2005 物理学报 54 5194 ]
- [13] Cao J N, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3688 (in Chinese)[曹觉能、郭旗 2005 物理学报 54 3688 ]

- [ 14 ] Zhang X P , Guo Q 2004 *Acta Phys . Sin .* **54** 3178 ( in Chinese )  
[ 张霞萍、郭 旗 2005 物理学报 **54** 3178 ]
- [ 15 ] Bang O , Krolkowski W , Wyller J et al 2002 *Phys . Rev . E* **66**  
046619
- [ 16 ] Zhang X P , Guo Q 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 3182 ( in Chinese )  
[ 张霞萍、郭 旗 2005 物理学报 **54** 3182 ]
- [ 17 ] Zhang X P , Guo Q 2005 *Acta Phys . Sin .* **54** 5189 ( in Chinese )  
[ 张霞萍、郭 旗 2005 物理学报 **54** 5189 ]
- [ 18 ] Peccianti M , Brzakiewicz K A , Assanto G 2002 *Opt . Lett .* **27**  
1460
- [ 19 ] Peccianti M , Conti C , Assanto G 2002 *Appl . Phys . Lett .* **81** 3335
- [ 20 ] Zozulya A A , Anderson D Z , Mamaev A V et al 1996 *Europhys . Lett .* **36** 419
- [ 21 ] Khoo I C 1995 *Liquid Crystals :Physical Properties and Nonlinear Optical Phenomena* ( New York :Wiley )
- [ 22 ] Strinić A I , Timotijević D V , Arsenović D et al 2005 *Optics Express* **13** 493
- [ 23 ] Zhang L D 1995 *Physics* **24** 470 ( in Chinese )[ 张立德 1995 物理 **24** 470 ]
- [ 24 ] Guy V D S , Björn M , Peter B et al 2005 *Optics Express* **13** 1544
- [ 25 ] Huang Y P , Tsai T Y , Lee W et al 2005 *Optics Express* **13** 2058
- [ 26 ] Carmel R , Oren C , Ofer M et al 2005 *Phys . Rev . Lett .* **95** 213904

## Strongly nonlocal elliptical spatial optical soliton \*

Qin Xiao-Juan<sup>1,2)</sup> Guo Qi<sup>1,2)†</sup> Hu Wei<sup>1,2)</sup> Lan Sheng<sup>1)</sup>

1) Laboratory of Photonic Information Technique , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China )

2) Laboratory of Light Transmission Optics , School for Information and Optoelectronic Science  
and Engineering , South China Normal University , Guangzhou 510631 , China )

( Received 10 May 2005 ; revised manuscript received 21 July 2005 )

### Abstract

We investigate the propagation of the elliptical Gaussian beam in strongly nonlocal nonlinear media with an elliptically symmetric response. We derive analytical formulas for the evolution of the beam parameters and conditions for the formation of nonlocal elliptical spatial optical soliton.

**Keywords** : elliptically symmetric response medium , elliptical spatial optical soliton , phase shift

**PACC** : 4265S

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10474023 ) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province , China ( Grant No. 04105804 )

† E-mail :guoq@scnu.edu.cn