

# 实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱<sup>\*</sup>

陆俊发<sup>1,2)</sup> 纪宪明<sup>1,3)</sup> 印建平<sup>1)†</sup>

1) 华东师范大学物理系, 光谱学与波谱学教育部重点实验室, 上海 200062)

2) 东华理工学院物理系, 抚州 344000)

3) 南通大学物理系, 南通 226007)

(2005 年 8 月 3 日收到, 2005 年 11 月 30 日收到修改稿)

提出了一种利用单光束照明二元  $\pi$  相位板与透镜组合系统实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学四阱新方案. 计算了四阱的光强分布, 讨论了从光学四阱到双阱或到单阱的演化过程, 并导出了四阱和双阱几何参数、光强分布、强度梯度及其曲率与光学透镜系统参数间的解析关系. 研究表明, 通过相对移动二元  $\pi$  相位板可实现光学四阱到双阱或到单阱的连续双向演化, 获得了四阱或双阱间距与相位板移动距离的关系. 该方案在超冷原子物理、冷分子物理、原子光学、分子光学和量子光学, 甚至量子计算及信息处理等领域中有着广阔的应用前景.

关键词: 二元  $\pi$  相位板, 可控制光学四阱, 原子分子囚禁, 原子光学

PACC: 3280P, 3380P, 4250

## 1. 引 言

采用红失谐的单束聚焦高斯光束构成的光学势阱是实现冷原子或冷分子囚禁的基本方案之一. 1986 年, Chu 等<sup>[1]</sup>利用聚焦的红失谐高斯光束形成了第一个光学势阱, 并成功地实现了冷钠原子的激光囚禁, 其光阱的光学偶极势为 10 mK, 光子散射速率为 2600/s. 随后, 人们利用红失谐高斯光束或蓝失谐空心光束构成了各种光学势阱, 并成功实现了各种中性冷原子或冷分子的光学囚禁. 例如: 1993 年, Miller 等<sup>[2]</sup>利用超大红失谐的单束聚焦高斯光束实现了铷原子的激光囚禁. 1995 年, Takekoshi 等<sup>[3]</sup>提出了一种采用红失谐的单束聚焦  $\text{CO}_2$  激光实现冷铯原子光学囚禁的新方案. 1997 年, Kuga 等<sup>[4]</sup>采用蓝失谐拉盖尔-高斯空心光束实现了铷原子的光学囚禁. 1998 年, 印建平<sup>等</sup><sup>[5,6]</sup>提出了采用蓝失谐聚焦空心光束实现冷原子重力光学囚禁的新方案; 1999 年, Perrin 等<sup>[7]</sup>采用二束交叉的聚焦 YAG 激光实现了冷铯原子的光学囚禁, 并进行了光学势蒸发冷却. 2000 年, 印建平<sup>等</sup><sup>[8]</sup>提出用锥形空心光束对碱性原子的偶极囚禁. 2001 年, Birkl 等<sup>[9]</sup>提出了利用球面

微透镜阵列聚焦红失谐激光束产生表面微光阱阵列的新方案<sup>[9]</sup>. 最近, 人们采用聚焦红失谐 YAG 或  $\text{CO}_2$  激光实现了费米原子的量子简并<sup>[10,11]</sup>、全光学冷却与囚禁的原子或分子玻色-爱因斯坦凝聚 (BEC) 及其全光型原子激光的输出<sup>[12-20]</sup>.

近年来, 有关多样品原子或分子的冷碰撞性质、新颖光学晶格、全光型原子或分子芯片与全光型量子简并气体以及多原子团间的量子纠缠与量子干涉等研究<sup>[21-23]</sup>, 已成为超冷原子分子物理、原子分子与量子光学领域中的热门研究课题. 2004 年, 纪宪明<sup>等</sup><sup>[24-26]</sup>提出了实现冷原子或冷分子囚禁的可控制光学双阱、可控制双阱光学晶格以及表面空心微光阱阵列方案. 该方案可用于双原子样品冷碰撞性质的研究、双阱中冷原子的隧道效应和原子干涉的实验研究、双阱光学晶格和双阱 BEC 的实验研究等方面, 解决了从双光阱到单光阱或由单光阱到双光阱的连续演化问题. 但如何产生一个可控制的光学偶极四阱? 又如何实现四光阱到双光阱甚至到单光阱的连续演化? 一个可控制的光学四阱有何应用? 就我们所知, 至今还无人回答这些问题. 本文提出了一种新颖的可控制光学四阱方案, 研究并分析了这一光学四阱的几何参数、光强分布、强度梯度等与光

\* 国家自然科学基金(批准号: 10174050, 10374029), 国家自然科学基金重点项目(批准号: 10434060), 上海市重点学科建设基金和教育部 211 专项基金资助的课题.

† 通讯联系人. E-mail: jpyin@phy.ecnu.edu.cn

学系统参数的关系及其从光学四阱到双阱或单阱的演化方案,并探讨了可控制光学四阱在原子分子物理、原子光学、分子光学和量子光学等领域中的潜在应用.

## 2. 可控制的光学四阱方案

可控制的光学四阱方案由图 1 所示的一边长为  $4a$  的矩形  $\pi$  相位板和一边长为  $2a$  的矩形透镜组成.图 1 是长宽均为  $4a$  的矩形透明介质平板,分为边长为  $2a$  的四个正方形,四个正方形中的两个对角正方形光学厚度相同,与另两个对角正方形的光学厚度之差为  $\lambda/2(z=0)$ ,相应的相位差为  $\pi$ , $z$  轴沿透镜光轴方向,与相位板平面垂直.一束沿  $z$  方向传播的平面光波通过相位板被分为相位相反(相位差为  $\pi$ )的两部分,亦即通过图 1 中相位板的第一、第三象限的光波相位为 0,而通过第二、第四象限的光波相位为  $\pi$ ,且四部分面积相等,相位板中心与边长为  $2a$  的矩形透镜光心的位置重合.由于完全相消干涉效应,通过相位板和透镜的光波在  $xoz, yoz$  平面上任意点叠加的光强均为零,但由于部分相消或相长干涉效应,在其他平面上的光强大小将随空间位置而变化.如果没有相位板,在透镜焦平面( $z=f$  取为  $x_0y_0$  平面)上的光强分布由透镜孔径的夫琅禾费衍射分布给出;引入相位板后,在透镜焦平面上将得到四光束干涉的图样,但光强分布受透镜孔径( $2a \times 2a$ )限制的矩孔衍射调制.由于通过透镜的四个光波的相邻光波相位相反,干涉结果消除了矩孔衍射的零级主极大,形成了四个光强相等的沿  $\pm 45^\circ$  方向上的  $\pm 1$  级主极大,其他次极大的光强远小于  $\pm 1$  级主极大.因此,加入  $\pi$  相位板后,在透镜焦平面附近将形成四个光学势阱,称之为光学四阱.当入射光波为红失谐时,上述光学四阱可用于冷原子或冷分子的激光囚禁.

当用波长为  $\lambda$  的平面单色光波照明透镜通光窗口内的相位板时,通过相位板的光波将产生  $\pi$  相位差,因此这样的相位板称为二元  $\pi$  相位板.理论计算与分析表明:在二元  $\pi$  相位板与透镜组合后,当用平面单色光波(或横向电磁波(TEM<sub>00</sub>)模式激光高斯光束)照明时,将在透镜焦平面上产生光学偶极四阱.当相位板沿  $x$  方向移动(透镜不动)时,就可实现四阱到双阱的变化,而当相位板沿  $xy$  对角线方向移动时,则可实现四阱直接到单阱的演化.其演化机

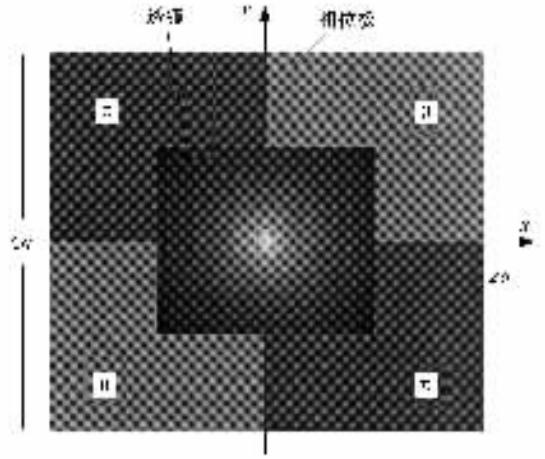


图 1 构成光学四阱的相位板

制可解释如下:当相位板沿  $x$  方向移动时,相位相反的光波在  $xoz$  平面上产生的光波将不会发生完全的相消干涉,且随着相位板移动距离  $t$  的增加,在  $x$  方向上通过 0 与  $\pi$  相位两部分的面积差增大,于是在  $xoz$  平面处的光强将不断增大,特别地,当相位板移动距离为  $t=a$  时,相位板在  $x$  方向的调制作用将消失,在透镜焦平面上的光强分布也就演化为  $y$  方向的双阱分布.此外,当相位板在  $xoy$  平面内沿  $xy$  的对角线方向移动时,通过相位板的光波相位为 0 和  $\pi$  部分的面积不再相等,四光阱将向焦点处移动,且焦点处的光强将不断增加,特别地,当移动距离为  $\sqrt{2}a$  时,相位板的相位调制作用将完全消失,在透镜焦平面上的光强分布将演化为透镜的通光孔径的夫琅禾费衍射光强分布,从而在透镜焦点处将获得一个光强较大的单光阱.由此可见,只要将相位板相对于透镜进行适当平移,就可以实现光学四阱到双阱或到单阱的连续演化,反之亦然.显然,本文提出的光学四阱方案在元器件制作、光路调节以及对冷原子或冷分子的激光囚禁与操控上极为简便灵活.

## 3. 理论计算与分析

### 3.1. 光学四阱的参数计算

在图 1 中,相位板上 0 与  $\pi$  相位的突变线位于  $x$  和  $y$  轴上,透镜中心位于突变线的中点上,则相位板的透过率函数由下式给出:

$$g(x, y) = \text{rect}\left[\frac{x-a}{2a}, \frac{y-a}{2a}\right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \operatorname{rect}\left[\frac{x+a}{2a}, \frac{y+a}{2a}\right] \\
 & - \operatorname{rect}\left[\frac{x-a}{2a}, \frac{y+a}{2a}\right] \\
 & - \operatorname{rect}\left[\frac{x+a}{2a}, \frac{y-a}{2a}\right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

式中  $\operatorname{rect}(\cdot, \cdot)$  为矩形函数. 为了计算方便, 假设用理想平面光波垂直照射相位板, 照明光波的波长为  $\lambda$ , 振幅为  $A$ , 透镜焦距为  $f$ , 根据菲涅耳衍射理论, 在距透镜  $z$  处, 且垂直于光轴的任一平面  $x'oy'$  上的光扰动分布为

$$\begin{aligned}
 U(x', y', z) = & \frac{A}{\lambda z} \int_{-a}^a \int_{-a}^a g(x, y) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda} \right. \\
 & \times \left[ (x^2 + y^2) \left( \frac{1}{z} - \frac{1}{f} \right) \right. \\
 & \left. \left. - \frac{2xx' + yy'}{z} \right] \right\} dx dy, \quad (2)
 \end{aligned}$$

相应的光强分布为  $I(x', y', z) = |U(x', y', z)|^2$ . 当  $z = f$  时, 透镜焦平面 ( $x_0oy_0$ ) 上的光强分布为

$$\begin{aligned}
 I(x_0, y_0) = & \frac{16a^4 I_0 \sin^4[\pi ax_0 / (\lambda f)]}{(\lambda f)^2 [(\pi ax_0 / (\lambda f))]^2} \\
 & \times \frac{\sin^4[\pi ay_0 / (\lambda f)]}{[(\pi ay_0 / (\lambda f))]^2}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

式中  $I_0 = A^2$ . 根据 (3) 式的计算, 可以导出在  $x_{0\max} = \pm 0.3710\lambda f/a$ ,  $y_{0\max} = \pm 0.3710\lambda f/a$  处存在着四个光强极大值, 亦即存在着四个光学偶极势阱, 其最大光强为

$$I_{\max}(x_0, y_0, f) = 4.411a^4 I_0 / (\lambda f)^2. \quad (4)$$

计算结果表明, 第二极大的最大光强将小于第一极大光强的  $1/11$ . 我们推导了表征光阱的一些几何参数与  $\lambda$ ,  $f$  和  $a$  间的解析关系. 相邻两个光阱的中心距离为

$$\begin{aligned}
 \Delta x_{\max} & = 0.7420(\lambda f/a), \\
 \Delta y_{\max} & = 0.7420(\lambda f/a). \quad (5)
 \end{aligned}$$

每个光阱在  $x_0, y_0$  和  $z$  方向上光强分布的半宽度分别为

$$\begin{aligned}
 \Delta x_{1/2} & = 0.398938(\lambda f/a), \\
 \Delta y_{1/2} & = 0.398938(\lambda f/a), \quad (6) \\
 \Delta z_{1/2} & = 1.33149\lambda(f/a)^2.
 \end{aligned}$$

类似地, 每个光阱在  $x_0, y_0$  和  $z$  方向上光强分布为最大值的  $1/e^2$  的宽度分别为

$$\begin{aligned}
 \Delta x_{1/e^2} & = 0.630633(\lambda f/a), \\
 \Delta y_{1/e^2} & = 0.630633(\lambda f/a), \quad (7) \\
 \Delta z_{1/e^2} & = 2.30249\lambda(f/a)^2.
 \end{aligned}$$

从上述讨论可知, 每个光阱的囚禁体积可近似为一个椭球, 单阱中光强大于最大光强的一半或  $1/e^2$  的可用于囚禁冷原子或冷分子的体积分别为

$$\begin{aligned}
 \Delta V_{1/2} & = 0.110955\lambda^3(f/a)^3, \\
 \Delta V_{1/e^2} & = 0.479456\lambda^3(f/a)^3. \quad (8)
 \end{aligned}$$

(8) 式表明, 单个光阱的囚禁体积与透镜的相对孔径 ( $a/f$ ) 的四次方成反比. 即通过改变透镜系统的相对孔径就可有效地改变囚禁原子或分子样品的体积, 进而改变囚禁粒子的数目或密度.

在  $x_0, y_0$  方向上光强分布的最大梯度及其最大曲率分别为

$$\left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|_{\max} = 18.7145 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^3 I_0 a^2, \quad (9)$$

$$\left| \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{\max} = 18.7145 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^3 I_0 a^2;$$

$$\left| \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right|_{\max} = 143.799 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^4 I_0 a^2, \quad (10)$$

$$\left| \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right|_{\max} = 143.799 \left( \frac{a}{\lambda f} \right)^4 I_0 a^2.$$

由此可见, 光阱在  $x, y$  方向的最大光强梯度及其最大曲率分别与透镜系统的相对孔径的三次方和四次方成正比, 即通过改变透镜系统的相对孔径就可实现光阱中冷原子或冷分子运动的激光操控. 至于  $z$  方向的光强梯度及其曲率只能通过数值计算得到. 当  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $f = 50 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 1.06 \text{ }\mu\text{m}$ , 激光器功率为  $20 \text{ W}$ ,  $w_0 = 7.07 \text{ mm}$  和  $I_0 = 1.27 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ , 透镜焦平面和光阱沿  $z$  方向的光强等值线分布如图 2 (a) 和 (c) 所示, 相应的二维光强分布如图 2 (b) 和 (d) 所示, 其最大光强约为  $1.25 \times 10^9 \text{ W/m}^2$ . 光学四阱的其他几何参数及其最大光强梯度与曲率的计算结果列于表 1. 以光强最大值的  $1/e^2$  点为边界, 采用数值积分近似计算, 则得到单个光阱内的平均光强为  $\bar{I} = 4.69 \times 10^8 \text{ W/m}^2$ . 由表 1 可见, 光阱的体积  $\Delta V_{1/e^2} = 0.057 \text{ mm}^3$ , 相应的最大光强梯度及其曲率分别达到  $4.99 \times 10^{13} \text{ W/m}^3$  和  $3.62 \times 10^{18} \text{ W/m}^4$  左右. 当粒子密度为  $n = 10^{13} \text{--} 10^{14} / \text{cm}^3$  时, 光阱中囚禁的粒子数可达到  $N \approx 5 \times 10^8 \text{--} 5 \times 10^9$ . 显然, 这样的光阱可用于原子或分子 BEC 的光学囚禁, 甚至用于全光型原子或分子 BEC 的实现.

为简便起见, 在以上的讨论中我们采用平面光波进行了计算, 但实际应用中一般采用高斯激光光波照明透镜系统. 如果使用  $\text{TEM}_{00}$  模高斯光波照明系统, 则理论计算表明<sup>[24]</sup>: 当束腰半径  $w_0$  较小时,

高斯光阱与平面波光阱的差异较大,而当  $w_0 \geq \sqrt{2}a$ , 且平面光波  $I_0$  与高斯光波  $I_C$  满足近似关系  $\bar{I}_C/I_0 = 1 + 1.054\exp(-1.625a/w_0)$  时,TEM<sub>00</sub> 模高斯光波

与平面光波照明产生的光阱最大光强相同,光强分布很相近,而且  $w_0$  越大两者的差别就越小.因此,只要满足上述条件,即可用高斯光波取代平面光波.

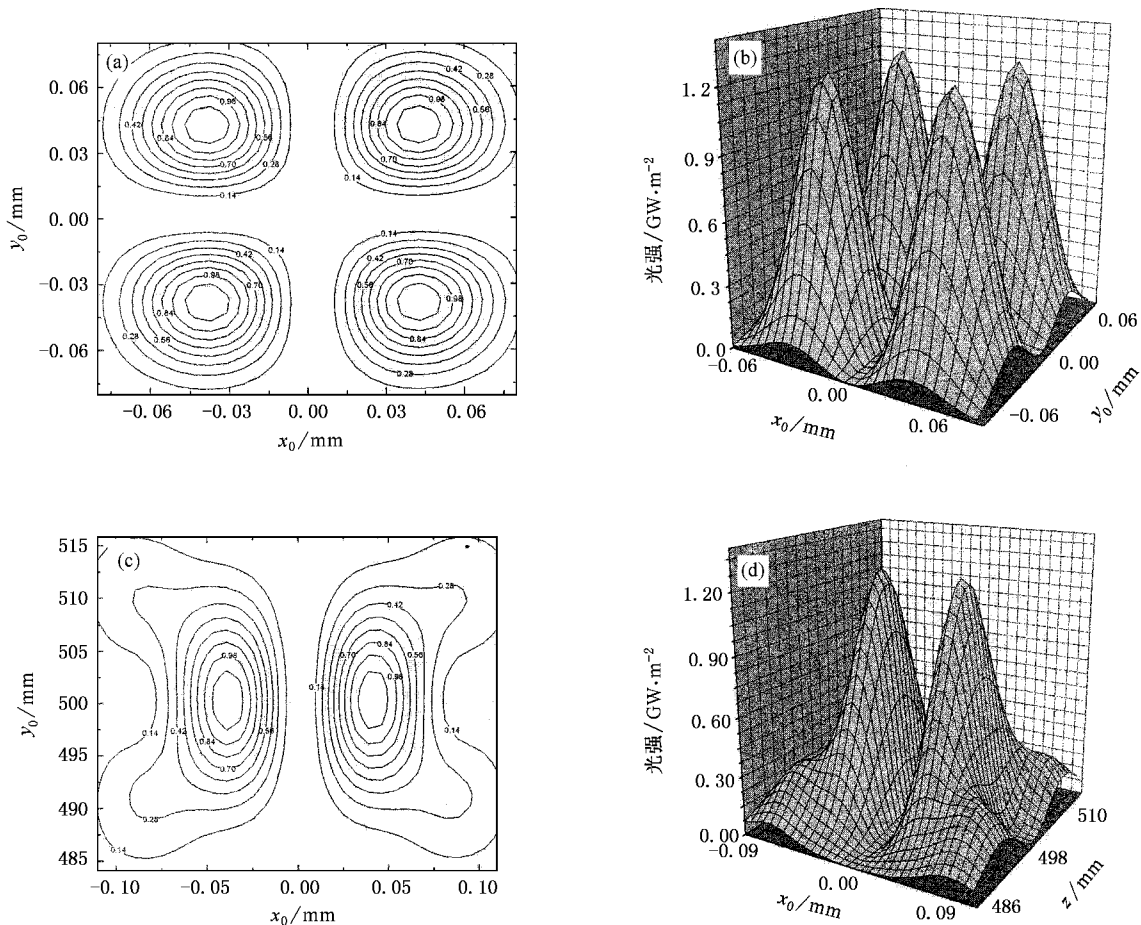


图 2 光强等值线分布和二维光强分布 (a)和(b)分别为透镜焦平面上四光阱的光强等值线分布和二维光强分布 (c)和(d)分别为  $yoz$  平面内  $x = 0.371\lambda/l/a$  处的光强等值线分布和二维光强分布

表 1 光学四阱几何参数、最大光强梯度及曲率的计算结果

参 量	计算值	参 量	计算值
$\Delta x_{1/2}/\text{mm}$	0.04229	$\Delta V_{1/e^2}/\text{mm}^3$	0.0571
$\Delta y_{1/2}/\text{mm}$	0.04229	$\left  \frac{\partial I}{\partial x_0} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$4.99 \times 10^{13}$
$\Delta z_{1/2}/\text{mm}$	14.14	$\left  \frac{\partial I}{\partial y_0} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$4.99 \times 10^{13}$
$\Delta x_{1/e^2}/\text{mm}$	0.06685	$\left  \frac{\partial I}{\partial z} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$6.03 \times 10^{11}$
$\Delta y_{1/e^2}/\text{mm}$	0.06685	$\left  \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$3.62 \times 10^{18}$
$\Delta z_{1/e^2}/\text{mm}$	24.41	$\left  \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$3.62 \times 10^{18}$
$\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$	0.01322	$\left  \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \right _{\text{max}} / \text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$3.26 \times 10^{14}$

到多偶极势阱的情形,例如用于构成八偶极势阱或六偶极势阱的  $\pi$  相位板分别如图 3(a)和(b)所示.利用图 3(a)所示的相位板和矩形透镜,即可在透镜焦平面处得到光强分布相同的八偶极光阱.当相位板移动时,其光阱数目可从八阱连续演化为四阱(当相位板沿  $x$  或  $y$  方向移动时)或演化为双阱(当相位板沿  $xy$  轴的  $45^\circ$  方向移动时).依此类推,如果将矩形二元相位板按坐标原点为中心在  $2\pi$  平面内等角度分为偶数个区域,且相邻两区域的相位差为  $\pi$ ,即可在矩形透镜的焦平面处产生相应的偶数个光学偶极势阱.这些偶极阱的光强对称分布,但相邻光阱的光强有差别.如果采用圆状透镜和图 3(b)二元  $\pi$  相位板的组合,二元相位板等角度分为偶数份,则可得偶数个光强分布相同的光学偶极势阱.

进一步的理论研究表明,上述四阱方案可推广

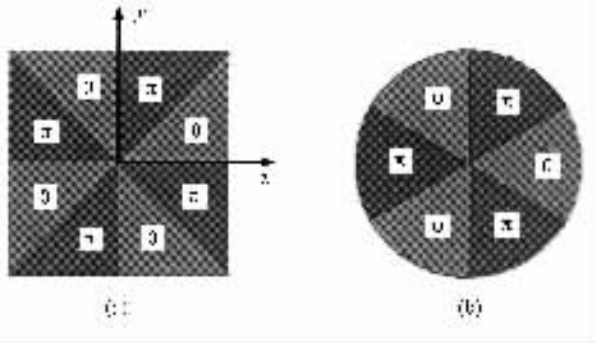


图3 形成八极阱的矩形相位板(a)和形成六极阱的圆形相位板(b)

### 3.2. 光学四阱的演化过程

#### 3.2.1. 光学四阱到双阱的演化

若二元相位板沿  $x$  轴的正方向移动,且移动距离为  $t$ ,则透镜孔径部分的透过率函数为

$$g(x, y) = \text{rect}\left[\frac{x - (a+t)/2}{a-t}, \frac{y - a/2}{a}\right] + \text{rect}\left[\frac{x + (a-t)/2}{a+t}, \frac{y - a/2}{a}\right] - \text{rect}\left[\frac{x - (a+t)/2}{a-t}, \frac{y + a/2}{a}\right] - \text{rect}\left[\frac{x + (a-t)/2}{a+t}, \frac{y + a/2}{a}\right], \quad (11)$$

而透镜后焦面上的光扰动分布为

$$U = \frac{A}{\lambda f} F[g(x, y)] = 2a \frac{\sin^2(\pi a y_0 / \lambda f)}{(\pi a y_0 / \lambda f)} \times \left\{ (a-t) \exp\left[-y \frac{\pi(a+t)x_0}{\lambda f}\right] \times \text{sinc}\left[\frac{\pi(a-t)x_0}{\lambda f}\right] - (a+t) \exp\left[y \frac{\pi(a-t)x_0}{\lambda f}\right] \times \text{sinc}\left[\frac{\pi(a+t)x_0}{\lambda f}\right] \right\}. \quad (12)$$

当  $t=0$  时,对(12)式平方后即变为(3)式,即为四阱光强分布,而当  $t=a$  时,光扰动分布为

$$U = \frac{4a^2 A}{\lambda f} \frac{\sin^2(\pi a y_0 / \lambda f)}{(\pi a y_0 / \lambda f)} \frac{\text{sinc}(2\pi a x_0 / \lambda f)}{(2\pi a x_0 / \lambda f)}. \quad (13)$$

对(13)式平方后与文献[24]中的双阱光强分布表达式(3)相同.当  $t=0.4a, 0.54a, a$  时,透镜焦平面上光强的等值线分布如图4(a)(c)和(e)所示.相应的二维光强分布如图4(b)(d)和(f)所示.图4表明,随着二元相位板的移动,光阱将从四阱演化为双阱;反之,如将相位板的移动距离  $t$  从  $a$  减小到0,

则光阱将从双阱演化为四阱,此演变过程是可逆的.表2给出了两个光阱中心的距离  $\Delta x_{\max}$  和最大光强  $I_{\max}$  随相位板位移距离  $t$  (以  $a$  为单位)的计算结果.表3给出了演化后光学双阱的相关参数.

表2 四阱演化为双阱时相邻两阱的距离  $\Delta x_{\max}$  和最大光强  $I_{\max}$  随相位板移动距离  $t$  变化的计算结果

$t/a$	$\Delta x_{\max}/10^{-2}\text{mm}$	$\Delta x_{\max}/\lambda f \cdot a^{-1}$	$I_{\max}/\text{GW} \cdot \text{m}^{-2}$
0.1	7.71	0.73	1.23
0.2	7.64	0.72	1.18
0.3	7.34	0.69	1.12
0.4	6.84	0.65	1.04
0.5	6.06	0.57	0.98
0.55	5.46	0.52	0.97
0.6	4.58	0.43	0.97
0.65	3.10	0.29	0.84
0.67	0.78	0.07	1.03
0.7	~0.00	~0.00	1.16
0.8	~0.00	~0.00	1.51
1.0	0.00	0.00	2.37

表3 光学双阱几何参数、最大光强梯度及曲率的计算结果

参 量	计算值	参 量	计算值
$\Delta x_{1/2}/\text{mm}$	0.04694	$\Delta V_{1/c^2}/\text{mm}^3$	0.058842
$\Delta y_{1/2}/\text{mm}$	0.04233	$\left \frac{\partial I}{\partial x_0}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$7.6 \times 10^{13}$
$\Delta z_{1/2}/\text{mm}$	13.626	$\left \frac{\partial I}{\partial y_0}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$9.55 \times 10^{13}$
$\Delta x_{1/c^2}/\text{mm}$	0.0742	$\left \frac{\partial I}{\partial z}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$	$1.0439 \times 10^{12}$
$\Delta y_{1/c^2}/\text{mm}$	0.066861	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$5.561 \times 10^{18}$
$\Delta z_{1/c^2}/\text{mm}$	22.6522	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$7.94 \times 10^{18}$
$\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$	0.0141761	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial z^2}\right _{\max}/\text{W} \cdot \text{m}^{-4}$	$5.28 \times 10^{14}$

#### 3.2.2. 光学四阱到单阱的演化

当相位板沿  $xy$  对角线(即  $45^\circ$  方向)移动  $\sqrt{2}t$  时,孔径透过率函数可改写为

$$g(x, y) = \text{rect}\left[\frac{x - (a+t)/2}{a-t}, \frac{y - (a+t)/2}{a-t}\right] + \text{rect}\left[\frac{x + (a-t)/2}{a+t}, \frac{y + (a-t)/2}{a+t}\right] - \text{rect}\left[\frac{x - (a+t)/2}{a-t}, \frac{y + (a-t)/2}{a+t}\right] - \text{rect}\left[\frac{x + (a-t)/2}{a+t}, \frac{y - (a+t)/2}{a-t}\right], \quad (14)$$

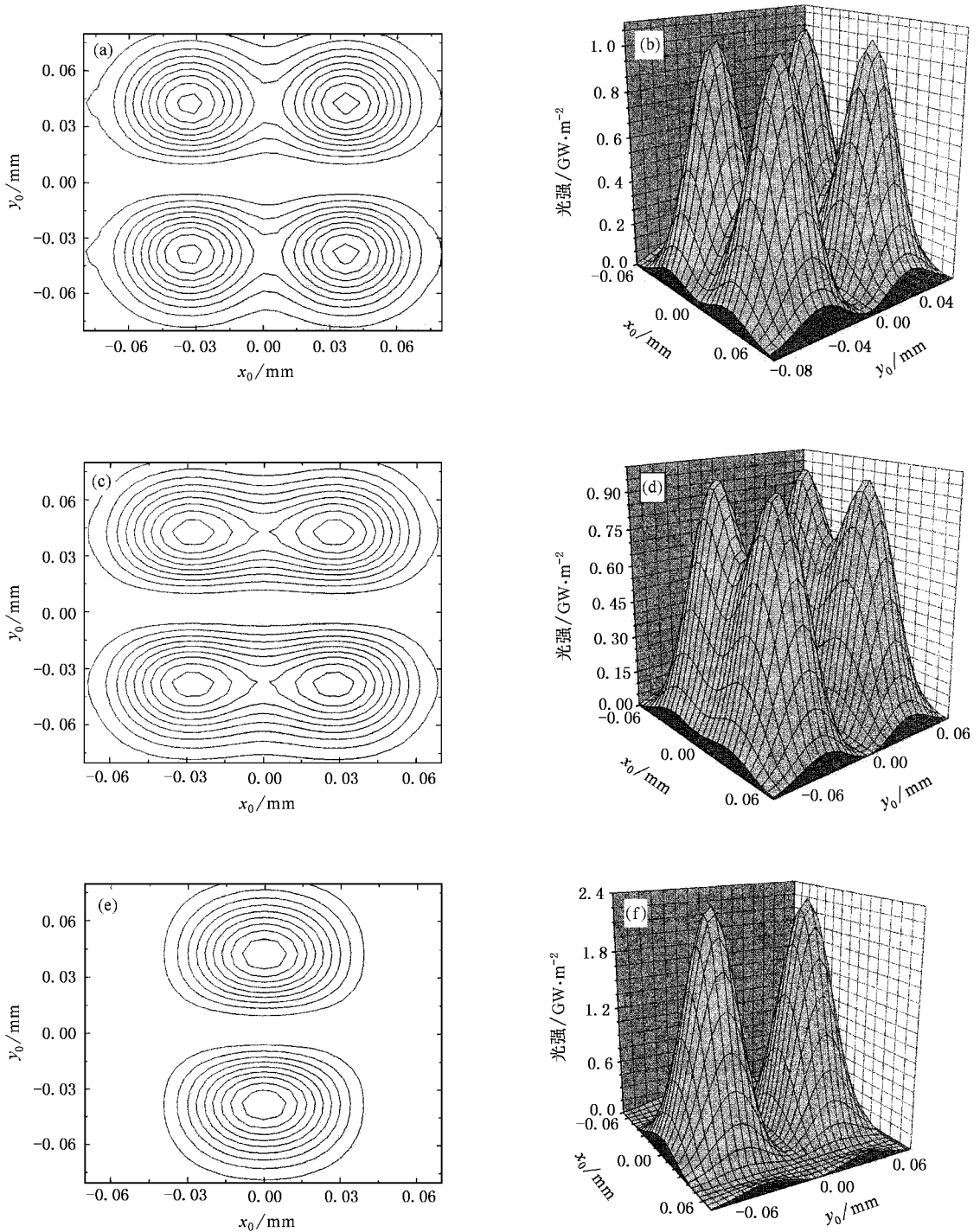


图4 当相位板沿  $x$  轴正方向移动时光学四阱到双阱的演化过程 (a)和(b)分别为  $t=0.4a$  时的光强等值线和二维光强分布, (c)和(d)分别为  $t=0.54a$  时的光强等值线和二维光强分布 (e)和(f)分别为  $t=a$  时的光强等值线和二维光强分布

而透镜后焦面上的光扰动分布为

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{A}{\lambda f} \left\{ (a-t) \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda f} (a+t) x_0 \right] \right. \\
 & \times \exp \left[ -i \frac{\pi}{\lambda f} (a+t) y_0 \right] \\
 & \times \operatorname{sinc} \left[ \frac{\pi}{\lambda f} (a-t) x_0 \right] \operatorname{sinc} \left[ \frac{\pi}{\lambda f} (a-t) y_0 \right] \\
 & \left. + (a+t) \right. \\
 & \times \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda f} (a-t) x_0 \right] \exp \left[ i \frac{\pi}{\lambda f} (a-t) y_0 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)x_0\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)y_0\right] \\ & - (a+t)(a-t) \\ & \times \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)x_0\right] \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f}(a-t)y_0\right] \\ & \times \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a-t)x_0\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)y_0\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - (a+t)(a-t) \\ & \times \exp\left[i\frac{\pi}{\lambda f}(a-t)x_0\right] \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)y_0\right] \\ & \times \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a+t)x_0\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{\pi}{\lambda f}(a-t)y_0\right] \}. \quad (15) \end{aligned}$$

当  $t=0$  时,对(15)式平方后即与(3)式完全相

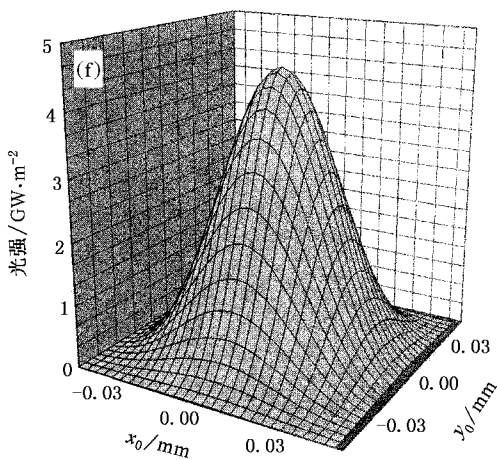
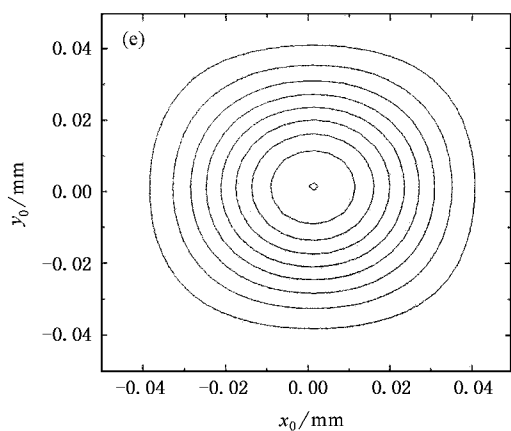
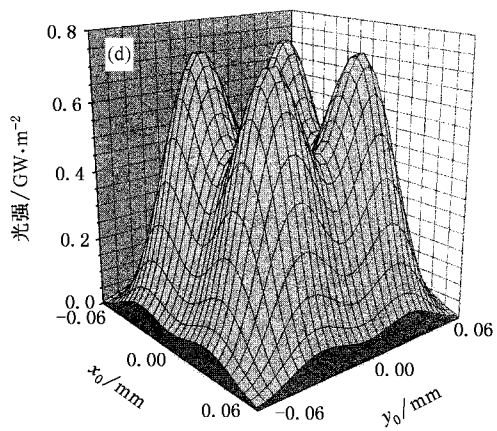
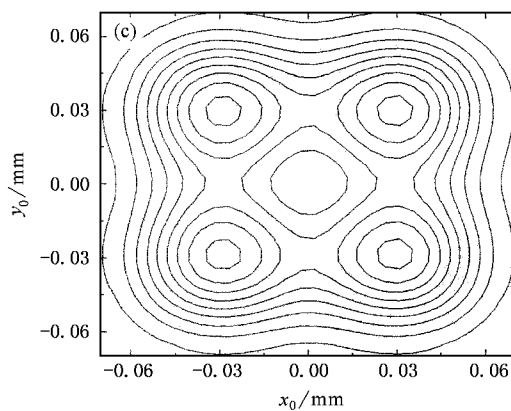
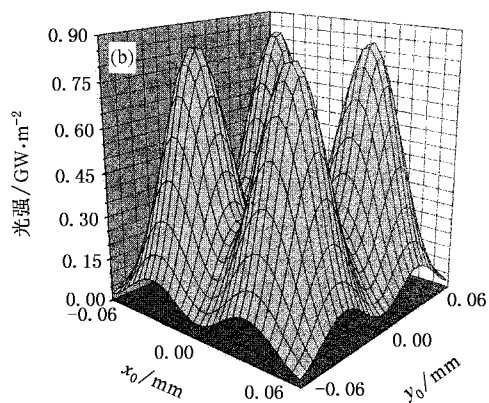
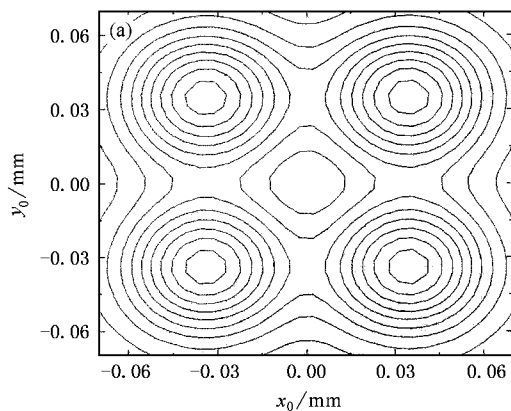


图5 当相位板沿 $45^\circ$ 方向(即 $xy$ 对角线)移动时光学四阱到单阱的演化过程。(a)和(b)分别为 $t=0.4a$ 时的光强等值线和二维光强分布,(c)和(d)分别为 $t=0.52a$ 时的光强等值线和二维光强分布,(e)和(f)分别为 $t=a$ 时的光强等值线和二维光强分布

同,为光学四阱情形,而当  $t = a$  时,

$$U = \frac{4a^2 A}{\lambda f} \operatorname{sinc}\left[\frac{2\pi a}{\lambda f} x_0\right] \operatorname{sinc}\left[\frac{2\pi a}{\lambda f} y_0\right], \quad (16)$$

相应的光强为  $I = U^2$ , 此时为光学单阱情形. 这表明当相位板沿  $45^\circ$  方向移动  $\sqrt{2}a$  时, 光学四阱将连续演变为单阱. 相应的光强等值线和光强二维分布分别如图 5 中 (a)(c)(e) 和 (b)(d)(f) 所示. 从 (15) 式可知, 随着  $t$  的增加, 两阱中心的距离  $\Delta x_{\max}$  减小, 两阱中心处的光强增大, 光阱的总体积减小, 光阱内平均光强增大. 表 4 给出了两光阱中心的距离  $\Delta x_{\max}$  ( $\Delta y_{\max}$  与  $\Delta x_{\max}$  相同) 和最大光强  $I_{\max}$  随着相位板位移距离  $t$  (以  $a$  为单位) 演化的计算结果, 相应的演化规律与文献 [24] 中的 (13) 式相同. 表 5 给出了演化为光学单阱时的单阱相关参数. 经数据拟合, 相邻两阱最大光强处的间距随相位板相对位移  $t/a$  的变化关系为

$$\Delta x_{\max} = 0.7324 - 0.04 \exp(7.4429t). \quad (17)$$

拟合结果如图 6(a) 所示, 而光阱最大光强随相对位移  $t/a$  的变化规律为

$$I_{\max} = 1.22697 + 1.21167t - 9.27840t^2 + 8.38470t^3 + 3.00965t^4. \quad (18)$$

相应的拟合结果如图 6(b) 所示.

表 4 四阱演化为单阱时相邻两阱的距离  $\Delta x_{\max}$  和最大光强  $I_{\max}$  随相位板移动距离  $t$  变化的计算结果

$t/a$	$\Delta x_{\max}/10^{-2}\text{mm}$	$I_{\max}/\text{GW}\cdot\text{m}^{-2}$
0.1	7.71	1.21
0.2	7.64	1.12
0.3	7.34	1.00
0.4	6.84	0.87
0.5	6.06	0.77
0.55	5.48	0.74
0.6	4.62	0.76
0.65	3.30	0.84
0.67	1.31	0.967
0.7	~0.00	1.09
0.8	~0.00	1.85
1.0	0.00	4.52

此外, 若将二元相位板绕  $z$  轴转动, 则可实现光学四阱中冷原子相对空间位置随相位板的旋转操纵与控制.

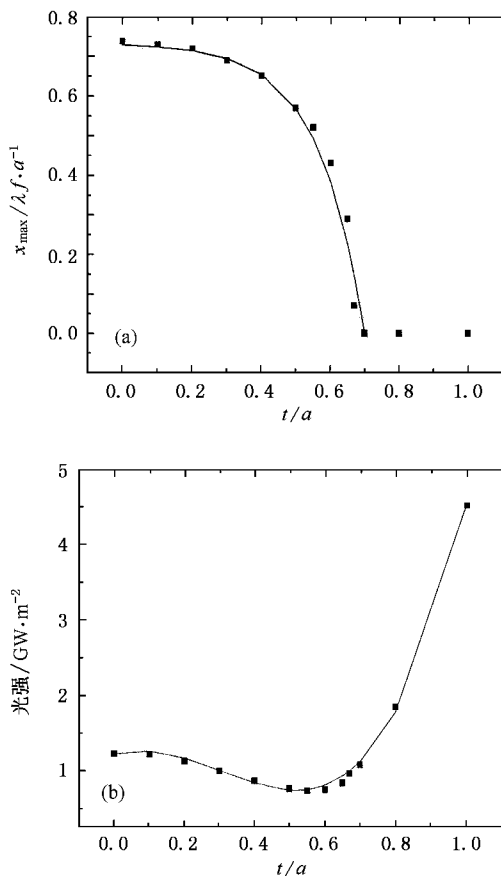


图 6 相邻两阱间距 (a) 和最大光强 (b) 与相位板相对位移  $t/a$  的关系. 点为计算数据, 曲线为拟合结果.

表 5 光学单阱的几何参数、最大光强梯度及曲率半径的计算结果

参量	计算值	参量	计算值
$\Delta x_{1/2}/\text{mm}$	0.04694	$\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$	0.0633124
$\Delta y_{1/2}/\text{mm}$	0.04696	$\left \frac{\partial I}{\partial x_0}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$	$1.448 \times 10^{13}$
$\Delta z_{1/2}/\text{mm}$	13.162	$\left \frac{\partial I}{\partial y_0}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$	$1.448 \times 10^{13}$
$\Delta x_{1/e^2}/\text{mm}$	0.07422	$\left \frac{\partial I}{\partial z}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-3}$	$1.778 \times 10^{12}$
$\Delta y_{1/e^2}/\text{mm}$	0.07422	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial x^2}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-4}$	$1.059 \times 10^{19}$
$\Delta z_{1/e^2}/\text{mm}$	21.9507	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-4}$	$1.059 \times 10^{19}$
$\Delta V_{1/2}/\text{mm}^3$	0.0151977	$\left \frac{\partial^2 I}{\partial z^2}\right _{\max}/\text{W}\cdot\text{m}^{-4}$	$8.49 \times 10^{14}$

## 4. 可控制光学四阱的潜在应用

### 4.1. 冷原子或冷分子样品的光学囚禁

当一个二能级原子在非均匀光场中运动时, 由于交流 Stark 效应, 将受到一个光场偶极力的作用.



当失谐量  $\delta = \omega_1 - \omega_a$  ( $\omega_1$  为激光频率,  $\omega_a$  为原子共振频率) 较大时, 相互作用势  $U_D(\mathbf{r})$  由下式给出<sup>[61]</sup>:

$$U_D(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_a^3} \left( \frac{1}{\omega_a - \omega_1} + \frac{1}{\omega_a + \omega_1} \right) \mathcal{I}(\mathbf{r}), \quad (19)$$

式中,  $\mathcal{I}(\mathbf{r})$  为光场的强度分布,  $\Gamma$  为原子的自然线宽. 当光场为红失谐时, 相互作用的光学偶极势  $U_D(\mathbf{r})$  为吸引势, 原子被吸引到光强最强处. 对于 <sup>85</sup>Rb 原子的  $D_2$  线,  $\omega_a = 2\pi \times 3.85 \times 10^{14}$  Hz,  $\Gamma = 2\pi \times 6.1 \times 10^6$  Hz, 对于最大光强  $I_{\max} = 1.246 \times 10^9$  W/m<sup>2</sup> 和平均光强  $\bar{I} = 4.691 \times 10^8$  W/m<sup>2</sup> 的光学四阱, 相应的偶极势分别为  $U_{D\max} = 188 \mu\text{K}$  和  $\bar{U}_D = 70.6 \mu\text{K}$ , 这远高于光学粘胶中的冷<sup>85</sup>Rb 原子温度(约 10  $\mu\text{K}$ ). 由 (4) 式可知, 增大透镜的相对孔径还可进一步提高光阱的最大光强, 从而获得更高的光学囚禁势.

此外, 当二能级原子在光场中运动时还将发生自发辐射, 其辐射速率由下式估计<sup>[61]</sup>:

$$S_{\text{sc}} = -\frac{3\pi c^2 \Gamma^2}{2\hbar\omega_a^3} \left( \frac{\omega_1}{\omega_a} \right)^2 \times \left( \frac{1}{\omega_a - \omega_1} + \frac{1}{\omega_a + \omega_1} \right)^2 \mathcal{I}(\mathbf{r}). \quad (20)$$

当光学四阱的最大光强和平均光强分别为  $1.246 \times 10^9$  和  $4.691 \times 10^8$  W/m<sup>2</sup> 时, 囚禁原子的自发辐射速率分别为 0.65 和  $0.2446 \text{ s}^{-1}$ . 由此可见, 本文提出的光学四阱不仅具有较高的偶极势和较大的囚禁体积, 而且自发辐射率也较低, 完全可用于收集并囚禁来自光学粘胶的冷原子, 实现多原子样品的光学囚禁. 此外, 根据交流 Stark 效应, 我们的光学四阱同样可用于冷分子样品的光学囚禁.

#### 4.2. 多原子或多分子样品冷碰撞性质的研究

当二元相位板相对透镜移动时, 我们的光学势阱将从光学囚禁势较低的四阱 ( $U_{D\max} = 188 \mu\text{K}$ ) 演化为光学势较高 ( $U_{D\max} = 357 \mu\text{K}$ ) 的双阱 (相位板沿  $x$  或  $y$  方向移动) 或单阱 ( $U_{D\max} = 680 \mu\text{K}$ ) (相位板沿  $xy$  轴的对角线移动). 因此, 可以先将冷原子 (或冷分子) 样品分别装载到四光阱中, 待装载完成后加上一个偏置磁场, 将不同光阱中的样品制备在不同的磁量子态, 然后移动相位板将四光阱中处于不同量子态的冷原子 (或冷分子) 合并装载至具有较高光学势的双阱或单阱中, 以便研究处于不同量子态的同种原子 (或分子) 的冷碰撞性质, 或用于研究囚禁体

积 (四阱总体积为  $0.2284 \text{ mm}^3$ , 单阱体积为  $0.1266 \text{ mm}^3$ ) 减小时发生的绝热压缩 (绝热加热) 或囚禁体积增大时的绝热膨胀 (绝热冷却) 效应等.

#### 4.3. 新颖光学晶格和 BEC 的实验研究

如果将微透镜制成一维或二维的透镜阵列, 相位板制成周期为  $4a$  的一维或二维相位光栅, 并利用一束平面波照射由二元相位光栅与透镜阵列组合的光学系统, 则可产生一维或二维的光学四阱阵列, 且可实现单阱阵列到双阱阵列或四阱阵列的任意操控, 从而形成可控制的一维或二维新颖光学晶格<sup>[27]</sup>, 也可用于研究光学晶格中的原子或分子 BEC<sup>[28]</sup>, 或研究多样品原子或分子间的相互作用. 此外, 可控制的光学四阱阵列在量子信息科学领域中也有许多重要应用. 另一方面, 由 (8) 式可知, 四光阱中每个光阱的囚禁体积与透镜的相对孔径 ( $a/f$ ) 的四次方成反比, 因此, 通过改变透镜系统的相对孔径即可有效地调控囚禁原子或分子样品的体积, 从而改变囚禁粒子的数目. 特别地, 当  $a = 5 \text{ mm}$ ,  $f = 50 \text{ cm}$ ,  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $P = 20 \text{ W}$ ,  $w_0 = 7.07 \text{ mm}$  和  $I_0 = 1.27 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ , 每个光阱的囚禁体积为  $\Delta V_{1/e^2} = 0.057 \text{ mm}^3$ . 当粒子密度为  $n = 10^{13} - 10^{14} / \text{cm}^3$  (这是通常实现 BEC 的密度范围) 时, 光阱中囚禁的粒子数可达到  $N \approx 5 \times 10^8 - 5 \times 10^9$ . 显然, 这样的光学四阱及其一维或二维光学晶格可用于实现全光型原子或分子 BEC 及其一维或二维 BEC 阵列.

#### 4.4. 物质波的四波混频研究

实现原子物质波四波混频的方案之一<sup>[29]</sup>是利用一个势阱中的 BEC 原子物质波, 通过先后两个 Bragg 脉冲照射, 在不改变原子内态的情况下改变部分原子的动量态, 使同一 BEC 中的原子物质波分裂为三个不同动量态的原子物质波, 实现三个不同动量态的原子物质波的混合, 产生第四个原子物质波, 从而实现原子物质波的四波混频. 利用可控制的光学四阱, 也可实现类似的原子物质波操控, 从而实现原子物质波的四波混频. 具体步骤如下: 首先, 在单光阱中制备一个全光型原子 BEC, 然后移动相位板, 变为光学四阱. 此时原来的一个 BEC 被分裂为四个状态相同的 BEC, 如果除掉四光阱中的一个 BEC, 留下三个原子 BEC; 接着, 再移动相位板, 让四光阱重新演化为单光阱, 从而使三个具有不同动量态的原子物质波混合, 并拆掉光束, 在自由膨胀中产生第四

个原子物质波,从而实现原子物质波的四波混频.

此外,我们提出的可控制光学四阱还可用于实现多粒子或四原子团之间的量子纠缠<sup>[30,31]</sup>,并在量子计算<sup>[32]</sup>和量子信息处理等领域中得到重要的应用.

## 5. 结 论

我们提出了一种采用平面光波(或  $TEM_{00}$  模高斯光波)照明二元  $\pi$  相位板与透镜组合系统产生可控制光学四阱的新方案.计算并分析了该方案产生的势阱光强分布、光阱的特征参数及其强度梯度与曲率,探讨了光学四阱在原子物理、原子光学、分子

光学和量子光学中的可能应用.研究表明:当  $\pi$  相位板相对于透镜沿  $x$  方向移动时,光学四阱将连续演化为双阱,反之亦然;而当  $\pi$  相位板相对于透镜沿  $xy$  对角线(或沿  $45^\circ$  方向)移动时,光学四阱将连续演化为单光阱,反之亦然.此外,每个光阱的几何参数及其光强参数与透镜系统的相对孔径与照明波长有关,通过改变透镜系统的相对孔径或移动  $\pi$  相位板即可实现光阱中冷原子的激光操纵与控制.因此,我们的可控制光学四阱在多原子或多分子样品冷碰撞性质的研究、新颖光学晶格的制备、全光型原子或分子 BEC 及其 BEC 阵列的实现、原子物质波的四波混频、多原子团间的量子纠缠和量子信息科学等领域中有着广阔的应用前景.

- [ 1 ] Chu S , Bjorkholm J E , Ashkin A *et al* 1986 *Phys. Rev. Lett.* **57** 314
- [ 2 ] Miller J D , Cline R A , Heinzen D J 1993 *Phys. Rev. A* **47** 4567
- [ 3 ] Takekoshi T , Yeh J R , Knize R J 1995 *Opt. Commun.* **114** 421
- [ 4 ] Kuga T , Torii Y , Shiokawa N *et al* 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 4713
- [ 5 ] Yin J P , Zhu Y F 1998 *Opt. Commun.* **152** 421
- [ 6 ] Yin J P , Zhu Y F , Wang Y Z 1998 *Phys. Lett. A* **248** 309
- [ 7 ] Perrin H , Kuhn A , Bouchoule I *et al* 1999 *Europhys. Lett.* **46** 141
- [ 8 ] Yin J P , Gao W J , Wang Y Z *et al* 2000 *Chin. Phys.* **9** 342
- [ 9 ] Birkel G , Buchkremer F B J , Dumke R *et al* 2001 *Opt. Commun.* **191** 67
- [ 10 ] Granade S R , Gehm M E , O'Hara K M *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 120405
- [ 11 ] Jochim S , Bartenstein M , Altmeyer A *et al* 2003 *Science* **302** 2101
- [ 12 ] Barrett M D , Sauer J A , Chapman M S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 10404
- [ 13 ] Yin J P , Gao W J , Liu N C *et al* 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 660 ( in Chinese ) [ 印建平、高伟建、刘南春等 2001 物理学报 **50** 660 ]
- [ 14 ] Khaykovich L , Schreck F , Ferrari G *et al* 2002 *Science* **296** 1290
- [ 15 ] Takasu Y , Maki K , Komori K *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 040404
- [ 16 ] Weber T , Herbig J , Mark M *et al* 2003 *Science* **299** 232
- [ 17 ] Cennini G , Ritt G , Geckeler C *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 240408
- [ 18 ] Grynberg G , Lounis B , Verkerk P 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2249
- [ 19 ] Granade S R , Gehm M E , O'Hara K M 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 120405
- [ 20 ] Jochim S , Bartenstein M , Altmeyer A 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 240402
- [ 21 ] Greiner M , Regal C , Jin D 2003 *Nature* **426** 537
- [ 22 ] Olsen M K , Hope J J 2001 *Phys. Rev. A* **64** 13601
- [ 23 ] Pitaevskii L , Stringari S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 180402
- [ 24 ] Ji X M , Yin J P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4163 ( in Chinese ) [ 纪宪明、印建平 2004 物理学报 **53** 4163 ]
- [ 25 ] Ji X M , Yin J P 2005 *Opt. Soc. Am.* **22** 1737
- [ 26 ] Ji X M , Mu R W , Yin J P 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 5109 ( in Chinese ) [ 纪宪明、沐仁旺、印建平 2005 物理学报 **54** 5109 ]
- [ 27 ] Anderson B P , Kasevich M A 1998 *Science* **282** 1686
- [ 28 ] Modugno G , Ferrari G , Roati G *et al* 2001 *Science* **294** 1320
- [ 29 ] Deng L , Hagley E W , Wen J M *et al* 1999 *Nature* **398** 218
- [ 30 ] Srensen A , Duan L M , Cirac J I *et al* 2001 *Nature* **409** 63
- [ 31 ] Mandel O , Greiner M , Wldera A *et al* 2003 *Nature* **425** 937
- [ 32 ] Christandl K , Lafyatis G P , Lee S C *et al* 2004 *Phys. Rev. A* **70** 032302

# Controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules<sup>\*</sup>

Lu Jun-Fa<sup>1,2)</sup> Ji Xian-Ming<sup>1,3)</sup> Yin Jian-Ping<sup>1)†</sup>

<sup>1</sup> *Key Laboratory of Optical and Magnetic Resonance Spectroscopy of Ministry of Education ,  
Department of Physics , East China Normal University , Shanghai 200062 ,China )*

<sup>2</sup> *Department of Physics , East China Institute of Technology , Fuzhou 344000 ,China )*

<sup>3</sup> *Department of Physics , Nantong University , Nantong 226007 ,China )*

( Received 3 August 2005 ;revised manuscript received 30 November 2005 )

## Abstract

In this paper , we propose a novel scheme to build a controllable four-well optical trap for cold atoms or molecules by using an optical system of a binary  $\pi$ -phase plate and a lens illuminated by a plane light wave . We calculate the intensity distribution of the four-well optical trap , and discuss the evolution process of the optical trap from four wells to two wells or from four wells to a single well , and derive some analytical relations between the characteristic parameters of the four-well trap( including geometric parameters , intensity distribution , intensity gradients and their curvatures ) and the parameters of the optical lens system . Our study shows that our four-well trap can be continuously changed into a double-well one or a single-well one by moving the  $\pi$ -phase plate , and the relation between the distance of the trapping centers of the four wells or two wells and the moving distance of the  $\pi$ -phase plate is obtained by data fitting . So our four-well trap scheme has important and wide potential applications in the fields of ultracold atomic physics , cold molecular physics , atom optics , molecule optics and quantum optics , and even in the fields of quantum calculation and information processing , and so on .

**Keywords** : binary  $\pi$ -phase plate , controllable four-well optical trap , atom or molecule trap , atom optics

**PACC** : 3280P , 3380P , 4250

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 10174050 , 10374029 ) , the Key Program of the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10434060 ) , the Foundation of Priority Academic Discipline of Shanghai ,China and the 211 Foundation of Ministry of Education of China .

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail jpyin@phy.ecnu.edu.cn