

# 双模场与原子相互作用中的量子纠缠和内禀退相干<sup>\*</sup>

谭 霞 张成强 夏云杰

(曲阜师范大学物理工程学院, 曲阜 273165)

(2005 年 9 月 26 日收到, 2006 年 1 月 5 日收到修改稿)

通过求解系统的 Milburn 方程, 研究了两能级原子与双模  $SU(1, 1)$  相干态光场发生相互作用系统中, 原子与场的纠缠及双模  $SU(1, 1)$  相干态场的模间纠缠随时间的演化问题, 讨论了内禀退相干、双模光子数差等对纠缠度的影响. 结果表明, 存在内禀退相干时, 随着时间的演化, 场-原子纠缠逐渐减小到一个确定值, 而模间纠缠逐渐增大到一个确定值, 两者演化的最终值只取决于双模光子数差和平均光子数, 而与内禀退相干因子无关.

关键词: Milburn 理论,  $SU(1, 1)$  相干态, 量子约化熵, 量子相对熵

PACC: 4250, 0365

## 1. 引 言

纠缠态是在量子力学多粒子体系或者多自由度体系中最普遍存在, 但又是很特殊的一种量子态, 自从量子纠缠首先被 Einstein - Podolsky - Rosen (EPR)<sup>[1]</sup>和 Schrödinger<sup>[2]</sup>提出以来, 它一直是物理学中一个引人注目的研究领域<sup>[3-5]</sup>, 在量子信息<sup>[6]</sup>方面具有重要的应用. 但在实际应用中, 由于哈密顿量的任意性和微扰, 导致密度算符演化的不可逆性和量子相干性的抑制, 从而发生不利于量子计算和量子通讯的退相干现象. 近几年, 人们引入了多套方案来解决退相干问题, 如利用环境的影响来解释或者引进一些产生随机因素的新机理, 在量子力学原有基础的框架中<sup>[7]</sup>或者对量子力学作某些修改<sup>[8]</sup>来说明量子态的退相干. 其中, Milburn<sup>[9]</sup>提出了一个简单的内禀退相干模型, 给出了对标准量子力学的简单修正.

利用这一理论, Zidan 等<sup>[10]</sup>研究了二能级原子与场的单光子相互作用过程中内禀退相干对纠缠度的影响, Li 等<sup>[11]</sup>研究了存在内禀退相干时, 磁杂质对三比特海森堡 XY 链纠缠的影响. 最近, 王成志等<sup>[12]</sup>研究了双模压缩真空态与原子相互作用中的量子纠缠和退相干, 黄燕霞等<sup>[13]</sup>研究了压缩真空场与原子非线性相互作用中的纠缠与消纠缠, 但他们

都没有给出消除退纠缠的条件. 本文将利用量子约化熵和量子相对熵, 通过求解系统的 Milburn 方程, 研究两能级原子与双模  $SU(1, 1)$  相干态光场相互作用过程中, 原子与场的纠缠及双模  $SU(1, 1)$  相干态场的模间纠缠随时间的演化问题, 并利用此解讨论了内禀退相干、双模光子数差及平均光子数对两纠缠度的影响.

## 2. Milburn 方程求解

Milburn 认为, 在充分短暂的时间内, 量子系统并非在么正变换下连续演化, 而是以一随机序列演化. 若量子系统的状态发生变化, 则系统的密度算符  $\hat{\rho}(t)$  满足如下方程:

$$\hat{\rho}(t + \tau) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\alpha(\tau)\hat{H}\right)\hat{\rho}(t)\exp\left(\frac{i}{\hbar}\alpha(\tau)\hat{H}\right), \quad (1)$$

其中  $\alpha(\tau)$  是时间  $\tau$  的函数. 在标准量子力学中, 系统演化的概率  $P(\tau) = 1$  及  $\theta(\tau) = \tau$ , 而 Milburn 理论仅假设在  $\tau$  充分大时  $P(\tau) \rightarrow 1$  及  $\theta(\tau) \rightarrow \tau$ , 并设  $\lim_{\tau \rightarrow 0} \alpha(\tau) = \theta_0$ , 从而有效的引入了一个最小时间段, 其倒数为  $\gamma = 1/\theta_0$ .

由此得出系统的动力学方程, 即 Milburn 方程

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{1}{2\hbar^2\gamma}[\hat{H}, [\hat{H}, \hat{\rho}]]. \quad (2)$$

这一方程修正了 Von Neumann 方程, 引入了内禀退

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金重点项目(批准号: 10534030)资助的课题.

相干因子  $\gamma$ , 可以看出, 在极限  $\gamma \rightarrow \infty$  条件下, 由(2)式可导出 Von Neumann 方程.

在旋波近似下, 双模光场与二能级原子相互作用的有效哈密顿量<sup>[14]</sup>

$$H = H_0 + H_1, \quad (3)$$

$$H_0 = \hbar\omega_1 a_1^\dagger a_1 + \hbar\omega_2 a_2^\dagger a_2 + \hbar\omega_0 \sigma_z,$$

$$H_1 = \hbar\lambda(\sigma_+ a_1 a_2 + \sigma_- a_1^\dagger a_2^\dagger),$$

其中  $a_1$  ( $a_2$ ) 和  $a_1^\dagger$  ( $a_2^\dagger$ ) 分别为双模光场的湮没与产生算符,  $\sigma_\pm$  和  $\sigma_z$  为二能级原子的赝自旋算符,  $\lambda$  为光场与原子的耦合系数. 这里假设场与原子处于共振状态, 即  $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_0$ .

为给出方程(2)的解, 引入三个超算符  $\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  和  $\hat{T}$ :

$$\begin{aligned} \exp(\hat{R}\tau)\rho(t) &= \sum_k \left(\frac{\tau}{\gamma}\right)^k \frac{1}{k!} H^k \rho(t) H^k, \\ \exp(\hat{S}\tau)\rho(t) &= \exp(-iH\tau)\rho(t)\exp(iH\tau), \\ \exp(\hat{T}\tau)\rho(t) &= \exp\left(-\frac{\tau}{2\gamma}H^2\right)\rho(t)\exp\left(\frac{\tau}{2\gamma}H^2\right), \end{aligned} \quad (4)$$

则系统密度算符随时间演化为

$$\tilde{\rho}(t) = \exp(\hat{R}t)\exp(\hat{S}t)\exp(\hat{T}t)\rho(0), \quad (5)$$

其中  $\rho(0)$  为系统初始密度算符, 设初始时刻原子处

于激发态  $|e\rangle$ , 场处于双模  $SU(1,1)$  相干态:

$$\begin{aligned} |\zeta, q\rangle &= \sum_{n=0}^{\infty} (1 - |\zeta|^2)^{\gamma+q/2} \left[ \frac{(n+q)!}{n!q!} \right]^{1/2} |\zeta|^n \\ &\quad \times \exp(in\phi) |n+q, n\rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} Q_n \exp(in\phi) |n+q, n\rangle, \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $|\zeta|$  为双模场平均光子数, 与双模压缩因子  $r$  直接相关,  $0 \leq |\zeta| < 1$ ,  $|\zeta| = \tanh(r/2)$ ,  $q$  为双模光子数差, 当  $q=0$  时, 双模  $SU(1,1)$  相干态即为双模压缩真空态, 为简便起见, 本文取  $\phi=0$ . 则

$$\tilde{\rho}(0) = \begin{bmatrix} |\zeta\rangle\langle e| & \zeta|e\rangle\langle 0| \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

经过计算, 最后得出 Milburn 方程的精确解

$$\tilde{\rho}(t) = \sum_{n_1, n_2, k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^k \begin{bmatrix} M_{11}^k & M_{12}^k \\ M_{21}^k & M_{22}^k \end{bmatrix}. \quad (8)$$

为了便于计算, 我们给出光场的约化密度算符  $\hat{\rho}(t)$  为

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(t) &= \text{Tr}_A \tilde{\rho}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^k (M_{11}^k + M_{22}^k) \\ &= |\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| + |s(t)\rangle\langle s(t)|, \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} |\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)| &= \sum_{n,k} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^k |m, n\rangle\langle m, n| M_{11}^k |m, n\rangle = \sum_n \frac{1}{2} Q_n^2 \left(1 + \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q+1)(n+1)})\right) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma}(n+q+1)(n+1)\right), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} |s(t)\rangle\langle s(t)| &= \sum_{n,k} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^k |m, n\rangle\langle m, n| M_{22}^k |m, n\rangle = \sum_n \frac{1}{2} Q_{n-1}^2 \left(1 - \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q)n})\right) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma}(n+q)n\right), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} |\alpha(t)\rangle\langle s(t)| &= \left| \sum_{n,k} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{\gamma}\right)^k |m, n\rangle\langle m, n| M_{21}^k |m, n\rangle \right| \\ &= \sum_n \frac{1}{2} Q_n Q_{n-1} \sqrt{1 + \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q+1)(n+1)})} \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma}(n+q+1)(n+1)\right) \\ &\quad \times \sqrt{1 - \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q)n})} \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma}(n+q)n\right). \end{aligned} \quad (12)$$

### 3. 双模 $SU(1,1)$ 相干态与原子的纠缠

目前, 有关量子纠缠基础理论的研究, 学术界仅就两体纯态纠缠问题达成共识, 对于混合态纠缠的

研究多数集中在纠缠的度量 and 操作上. 由哈密顿量(3)式描述的量子动力学使得系统在场与原子相互作用过程中仍保持纯态, 因此可以用量子约化熵作为纠缠度的度量, 熵越大, 纠缠度就越大. 原子或双模场的熵可通过它们各自的密度矩阵定义:  $S_C(t) =$

$-\text{Tr}_j \{ \rho_j \log_2 \rho_j \}$  这里  $j$  表示原子或双模光场. 根据熵的三角不等式<sup>[15]</sup>:  $|S_A - S_F| \leq S \leq S_A + S_F$  ( $S_A$  和  $S_F$  分别代表原子和场的熵,  $S$  代表系统的熵) 或 Schmidt 分解定理知两子系的约化熵相等, 即  $S_A = S_F$ . 这里我们仅仅计算场的约化熵. 利用文献 16 提出的方法求得密度算符的本征值和本征态

$$\begin{aligned} \lambda_{\bar{F}}^{\pm}(t) &= \langle \alpha(t) | \alpha(t) \pm \exp(\mp \eta) | \alpha(t) \rangle \langle S(t) | \\ &= \langle S(t) | S(t) \pm \exp(\pm \eta) | \alpha(t) \rangle \langle S(t) | \\ &= \frac{1}{2} (\langle \alpha(t) | \alpha(t) \rangle + \langle S(t) | S(t) \rangle) \\ &\quad \pm \frac{1}{2} [(\langle \alpha(t) | \alpha(t) \rangle - \langle S(t) | S(t) \rangle)^2 \\ &\quad + 4 |\langle \alpha(t) | S(t) \rangle|^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \phi_{\bar{F}}^{\pm}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\lambda_{\bar{F}}^{\pm}(t)\cosh(\eta)}} \left\{ \exp\left(\frac{i\phi \pm \eta}{2}\right) | \alpha(t) \right. \\ &\quad \left. \pm \exp\left(-\frac{i\phi \pm \eta}{2}\right) | S(t) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

这里

$$\eta = \sinh^{-1} \left( \frac{\langle \alpha(t) | \alpha(t) \rangle - \langle S(t) | S(t) \rangle}{2 |\langle \alpha(t) | S(t) \rangle|} \right).$$

由此得出原子与场之间的纠缠度为

$$\begin{aligned} S_{\bar{F}}(t) &= -(\lambda_{\bar{F}}^+(t) \log_2 \lambda_{\bar{F}}^+(t) \\ &\quad + \lambda_{\bar{F}}^-(t) \log_2 \lambda_{\bar{F}}^-(t)). \end{aligned} \quad (15)$$

## 4. 双模光场的模间纠缠

双模光场由两个子系组成, 分别为  $a$  模和  $b$  模. 双模光场由于与原子相互作用, 大部分时间里与原子纠缠, 因而可由纯态演化为混合态, 即发生了量子退相干,  $S_{Fa} \neq S_{Fb}$ . 光场的模间纠缠不能再用量子约化熵来度量, 但可用量子相对熵来度量. 量子相对熵纠缠度在量子信息领域起着重要作用, 它形象地解释为纠缠态与非纠缠态的最小“距离”.

根据文献 17 给出的量子相对熵的定义可具体算出光场的模间纠缠度

$$\begin{aligned} E_{\bar{R}}(t) &= - \sum_n a_{nn} \log_2 a_{nn} - S_{\bar{F}} \\ &= - \sum_n a_{nn} \log_2 a_{nn} + \lambda_{\bar{F}}^+(t) \log_2 \lambda_{\bar{F}}^+(t) \\ &\quad + \lambda_{\bar{F}}^-(t) \log_2 \lambda_{\bar{F}}^-(t), \end{aligned} \quad (16)$$

式中

$$\begin{aligned} a_{nn} &= \frac{1}{2} Q_{n-1}^2 \left( 1 + \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q+1)(n+1)}) \right) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma} (n+q+1)(n+1)\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} Q_{n-1}^2 \left( 1 - \cos(2\lambda t \sqrt{(n+q)n}) \right) \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{2\lambda^2 t}{\gamma} (n+q)n\right). \end{aligned}$$

## 5. 计算结果与讨论

利用上述结论, 我们通过数值计算来描述原子处于激发态时, 约化熵  $S_{\bar{F}}(t)$  和相对熵  $E_{\bar{R}}(t)$  随时间的演化规律. 从图 1 中可以看出, Milburn 方程中引入的内禀退相干因子破坏了熵的演化规律. 并且内禀退相干因子  $\gamma$ 、相对光子数  $q$  及平均光子数  $|\zeta|$  对熵的周期、极值等都有显著的影响, 具体分析如下:

### 5.1. $q=0$ , $\lambda/\gamma$ 不变, $|\zeta|$ 变化时熵的演化

如图 1(a) 和 (b) 所示, 熵的演化具有规律的周期性振荡, 周期为  $\pi/\lambda$ . 在原子反转的再生时间及其  $1/2$  处 ( $t_1 = nT$ ,  $t_2 = (n+1/2)T$ ,  $T = \pi/\lambda$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ),  $S_{\bar{F}}(t)$  周期的演化到零, 原子和场瞬间消纠缠, 各自都处于纯态. 在  $t_3 = (n+1/4)T$  和  $t_4 = (n+3/4)T$  处,  $S_{\bar{F}}(t)$  达到最大值, 而  $E_{\bar{R}}(t)$  的演化规律恰好相反.

再比较图 1(c) (d), 可以看出, 随着  $|\zeta|$  的增大,  $S_{\bar{F}}(t)$  振荡减弱, 场-原子的纠缠逐渐减弱, 另外,  $S_{\bar{F}}(t)$  在  $t_3, t_4$  处的两个峰值越来越靠近  $t_1$ . 而  $E_{\bar{R}}(t)$  随着  $|\zeta|$  的增大, 振荡也逐渐减弱, 但平均值逐渐变大, 即模间纠缠增强, 这说明双模态场与原子相互作用时, 它的模间纠缠阻碍了它与原子间的纠缠.

### 5.2. $q=0$ , $\lambda/\gamma$ 和 $|\zeta|$ 变化时熵的演化

这时熵的演化规律可从图 1(a) (c) (d) 和 (f) 中看出. 比较图 1(a) (c) 可以看出, 当  $|\zeta|$  不变,  $\lambda/\gamma \neq 0$ , 存在内禀退相干时,  $S_{\bar{F}}(t)$  在  $t_1$  处的值逐渐增大,  $t_2$  处的值也逐渐增大, 但变化较小, 而  $t_3, t_4$  处的两个峰值逐渐变小,  $S_{\bar{F}}(t)$  不再作严格的周期性振荡, 而是逐渐衰减到某一定值,  $E_{\bar{R}}(t)$  的振荡也逐渐减弱, 但平均值变化呈上升趋势, 最终也演化到一定值. 再比较图 1(d) (f), 随着  $\lambda/\gamma$  的增大, 以上规律变化更加明显, 这说明存在内禀退相干时, 原子与场的纠缠变小, 而模间纠缠变大. 我们知道, 用双模压缩真空态进行量子通信时要求有较高的模间纠缠度, 以上结果表明, 当存在内禀退相干时, 仍可获得较高的模间纠缠度.

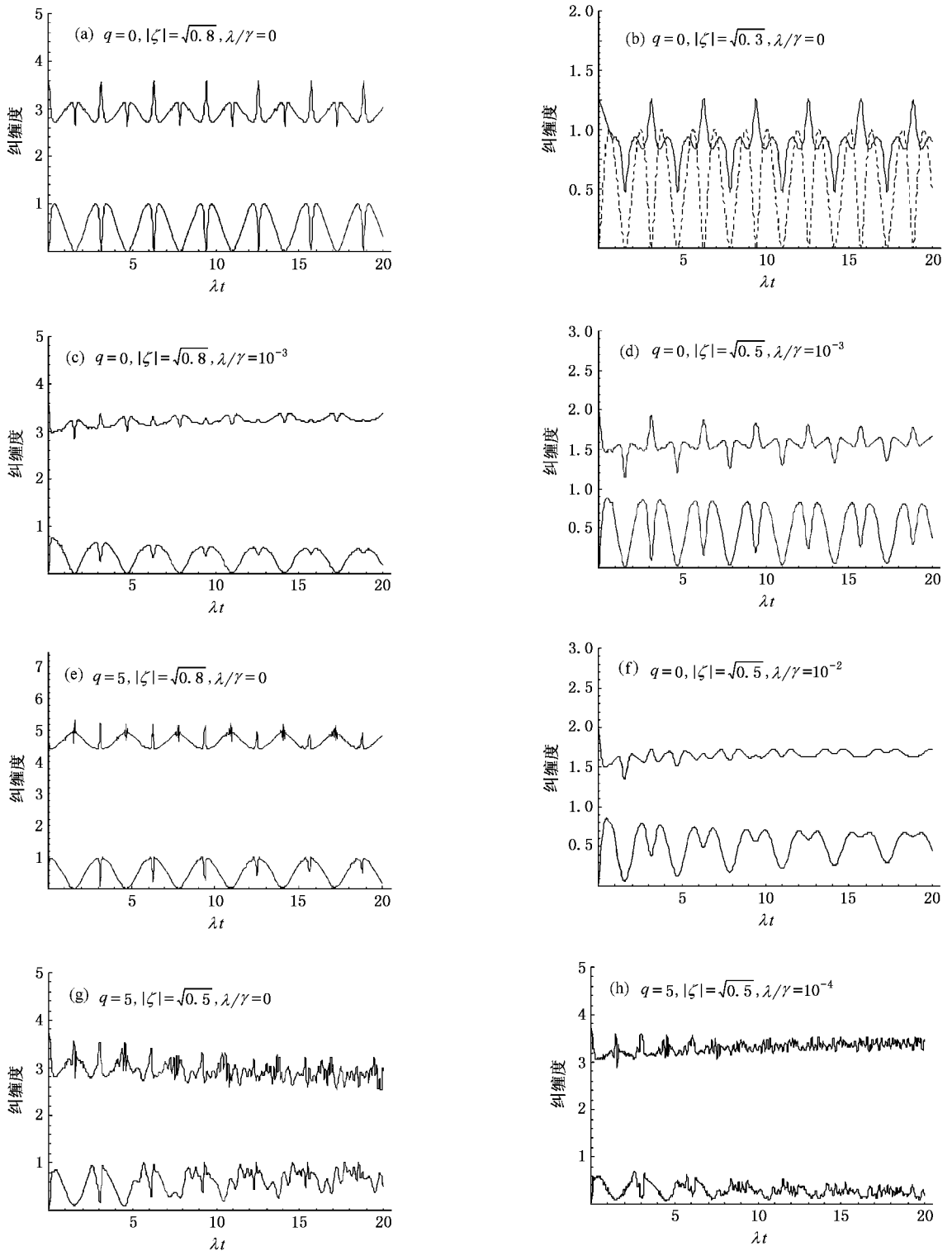


图 1 纠缠度  $S_F(t)$  和  $E_R(t)$  随时间的演化(下线代表  $S_F$ , 上线代表  $E_R$ )

### 5.3. $q \neq 0$ 时熵的演化

由图 1(e)(g)可以看出,  $S_F(t)$  在  $t_1$  处的值逐渐增大,  $t_2$  处的值也逐渐增大,  $S_F(t)$  的演化不具有

$q=0$  那种严格的周期性而作准周期变化, 周期近似为  $\pi/\lambda$ ,  $|\zeta|$  越大, 周期性越明显. 比较图 1(g)(h), 在  $\lambda/\gamma \neq 0$  的情况下,  $S_F(t)$  和  $E_R(t)$  仍具有上述演化规律. 由此可见, 存在内禀退相干时, 场与原子间

纠缠的准周期减小.

### 5.4. $\lambda t \rightarrow \infty$ 时熵的定值分析

通过以上分析可得, 当  $\lambda t \rightarrow \infty$  时, 熵演化到一个确定值, 而由(9)–(15)式也可以得出, 当  $\lambda t \rightarrow \infty$  时,  $S_F(\infty)$  和  $E_R(\infty)$  与  $\lambda/\gamma$  无关, 即与内禀退相干因子  $\gamma$  无关, 而只与  $|\zeta|$  和  $q$  有关, 若给定它们的值便可确定  $S_F(\infty)$  和  $E_R(\infty)$  的值, 如图 2 3 所示.

图 2 3 中 (a) (b) 两图分别描述了  $q$  或  $|\zeta|$  确定时, 熵  $S_F(\infty)$  和  $E_R(\infty)$  随  $|\zeta|$  或  $q$  的演化规律, 可以看到, 随着  $|\zeta|$  或  $q$  的增大,  $S_F(\infty)$  逐渐减小到零, 即场与原子的纠缠逐渐减弱, 而  $E_R(\infty)$  逐渐增加到某一定值, 即模间纠缠增强, 这也表明了场的模间纠缠阻碍了它与原子间的纠缠. 同时也可以看出, 在内禀退相干存在的情况下, 若  $|\zeta|$  不为 0 或 1, 即场具有压缩性时, 场与原子及光场的双模之间一直处于纠缠状态, 而在  $|\zeta|$  为零时场与原子达到最大纠缠态, 此时光场的  $a$  模,  $b$  模, 原子三体构成一个推广的 GHZ 态<sup>[18]</sup>, 它在量子信息中也有广泛的应用.

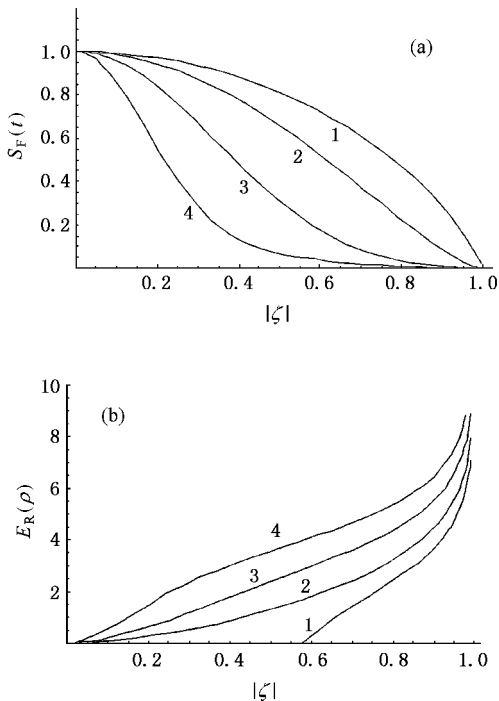


图 2  $q$  确定,  $\lambda t \rightarrow \infty$  纠缠度  $S_F(\infty)$  和  $E_R(\infty)$  随  $|\zeta|$  的演化  $q$  分别为 (曲线 1), 1 (曲线 2), 2 (曲线 3), 2 (曲线 4)

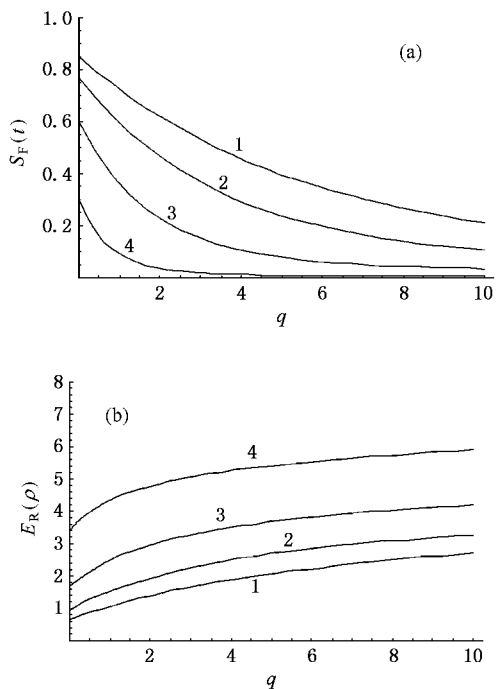


图 3  $|\zeta|$  确定,  $\lambda t \rightarrow \infty$  纠缠度  $S_F(\infty)$  和  $E_R(\infty)$  随  $q$  的演化  $|\zeta|$  分别为  $\sqrt{0.2}$  (曲线 1),  $\sqrt{0.3}$  (曲线 2),  $\sqrt{0.5}$  (曲线 3),  $\sqrt{0.8}$  (曲线 4)

## 6. 结 论

本文分别用量子约化熵和量子相对熵研究了原子与场的纠缠及双模  $SU(1, 1)$  相干态场的模间纠缠随时间的演化问题, 讨论了内禀退相干、双模光子数差等对纠缠度的影响, 得出如下结论:

1. 存在内禀退相干时, 随着时间的演化,  $S_F(t)$  逐渐减小到某一定值, 而  $E_R(t)$  逐渐增大到一定值, 两者的演化规律几乎相反, 场-原子的纠缠削弱了模间纠缠.
2. 存在内禀退相干时,  $S_F(t)$  和  $E_R(t)$  随时间演化的最终确定值取决于双模光子数差和平均光子数, 而与内禀退相干因子无关.
3. 若给定内禀退相干因子, 随着  $|\zeta|$  或  $q$  的增大,  $S_F(t)$  的振荡减弱, 场-原子纠缠变小,  $E_R(t)$  的振荡也减弱, 但模间纠缠增大.
4. 若给定  $|\zeta|$  和  $q$ , 随着  $\lambda/\gamma$  的增大,  $S_F(t)$  和  $E_R(t)$  振荡减弱更加明显, 场-原子纠缠和模间纠缠将更快的趋于定值.

- [ 1 ] Einstein A , Podolsky B , Rosen N 1935 *Phys. Rev.* **47** 777
- [ 2 ] Schrödinger E 1935 *Naturwissenschaften* **23** 807
- [ 3 ] Lai Z J , Yang Z Y , Bai J T *et al* 2005 *Acta Phys. Sin.* **53** 3733  
( in Chinese ) [ 赖振讲、杨志勇、白晋涛等 2004 物理学报 **53** 3733 ]
- [ 4 ] Zhou Q C , Zhu S N 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2043 ( in Chinese )  
[ 周青春、祝世宁 2005 物理学报 **54** 2043 ]
- [ 5 ] Tan H T , Gan Z W , Li G X 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1178 ( in Chinese ) [ 谭华堂、甘仲惟、李高翔 2005 物理学报 **54** 1178 ]
- [ 6 ] Charles H B , David P D 2000 *Nature* **404** 247
- [ 7 ] Santos E 1994 *Phys. Lett. A* **188** 198
- [ 8 ] Diósi L 1989 *Phys. Rev. A* **40** 1165
- [ 9 ] Milburn G J 1991 *Phys. Rev. A* **44** 5401
- [ 10 ] Zidan N A , Abdel-Aty M , Obada A S F 2002 *Chaos , Solitons and Fractals* **13** 1421
- [ 11 ] Li S B , Xu J B 2005 *Phys. Lett. A* **334** 109
- [ 12 ] Wang C Z , Fang M F 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1989 ( in Chinese )  
[ 王成志、方卯发 2002 物理学报 **51** 1989 ]
- [ 13 ] Hang Y X , Zhao P Y , Huang X *et al* 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 75  
[ 黄燕霞、赵朋义、黄熙等 2004 物理学报 **53** 75 ]
- [ 14 ] Greey C C , Welch R F 1992 *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 685
- [ 15 ] Phoenix S J D , Knight P L 1998 *Ann. Phys.* **186** 381
- [ 16 ] Phoenix S J D , Knight P L 1991 *Phys. Rev. A* **44** 6023
- [ 17 ] Vedral V , Plenio M B 1998 *Phys. Rev. A* **74** 197
- [ 18 ] Bouwmeester D , Pan J W , Daniell M , Weinfurter H *et al* 1999  
*Phys. Rev. Lett.* **82** 1345

## Entanglement and intrinsic decoherence in the interaction between two-mode field and atom \*

Tan Xia Zhang Cheng-Qiang Xia Yun-Jie

( College of Physics and Engineering , Qufu Normal University , Qufu 273165 , China )

( Received 26 September 2005 ; revised manuscript received 5 January 2006 )

### Abstract

Considering the interaction between two-mode  $SU(1,1)$  coherence states and a two-level atom , we find an exact solution of the Milburn equation for the system . We investigate the time evolution of the entanglement of field-atom and one of two modes of field using the quantum-reduced entropy and quantum relative entropy , respectively. The influences of intrinsic decoherence and two-mode photon number difference on the evolution of the entanglement of field-atom and one of two modes of field are discussed. It is shown that the entanglement of field-atom reduces to a stationary value with time evolution and the entanglement between two modes increases to another stationary value with intrinsic decoherence , and the values only depend on the two-mode photon number and mean photon number.

**Keywords :** Milburn theory , two-mode  $SU(1,1)$  coherence state , quantum-reduced entropy , quantum relative entropy

**PACC :** 4250 , 0365

\* Project supported by the Key Program of National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 10534030 ) .