

Ising 自旋体系的非平衡动态相变^{*}

邵元智[†] 钟伟荣 卢华权 雷石付

(中山大学光电材料与技术国家重点实验室 广州 510275)

(中山大学物理系 广州 510275)

(2005 年 6 月 27 日收到, 2005 年 11 月 7 日收到修改稿)

在平均场理论架构下, 以含时金兹堡-朗道和 Glauber 动力学这两类动态模型为基础, 研究了受外场和温度共同驱动的 Ising 自旋体系的非平衡动态相变. 确定了界定动态无序(动态顺磁相 P)和动态有序(动态铁磁相 F)转变的动态相界. 并根据动态序参量 Q 和 Binder 参数 U 随系统温度 (r_0)、驱动外场频率 ω 和振幅 h_0 的变化规律, 就上述两类模型的动态相界上是否存在区分连续动态转变和非连续动态转变的三临界点这一引发争议的问题做出了进一步分析说明.

关键词: Ising 自旋体系, 非平衡动态相变, 含时金兹堡-朗道模型, Glauber 动力学模型

PACC: 7510H, 7530K, 7540

1. 引 言

Ising 自旋体系是描绘单轴各向异性多种物理现象的理论模型, 简约实用而被广泛采用^[1, 2]. 当 Ising 自旋体系同时受到温度和变化外场的驱动, 体系将发生非平衡动态转变. 根据温度和外场的不同, 体系可以呈现出对称性破缺的动态有序铁磁相 F 或对称的动态无序顺磁相 P, 并随外场和温度条件的变化相互转变^[3-5]. 含时金兹堡-朗道(TDGL)模型和 Glauber 动力学(GD)模型提供了处理动力学 Ising 自旋体系动态过程的两种连续化计算解决方案, 它们的理论导出和应用侧重点虽然有一定区别, 但都基于平均场近似. 它们与离散化处理的 Monte Carlo 模拟计算一道成为当今进行 Ising 自旋体系非平衡动态相变理论研究的重要工具, 并形成互补.

Tome 等^[6]首先引入 GD 模型来解决动力学 Ising 自旋体系受驱动外场扰动后的非平衡动态相变问题, 他们的工作首次确定了 Ising 模型的动态转变相界及其三临界点的存在, 这些重要结果被随后的研究者多次引用. 然而 Zimmer^[7]采用 TDGL 模型处理 Ising 模型动态相变所得到的结论则与文献[6]相悖. 根据 TDGL 模型理论计算, Ising 模型动态转变相界为单纯连续性质的动态相变, 不存在非连续转变,

因而动态转变相界上的三临界点根本不存在. 文献[7]对 GD 用于非平衡态动力学研究的批驳在于: 非平衡态(至少远非平衡态)下, GD 模型导出前提——细致平衡不再成立, 因此 Boltzmann 平衡分布遭到破坏. 考虑到当自旋-自旋弛豫周期小于驱动外场的周期时, 动态体系仍然可以近似作为近平衡态来处理, Zimmer 对将 GD 用于动力学 Ising 模型的动态相变研究持谨慎态度. 然而在 Zimmer 工作报告后的几年中, Acharya 等^[3, 5, 8, 9]采用 GD 和 Monte Carlo 方法对 1 维(D)—4D 的动力学 Ising 模型的滞后标度和动态相变进行了细致的研究, 证实了动态相界上三临界点的存在. 令人费解的是 Acharya 等的系列工作报告中并不引用也不评述 Zimmer 的观点. 此外, Sides 和 Koinss 等^[4, 10-13]采用经典单畴-多畴形核生长理论和 Monte Carlo 方法同样对 Ising 体系的动态相变行为也进行了深入的研究, 并在 2002 年的工作报告中(采用扩展 2D Ising 模型, 点阵尺度 $L = 2048$)尖锐地批评了 Acharya 等的工作及其所采取的 GD 动力学模型^[14]. 文献[14]支持 Zimmer 的观点, 强调 Ising 模型的动态相界为完全连续转变类, 因而不存在三临界点. 最近 Chatterjee 等^[15]在有关单个脉冲场诱发 Ising 体系动态相变行为研究的工作报道中仍然采用 GD 动力学模型.

我们曾采用 Monte Carlo 方法和 GD 动力学模型

^{*} 广东省自然科学基金(批准号 031554)资助的课题.

[†] E-mail: stssyz@mail.sysu.edu.cn

分别考察了 3D 的各向同性 Heisenberg 体系、各向异性的 Ising 和 X-Y 体系的非平衡动态相变及其临界指数^[16-20]. 在驱动外场方面, 我们选择了非线性和线性性质的渐变场(如正弦场、三角波)和突变场(如锯齿波、方波和噪声), 以便区分不同驱动外场对动态相变的影响^[19, 20]. 对是否存在非连续性质的动态相界和三临界点以及它们的变化规律, 我们在以往研究中也深感困扰. 我们的 Monte Carlo 模拟计算表明 3D 的完全各向同性的 Heisenberg 模型(亦即对应自旋一致性转动这样的弛豫过程)不存在稳定的非平衡动态转变, 但 3D 的 Ising 模型(亦即对应自旋翻转弛豫模式)的动态相变却是公认的事实. 最近 Jang 等^[21]对外场驱动的准二维具有中等各向异性(亦即同时包含上述两种弛豫模式)的混合自旋体系的研究表明, 在一定的临界交换作用各向异性强度时体系会发生非连续动态相变. 具有一般非线性问题共同特征, 非连续性质的动态相界和三临界点的存在对模型和参数空间的选择具有强烈的依赖. 将 TDGL 和 GD 置于尽量相同的参数空间下来考察它们的动态特征, 直接对比它们动态相界差异将有助于解决上述困扰. 作者迄今尚未见到有关直接对比的工作报道.

本文中我们以动态序参量 Q 和 Binder 参数 U 作为评估动态转变的表征参量. 需要指出的是驱动外场 h 是动态相变的关键因素, 而以往对 Binder 参数的评估都是针对温度 t 进行的, 显然对于双因素(温度和外场)驱动的动态相变, 这种评估是不全面的. Chatterjee 等^[15]最近工作已开始包含 $U-h$ 和 $U-t$ 全面评估.

2. 理论模型和动态相变

对于外场 h 驱动下由 N 个相互作用自旋组成的动力学 Ising 体系, 其 Hamiltonian 可简单表述为

$$\hat{H} = -\frac{J}{N} \sum_{i,j} s_i \cdot s_j - h \sum_i s_i, \quad (1)$$

式中, J 为自旋交换耦合作用常数, 自旋 $s = \pm 1$, i 和 $\{i, j\}$ 分别表示自旋阵点 i 及其最近邻自旋偶, h 为驱动外场, 以含时的余弦函数表示. 采用平均场处理, 与(1)式相对应的 GD, TDGL 关系式可分别表述如下:

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} = K \left(\tanh \left[\frac{m + h_0 \cos(\omega \tau)}{t} \right] - m \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} = -\Gamma \frac{\delta H(m)}{\delta m},$$

$$H(m) = \int d^d r \left\{ \frac{r_0}{2} m^2 + \frac{u_0}{4} m^4 - m \cdot h_0 \cos(\omega \tau) \right\}. \quad (3)$$

(2) 式中 m , τ , ω , h_0 和 K 分别为静态序参量、演化时间、外场频率、约化外场振幅和唯象常数. (3) 式中 $H(m)$ 为均匀空间的 m^4 Hamiltonian, Γ 和 u_0 是唯象常数, $r_0 \sim T - T_{0c}$ 为偏离临界点的约化温度, 区别于(2)式中采用的约化温度 $t = T/T_c$. 此外, 为了与以往相关工作报道结果比较, 我们对(3)式中的外场振幅 h_0 采用了非约化量, 这也不同于(2)式 GD 模型中的约化外场振幅 h_0 .

为了定量描述动态相变过程, 定义动态序参量

$$Q = \frac{\omega}{2\pi} \oint m(\tau) d\tau. \quad (4)$$

Q 参量实际上是静态序参量 $m(\tau)$ 对演化时间 τ 的周期平均. $Q = 0$ 和 $Q \neq 0$ 分别对应动态顺磁相(对称态)和动态铁磁相(破缺态), 文献^[22]将它们分别称为动态对称恢复振荡(symmetry-restoring oscillation)和对称破缺振荡态(symmetry-breaking oscillation).

同样为了准确确定动态转变相界以及对动态转变性质做出判断, 我们采用(5)式定义的 Binder 参数 U , 因为它对相转变具有高度敏感性^[2, 23].

$$U = 1 - \frac{m(\tau)^4}{3 m(\tau)^2},$$

$$m(\tau)^n = \frac{\int_0^\tau m(\tau)^n d\tau}{\int_0^\tau d\tau}. \quad (5)$$

3. 模拟计算结果

3.1. GD 模型相变临界点的判断

图 1 给出不同驱动外场频率 ω 下在振幅和温度组成的 h_0-t 平面上 Ising 模型的非平衡动态转变相界. 相界上下的 P 和 F 区域分别对应于动态顺磁相区($Q = 0$)和动态铁磁相区($Q \neq 0$). 低频时相界为单一曲线, 高频时相界在低温处分解为 P + F 双相区. 非平衡动态转变的 P + F 双相区, 与通常平衡相变中的两相共存是有区别的, 其并不是动态无序相(P)与动态有序相(F)共存, 而是此区域既可能是 P 相, 也可能是 F 相, 最终的具体结果取决于初始条件的选取和体系动态演化的综合作用. 通常, 当无序初

始化时,此区域为 P 相;当有序初始化时,其为 F 相.

分叉点(相界上圆点)为通常意义上的三临界点.我们精确的计算表明,在 $\omega = 2$ 相界将开始出现分叉.频率降低相界趋向静态温度轴,同时三临界点

移向高温低场.当 $h_0 \rightarrow 0$ 或 $\omega\tau \rightarrow 0$ 的静态极限,动态相界将向温度轴表示的静态相界逼近,三临界点也向常规静态临界点 $t_{0c} = 1$ 靠近.三临界点两侧发生的动态转变分别被标定为非连续和连续动态相变.

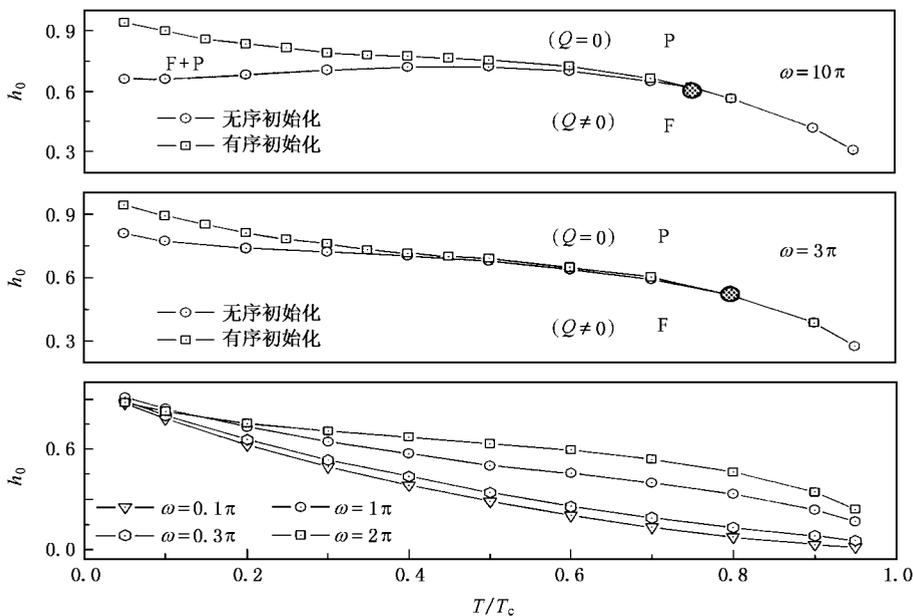


图 1 不同频率下 GD 模型的非平衡动态相界

为了说明驱动外场振幅 h_0 和温度 t 对非平衡动态转变的作用,图 2 给出了不同温度下 Q 和 U 对 h_0 的变化关系曲线.显然在低温下 Q 和 U 都在临界振幅 h_{0c} 发生了非连续突变,而中温时 U 在临界振幅 h_{0c} 则发生连续渐变但 Q 仍保持一定的非连续突变.高温下 Q 和 U 均表现出连续性变化趋势.由参数 Q, U 分别确定的临界振幅 h_{0c} 相当一致,且温度升高临界振幅 h_{0c} 显著减小.

图 3 为不同温度下外场临界振幅 h_{0c} 对驱动频率 ω 的依赖关系,临界振幅 h_{0c} 随频率降低而减小.当频率 $\omega \rightarrow 0$, 临界振幅 h_{0c} 渐进于静态矫顽力场.低温 ($t \rightarrow 0$) 下频率对临界振幅 h_{0c} 影响非常微弱,高温 ($t \rightarrow 1$) 下的影响也不如中温区域明显.低温甚至中温区域 ($t < 0.4$) 的静态矫顽力场很大,显示出体系对驱动外场响应的迟钝性或者类似硬磁的那种“硬”性.

3.2. TDGL 模型相变临界点的判断

为了与 GD 模型的结果对比,图 4 给出 TDGL 模型的动态相界.在三个数量级变化的频率范围和较广泛温度范围中动态相界均为单一曲线,未发生分叉.这与 GD 模型结果形成鲜明对照.此外,如图 5

所示,TDGL 模型在不同温度下的 $h_{0c}-\omega$ 关系也明显表现出不同于 GD 模型的变化趋势,低温 ($r_0 = -4.2$) 对临界振幅 h_{0c} 影响强烈,表现出对驱动外场积极响应的“软”性;但高温 ($r_0 = -0.2$) 对临界振幅 h_{0c} 影响较小,幅度与 GD 情形相同.图 6 给出 TDGL 模型在较低和较高温时的 $Q-h_0, U-h_0$ 关系曲线.在低温下 Q 和 U 在临界振幅 h_{0c} 处发生连续渐变的变化趋势;在低温下 Q 出现一定程度的非连续性跳跃, U 却仍然保持连续变化趋势. Q, U 参量对驱动外场变化趋势表现出不一致,这也有别于 GD 模型在低温下出现的完全一致的非连续性突变.

4. 分析与讨论

GD 和 TDGL 两个模型都是基于平均场理论对 Ising 模型进行连续化近似处理.由于 GD 模型和 TDGL 模型的导出方式和前提条件不尽相同,使得它们之间存在某种内在的差异,而这种内在差异在非平衡动态转变的某些参数空间表现得非常突出. GD 模型和 TDGL 模型用于 Ising 体系非平衡动态响应和相变研究时所产生的最大差异和争议在于:GD

模型预测的动态相界包含低温高场下的非连续动态转变和高温低场下的连续动态转变这两种性质的相变,因此动态相界上存在三临界点;TDGL模型的计算结果表明即使在较低温度下也维持完全的连续动态相变,无三临界点存在.显然它们的差别集中在低温区域.我们的计算结果也进一步展示了两个模型在动态条件下在低温区域的差异.

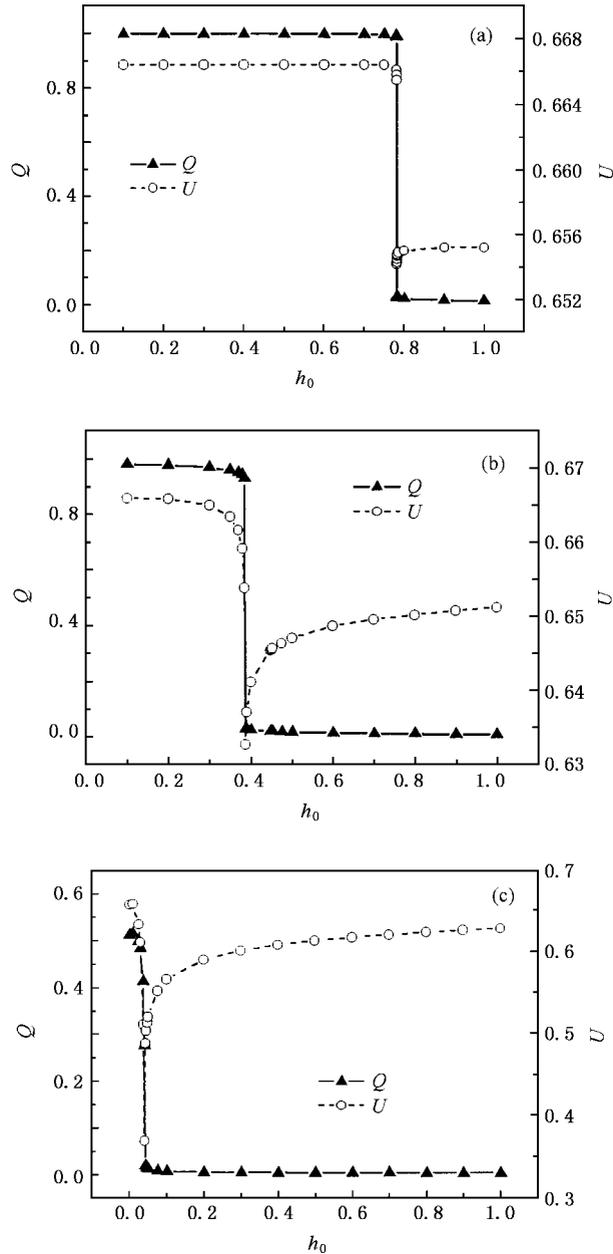


图2 不同温度下 GD 模型的 $Q-h_0, U-h_0$ 关系曲线 $\omega = 0.1\pi$.
(a) $t = 0.1$, (b) $t = 0.4$, (c) $t = 0.9$

在 TDGL 模型中,我们选择比以往其他报道更低的温度也没有发现动态相界出现如 GD 模型中那种较高频率下的分叉,而从 U 参量连续变化趋势

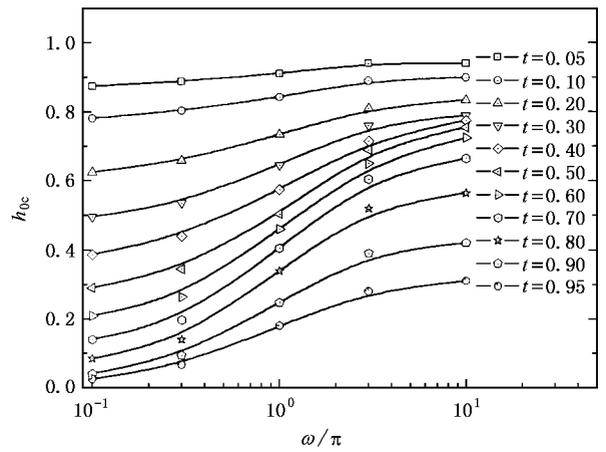


图3 不同温度下 GD 模型的 $h_{0c}-\omega$ 关系曲线

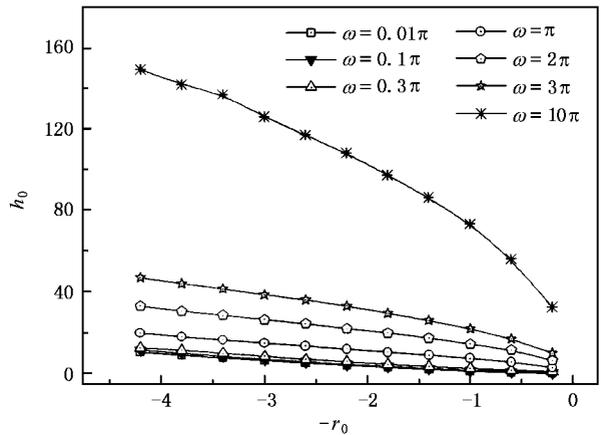


图4 TDGL 模型的动态相界

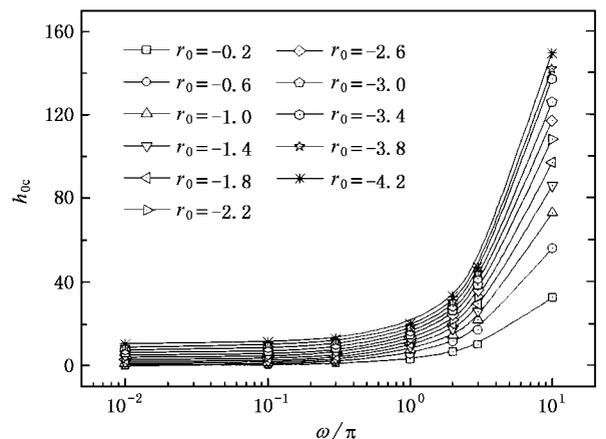


图5 不同温度下 TDGL 模型的 $h_{0c}-\omega$ 关系曲线

看,更肯定相界具有连续转变性质.虽然 Q 参量有一定突变趋势,但在微小区间中“非连续突变”趋势最终还是表现出连续变化特征^[7].在动态相界之下

($h_0 < h_{0c}, t < t_c$) 的对称性破缺有序态区, 序参量 $m \rightarrow 1$ 因此 $U \rightarrow 2/3$; 反之, 动态相界之上 ($h_0 > h_{0c}, t > t_c$) 的对称无序区, 包含受 Gauss 涨落扰动的零自发有序和外场驱动的诱发有序, 因此 $m \neq 0, U$ 再次从相变点的低谷上升, 但要比有序态区域的 U 值低. Binder 参数 U 在动态下的这种变化趋势区别于单纯静态下 $t > t_{0c}$ 后的 $U = 0$. GD 模型的 U 参量这种变化趋势与 TDGL 模型的趋势相似.

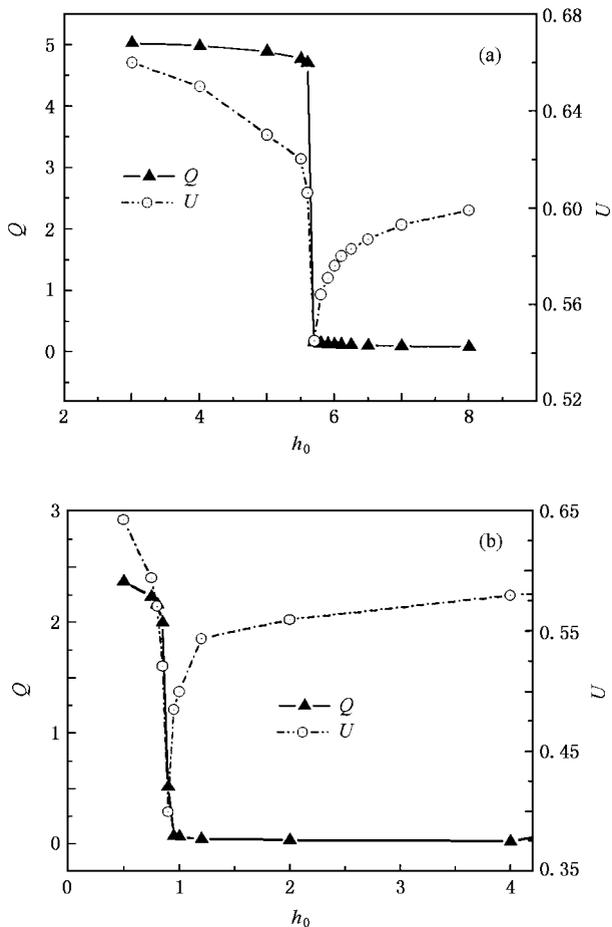


图 6 TDGL 模型的 $Q-h_0, U-h_0$ 关系曲线 $\omega = 0.1\pi$. (a) $r_0 = -2.6$, (b) $r_0 = -0.6$

Zimmer^[7]认为, 采用 GD 模型计算得到的动态相界上出现非连续转变是因为相界处出现临界慢化而使 GD 失效, 亦即自旋弛豫太迟钝而不再对快速动态驱动作出响应, 并基于 TDGL 分析给出规避临界慢化条件: 外场驱动频率与自旋弛豫频率之比不大于 2. 非常有趣的是, 我们对 GD 模型的精确计算也发现在外场频率 $\omega/\pi \geq 2$ 时相界开始出现分叉(这里假设体系的单位自旋弛豫频率为 π). 我们认为两个模型此时在动态临界特征条件要求方面所表现出

的一致与 TDGL 本身的临界慢化表现有关, 虽然 Zimmer 在文中对 TDGL 的临界慢化只字未提^[7]. Komiss 等^[14]对大尺度 2D Ising 点阵的 Monte Carlo 模拟和小尺度标度分析表明, 至少在 2D Ising 体系中, 低温下的非连续动态转变只不过是一种小尺度效应的表象, 当点阵超过一定尺度后原来非连续动态相变区域表现出随机共振, 因此对低温区域出现非连续动态相变也持否定态度. 但目前他们还没有针对 3D Ising 体系相关问题研究做进一步的工作报道. 虽然 Acharya 等^[5, 8, 9]的一系列杰出工作以及我们的前期工作^[17]用 Monte Carlo 模拟证明 3D Ising 体系中存在低温非连续动态转变和三临界点. 但受计算能力的限制, Acharya 等和我们的工作仍未达到大点阵尺度要求, 采用的都是普通点阵而非团聚点阵算法, Monte Carlo 模拟计算中仍受临界慢化问题的困扰, 因此 Acharya 等和我们得到动态相界和三临界点的准确度不高. 关于 2D Ising 体系动态相变已有比较圆满统一的结果. 2D Ising 动力学体系的非平衡动态相变具有与平衡态 2D Ising 体系相同的普适类^[14].

需要特别指出的是, 图 1、图 4 中 $\omega \rightarrow 0$ 的渐进动态相界与图 7 所示的常规静态相界的区别, 它们所表达的物理含义完全不同却极易引起混淆. 图 7 中温度轴上的粗黑实线为非连续一级转变相界线, 黑点为静态临界点 t_{0c} . 相界两端是简并自由能双阱所确定的破缺有序态, 穿越相界所发生的是静态外场驱动的非连续的有序-有序转变. 而动态相变情形下, 相界两端是动态有序与动态无序相区. 相界上的每个相点都是复数表示的临界点 (h_{0c}, t_c). $\omega \rightarrow 0$ 的渐进动态相界可以逼近但不能与静态相界重合(过去被错误认为可以重合), 两种相界间的差别则是图 3、图 5 中显示的静态矫顽力场.

非平衡动态相变是一个十分复杂的问题, 与空

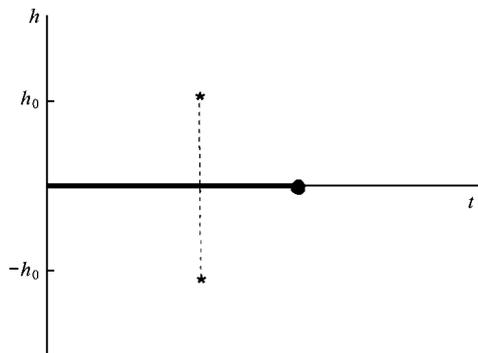


图 7 Ising 模型的静态相界(引自文献 [24])

间维、序参量自由度、温度和外在驱动因素等密切相关.在有关 3D Ising 体系大尺度团聚点阵的非平衡动态相变的 Monte Carlo 模拟准确结果公布以前,围绕是否存在低温非平衡动态转变以及三临界点存在的疑问还会持续下去.应该审慎对待 GD 和 TDGL 两个模型自身的差异以及它们在预测 Ising 体系的非平衡动态转变所出现的不一致,特别是将根据它们计算的结果推广到真实的 Ising 体系中去时.

5. 结 论

通过对 TDGL 模型和 GD 模型两类动力学模型

的非平衡态动态相变的比较研究表明,即使尽量选取相同参数的条件下,两个模型在表达 Ising 体系的非平衡动态转变特征方面仍存在明显差别,主要体现在低温高场是否存在非连续性动态相变和三临界点.产生动态响应差别是因为这两个模型本身的差异在部分动态参数空间中必然显现,不可能通过各种动态参数的选择和组合来消除这种差异. TDGL 和 GD 两个模型都为处理 Ising 体系的非平衡动态转变提供了便捷近似化解决方案,但仅凭现有从这两个模型得到的结果还很难令人信服地否定或肯定 3D 扩展 Ising 自旋体系的非平衡动态转变是否存在非连续动态转变的三临界点.

-
- [1] Chaikin P M , Lubensky T C 1995 *Principles of Condensed Matter Physics* (Cambridge : Cambridge University Press) p139
- [2] Landau D P , Binder K 2000 *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics* (Cambridge : Cambridge University Press) p15 , 78
- [3] Chakrabati B K , Acharya M 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 847
- [4] Sides S W , Rikvold P A , Novotny M A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 834
- [5] Acharya M , Chakrabati B K 1995 *Phys. Rev. B* **52** 6550
- [6] Tome T , Oliveira M J 1990 *Phys. Rev. A* **41** 4251
- [7] Zimmer M F 1993 *Phys. Rev. E* **47** 3950
- [8] Acharya M 1999 *Phys. Rev. E* **59** 218
- [9] Acharya M 1998 *Phys. Rev. E* **58** 179
- [10] Sides S W , Ramos R A , Rikvold P A *et al* 1997 *J. Appl. Phys.* **81** 5597
- [11] Sides S W , Ramos R A , Rikvold P A *et al* 1996 *J. Appl. Phys.* **79** 6482
- [12] Korniss G , White C J , Rikvold P A *et al* 2000 *Phys. Rev. E* **63** 016120
- [13] Korniss G , Toroczkai Z , Novotny M A *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **84** 1351
- [14] Korniss G , Rikvold P A , Novotny M A 2002 *Phys. Rev. E* **66** 056127
- [15] Chatterjee A , Chakrabati B K 2004 *Phase Transitions* **77** 581
- [16] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M 2003 *Phys. Stat. Sol. (b)* **239** R4
- [17] Shao Y Z , Lai K L J , Shek C H *et al* 2004 *Chin. Phys.* **13** 0243
- [18] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2309 (in Chinese) 邵元智、钟伟荣、林光明 2003 物理学报 **52** 2309]
- [19] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3165 (in Chinese) 邵元智、钟伟荣、林光明 2004 物理学报 **53** 3165]
- [20] Shao Y Z , Zhong W R , Lin G M *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3157 (in Chinese) 邵元智、钟伟荣、林光明等 2004 物理学报 **53** 3157]
- [21] Jang H , Grimson M J , Hall C K 2003 *Phys. Rev. E* **68** 046115
- [22] Fujisaka H , Tutu H , Rikvold P A 2001 *Phys. Rev. E* **63** 036109
- [23] Binder K , Heermann D W 1992 *Monte Carlo Simulation in Statistical Physics* (Berlin , Heidelberg : Springer-Verlag) p46
- [24] Rao M , Krishnamurthy H R , Pandit R 1990 *Phys. Rev. B* **42** 856

Nonequilibrium dynamic phase transition in a kinetic Ising spin system^{*}

Shao Yuan-Zhi[†] Zhong Wei-Rong Lu Hua-Quan Lei Shi-Fu

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technology , Sun Yat-Sen University , Guangzhou 510275 , China)

(Department of Physics , Sun Yat-Sen University , Guangzhou 510275 , China)

(Received 27 June 2005 ; revised manuscript received 7 November 2005)

Abstract

We studied within the framework of a mean-field approach the nonequilibrium dynamic phase transition of a kinetic Ising spin system subject to a perturbative field and temperature simultaneously by comparison between time-dependent Ginzburg-Landau and Glauber dynamics models. The dynamic phase transition (DPT) boundaries , separating a symmetry-breaking dynamic ordered phase from its symmetric dynamic disordered counterpart , were identified through a systematic simulation of the above two models. The dependence of the dynamic order parameter Q and the fourth order cumulant ratio U upon the temperature $t(r_0)$, the frequency ω and amplitude h_0 of driving field were also investigated in detail. A discussion was presented concerning the current controversies on whether both a discontinuous dynamic phase transition occurs possibly below a specific low temperature and a tri-critical point exists on the DPT boundary in a kinetic Ising spin system.

Keywords : Ising spin system , nonequilibrium dynamic phase transition , time-dependent Ginzburg-Landau model , Glauber dynamics

PACC : 7510H , 7530K , 7540

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation of Guangdong Province , China (Grant No. 031554).

[†] E-mail :stssyz@mail.sysu.edu.cn