

在 SQUID 心磁测量中基于奇异值分解和自适应滤波的噪声消除法*

白云¹⁾ 刘新元^{1)†} 何定武¹⁾ 汝鸿羽²⁾ 齐亮²⁾ 季敏标²⁾
赵巍¹⁾ 谢飞翔²⁾ 聂瑞娟²⁾ 马平²⁾ 戴远东²⁾ 王福仁²⁾

1) 北京大学信息科学技术学院, 北京 100871)

2) 北京大学物理学院, 人工微结构和介观物理国家重点实验室, 北京 100871)

(2005 年 11 月 4 日收到, 2005 年 11 月 29 日收到修改稿)

采用矩阵奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的方法,对高温射频超导量子干涉仪(HTC rf-SQUID)采集到的单通道心磁信号进行处理.证明了对于近似周期性的心磁信号,在无参考噪声的情况下矩阵奇异值分解的方法与自适应窄带陷波相结合有较好的消除广谱噪声的效果.

关键词:高温射频超导量子干涉仪,心磁信号,奇异值分解,噪声消除

PACC: 8740, 0755, 8780, 7400

1. 引言

近年来,高温射频超导量子干涉仪(HTC rf-SQUID)^[1,2]已经应用于心磁信号(magnetocardiogram, MCG)的测量^[3].但是高灵敏度的 SQUID 采集到的磁信号中存在大量的背景噪声,主要是 50Hz 工频干扰以及其他的环境噪声.这些低信噪比的心磁信号需要经过噪声衰减,提高信噪比,才能用于特征提取.在国内外 MCG 研究领域,噪声消除也是研究热点之一.文献 4—6 针对 MCG 的特点,应用自适应理论,消除其中的背景干扰噪声,效果明显.但是注意到,这些自适应算法需要同步采集磁信号和测量环境中的噪声(即双通道输入),对没有参考噪声的数据无能为力.针对这一情况,我们对单通道输入,即只有被测磁场信号时的噪声衰减进行了研究.前期的工作中,已经提出了对单通道的 MCG 自适应消除

50Hz 工频干扰的方法^[7].本文将对宽频带的白噪声等随机干扰的衰减方法作进一步分析.奇异值分解(singular value decomposition, SVD)^[8]的方法在周期信号提取等方面有良好的效果.人类的心磁信号是一个近似的周期信号,干扰噪声中的 50Hz 成分也表现出周期性,因此把 SVD 和自适应窄带陷波相结合来消除宽谱噪声.用这种方法对 HTC rf-SQUID 采集到的心磁数据进行处理,得到了较好的效果,使广谱白噪声功率谱降低了约 3.6dB.它突出优点是只需单通道磁信号输入.

2. SVD 滤波原理

2.1. SVD 原理

SVD 处理方法基于矩阵分析理论^[9].从采集到的心磁信号序列 $x(k)$ 中取 $m \times n$ 个数据构造矩阵

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & x(3) & \dots & x(N) \\ x(N+1) & x(N+2) & x(N+3) & \dots & x(2N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x((m-1)N+1) & x((m-1)N+2) & x((m-1)N+3) & \dots & x(mN) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

* 国家重点基础研究专项经费(批准号:2006CB601007)、国家高技术研究发展计划(批准号:2002AA306412)和国家自然科学基金(批准号:10274004)资助的课题.

† E-mail: Liuxy@ele.pku.edu.cn

此矩阵的奇异值分解可写做

$$A = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T, \quad (2)$$

式中 U 是 AA^T 的 m 维特征向量 u_i 所构成的矩阵, A^T 是 A 的转置矩阵, V 是 AA^T 的 n 维特征向量 v_i 所构成的矩阵, Σ 是 AA^T 特征值的非负平方根(即 A 的奇异值)按递减顺序构成的对角矩阵^[9],

$$\Sigma_{m \times n} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r), \quad (3)$$

式中 σ_i 是 A 的第 i 个特征值, r 为 A 的秩. 由于 AA^T 是 m 阶对称半正定或正定矩阵, 它总存在非负实特征值, 因而 A 的奇异值 σ_i 总是存在的. 特征向量矩阵 U, V 是正交矩阵(2)式中 $u_i v_i^T$ 是一个 $m \times n$ 的矩阵, 也是 A 的第 i 个特征图像, 它对重建(即恢复) A 的贡献与其对应的奇异值 σ_i 成正比. 当信号和噪声的能量可分时, 只选择与信号相关的特征图像重建即可达到减噪的目的. 若 A 中 m 行数据彼此都线性无关, 即只有随机噪声, 则 σ_i 都不为零, 所以要恢复 A 就需要所有的特征图像. 对应的, 若 m 行数据都线性相关, 则只有 σ_1 不为零, 只需要 $\sigma_1 u_1 v_1^T$ 就可以恢复数据阵 A . 可以看出, 相关程度越高, 所需特征图像越少. 心磁信号因为其准周期性, 若矩阵 A 的列数(即心磁周期)估计准确, 相关性一般较好. 同

时奇异值是按递减顺序排列, 信号大部分能量都包含在前几个特征图像中. 完全可以选择前面若干个较大 σ_i 对应的特征图像重建 A , 即

$$\hat{A}_{m \times n} = \sum_{i=1}^q u_i \sigma_i v_i^T \quad (1 \leq q < r), \quad (4)$$

此重建的 $\hat{A}_{m \times n}$ 已消去了部分噪声的贡献. 这就是利用 SVD 提取周期信号, 减少噪声的原理.

2.2. 用 SVR 谱估计信号周期 构造数据矩阵

SVR^[10] 是数据矩阵 $A_{m \times n}$ 的奇异值 σ_1, σ_2 的比值, 即 σ_1/σ_2 . 对一个完全周期性信号, $A_{m \times n}$ 的每个行向量都取一个周期(周期为 N) 则它的 m 个行向量线性相关. 这时除 σ_1 外, 其余奇异值 σ_i 都是零, 因而有 $\sigma_1/\sigma_2 = \infty$; 对一个随机序列而言, 数据矩阵的 σ_1/σ_2 可以趋近于 1. 基于这一思想, 取待处理的心磁信号建立矩阵, 根据采样率和人类心跳频率在一定范围内改变矩阵的列数 n , 计算每个矩阵的 SVR, 取 SVR 谱的峰值所对应的列数 \hat{N} 为心磁信号的估计周期. 也就是说此时 $A_{m \times n}$ 各行数据具有最大的相关性, 信号能量包含在较大的前几个特征图像中, 取这几个特征图像按(4)式重建 $\hat{A}_{m \times n}$.

构造矩阵

$$A_{m \times \hat{N}} = \begin{bmatrix} x(1) & x(2) & x(3) & \dots & x(\hat{N}) \\ x(\hat{N}+1) & x(\hat{N}+2) & x(\hat{N}+3) & \dots & x(2\hat{N}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x((m-1)\hat{N}+1) & x((m-1)\hat{N}+2) & x((m-1)\hat{N}+3) & \dots & x(m\hat{N}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

作为待恢复的数据阵. 在本文的实际心磁信号处理中, 因为信号矩阵的 σ_1 远大于其他奇异值, 取更多的特征图像($\sigma_2 u_2 v_2^T, \sigma_3 u_3 v_3^T, \dots$) 恢复 $A_{m \times \hat{N}}$, 去噪效果并无太多改善, 因此只利用 $\sigma_1 u_1 v_1^T$ 重建 $A_{m \times \hat{N}}$.

2.3. 周期紊乱信号 SVD 的处理方法

实际心磁信号可能会出现周期紊乱的情况, 如心率不齐等. 此时矩阵 $A_{m \times \hat{N}}$ 的奇异值 σ_1 不再远大于其他奇异值, 若只取 $\sigma_1 u_1 v_1^T$ 重建 $A_{m \times \hat{N}}$, 恢复的数据会出现偏差. 针对这种情况, 在算法上作出调整:

1) 按照心磁信号采样率和人类心跳的生理特点, 得到合理的估计周期范围. 若 SVR 谱估计周期超出此范围, 则用较大的几个奇异值对应的特征图

像恢复数据, 即在用(4)式重建 \hat{A} 时, 除取 σ_1 项外, 还要多取几项.

2) 若后一个估计周期与前面估计周期有较大差异(以人类生理特点为依据), 则该部分数据也按 1) 的办法处理, 取更多的特征图像重建 \hat{A} .

3. 50Hz 强干扰的消除

在大多数环境下, SQUID 测到的心磁信号中有很强的 50Hz 市电干扰, 这是一个周期性的干扰信号. 我们按照文献[7]的方法进行处理, 消除它的影响. 此处不再赘述其原理. 对于自适应滤波器的 Least-Mean-Square(LMS) 算法我们采用了 Mathews 的

c-VLSMS-1-L^[11,12].

4. HTc rf-SQUID 采集的心磁信号的实际处理

实际处理的人体心磁信号数据是在北京大学物理学院人工微结构和介观物理国家重点实验室用 HTc rf-SQUID 在屏蔽室中采集^[3]. 为更好的说明处理的效果,下文给出心磁信号先进行单通道自适应陷波消除 50Hz 工频干扰^[7],然后再进行 SVD 处理后的时域波形以及频谱图,所有的数据单位均为相对单位.

人体心磁测量时,一般把胸前部分划分成若干区域,用 SQUID 探头测量各个区域中心点的磁场. Sarrinen 等的划分方法把人体胸前区域分为 6×6 个方格,标记为 $A_1, A_2, \dots, A_6; B_1, B_2, \dots, B_6; \dots; F_1, F_2, \dots, F_6$.

图 1(a)是 E_3 点未处理的信号. E_3 点是 36 点心磁图中心磁信号比较强的点,但我们可以看出很明显的背景噪声. 该信号是以 1kHz 采样率获得的,取其中的 36000 个数据进行处理. 人类心率约为 1.2Hz (72 次/min),因此序列周期理论值近似为 833. 我们先对图 1(a)的原始数据进行自适应陷波^[7],消去 50Hz 工频干扰,见图 1(b).

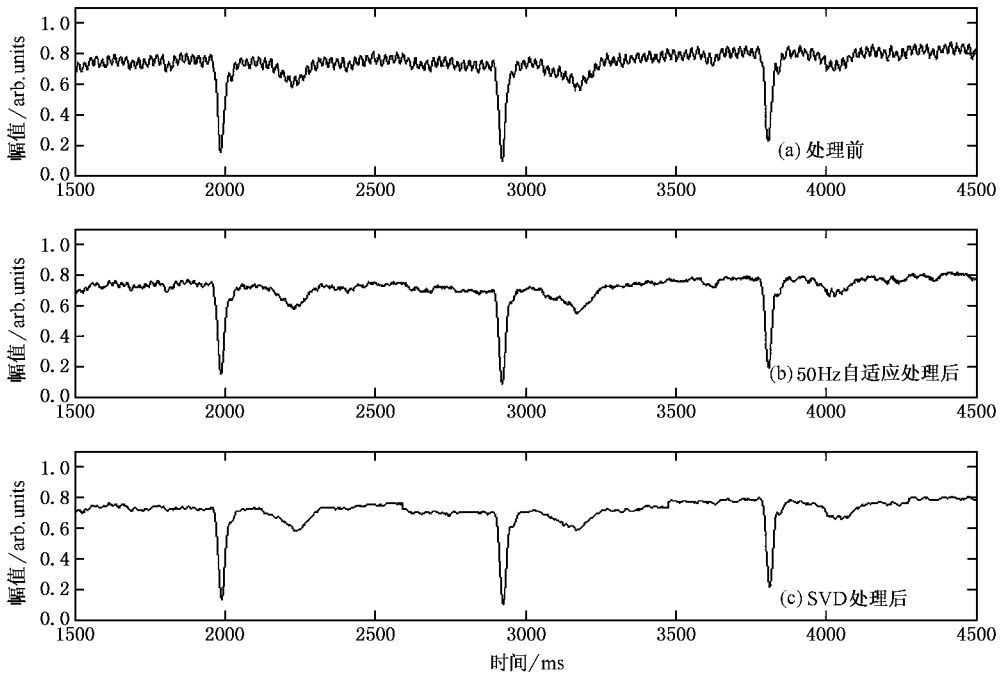


图 1 E_3 点数据时域波形 (a)未处理的信号 (b)经过自适应陷波 (c)SVD 处理后的波形

按前节所述方法计算 SVR 谱,结果如图 2 所示. 由图 2 可以清楚地看到在 $\hat{N} = 843$ 处存在峰值,则这段序列的估计周期为 843,取矩阵 $A_{m \times 843}$ 时的 $\sigma_1 u_1 v_1^T$ 值,重建矩阵 $\hat{A}_{m \times 843} = \sigma_1 u_1 v_1^T$ (这组数据处理时对应的 $\sigma_1 = 117.9108, \sigma_2 = 0.4091$). 由此得到重建的心磁信号,表示在图 1(c)中.

图 3 是对应于图 1 的频谱,右图是左图 Y 轴放大后的效果,图中的直线为对应的信号从 70Hz 到 400Hz 功率谱平均值. 其中心磁信号的主要频率成分 1.2Hz 频谱幅度分别为 (a)37.3363 (b)36.7396 和 (c)35.7301. 由此可见, SVD 处理后有用的心磁信号损失很小,而背景白噪声有较明显的衰减.

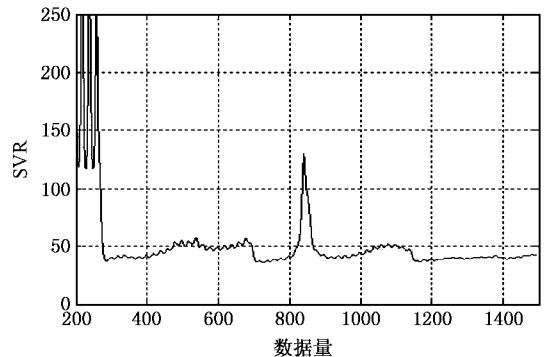


图 2 E_3 点处心磁信号的 SVR 谱

我们还对采集到的 C_1 点数据进行了处理. C_1

点的信号信噪比较低,低频干扰的波动已经接近心磁信号的峰值,直接用 SVD 处理的效果不理想.所以我们在对原始信号作 50Hz 的自适应陷波,去除基

线飘移后再作 SVD 处理.图 4 (a)为未处理信号的时域波形 (b)是经过 50Hz 陷波的结果 (c)是进行 SVD 处理后的波形.

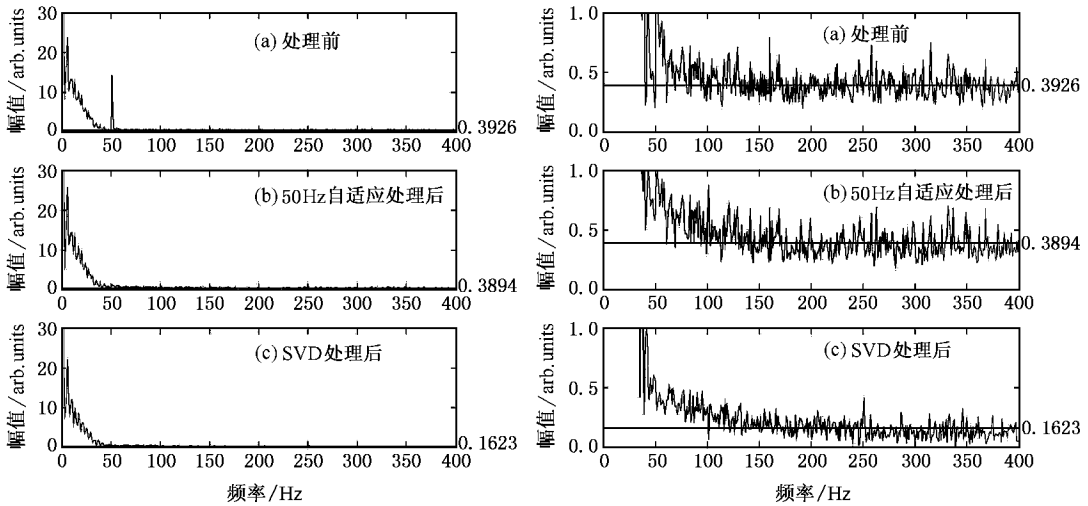


图 3 E_3 点数据 FFT 频谱 (a) 未处理的信号 (b) 经过自适应陷波 (c) SVD 处理后

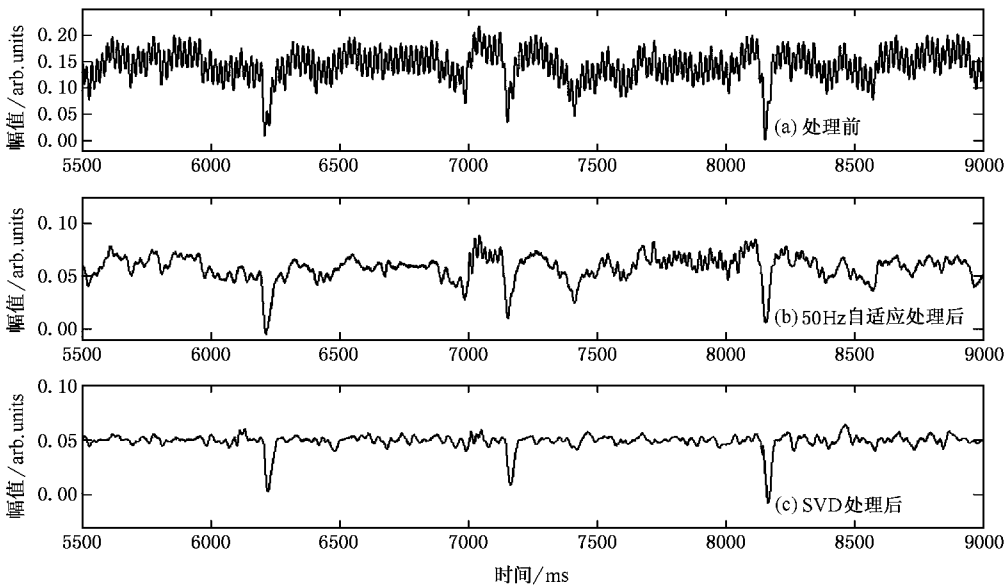


图 4 (a) 未处理信号的时域波形 (b) 经过 50Hz 陷波的结果 (c) 进行 SVD 处理后的波形

图 5 是它所对应的频谱图,右图是左图 Y 轴放大后的效果,图中直线为对应的信号从 70Hz 到 400Hz 功率谱平均值.心磁信号的主要频率成分 1.2Hz 频谱幅度分别为 (a) 31.9021 (b) 30.8027 和 (c) 30.7893. 由图可知背景白噪声衰减明显,对 150Hz 和 250Hz 等谐波干扰也有明显的抑制作用.

5. 结 论

SVD 滤波是一种二维数字处理方法,对 HTc rf-SQUID 测到的心磁信号中各种相关程度很差的背景白噪声成分有很好的抑制作用.该方法中选择不同

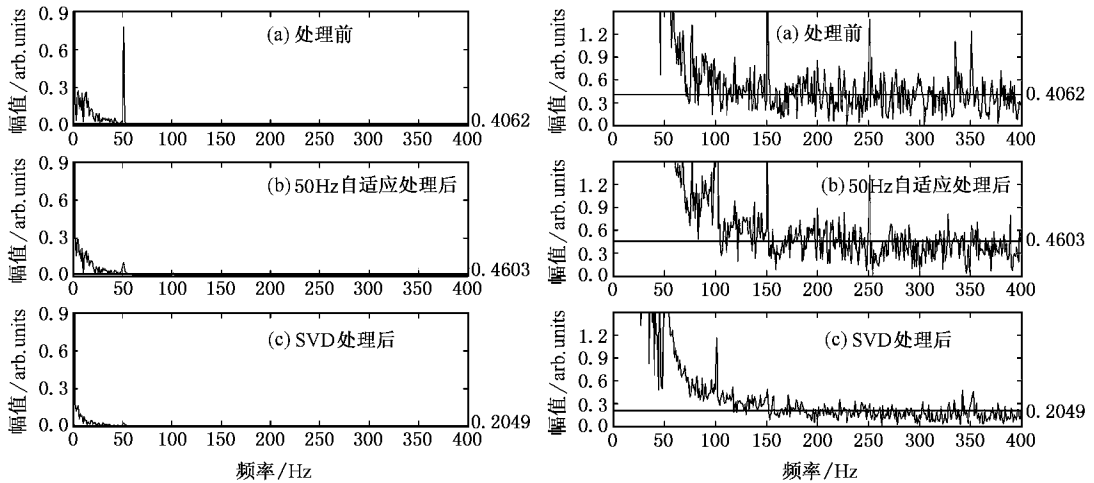


图 5 C_1 点数据 FFT 频谱 (a) 是未处理的信号 (b) 经过 50Hz 自适应陷波 (c) SVD 处理后

的特征图像恢复数据能有不同的处理效果,因此在周期信号中的噪声衰减,信号频率估计中都有应用的价值.把 SVD 和自适应陷波相结合,用于处理单通道心磁信号的噪声衰减,在消除 50Hz 市电干扰的

同时,对相互之间线性无关的广谱随机噪声有一定的消除效果,对 HTc rf-SQUID 的心磁测量是一种有效的滤波处理方法.

- [1] Liu X Y, Xie F X, Meng S C, Ma P, Yang T, Nie R J, Wang S Z, Wang F R, Dai Y D 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2580 (in Chinese) [刘新元、谢飞翔、孟树超、马平、杨涛、聂瑞娟、王守证、王福仁、戴远东 2003 物理学报 **52** 2580]
- [2] Liu X Y, Xie F X, Meng S C, Dai Y D, Li Z Z, Ma P, Yang T, Nie R J, Wang F R 2004 *Chin. Phys.* **13** 100
- [3] Ma P, Yao K, Xie F X, Zhang S Y, Deng P, He D F, Zhang F, Liu L Y, Nie R J, Wang F R, Wang S Z, Dai Y D 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 224 (in Chinese) [马平、姚坤、谢飞翔、张升原、邓鹏、何东风、张凡、刘乐园、聂瑞娟、王福仁、王守证、戴远东 2002 物理学报 **51** 224]
- [4] Kong X Y, Wang H W, Tian Y, Huang X G, Zhang L H, Ren Y F, Chen G H, Yang Q S 2004 *Chin. Phys.* **13** 1820
- [5] Zhao L, Chen G H, Zhang L H, Huang X G, Zhai G J, Li J W, Tang Y L, Feng J 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4420 (in Chinese) [赵莉、陈庚华、张利华、黄旭光、翟光杰、李俊文、汤玉林、冯

稷 2004 物理学报 **53** 4420]

- [6] Li Z, Chen G H, Zhang L H, Yang Q S, Feng J 2005 *Chin. Phys.* **14** 1095
- [7] Liu X Y, Xie B Q, Dai Y D, Wang F R, Li Z Z, Ma P, Xie F X, Yang T, Nie R J 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1937 (in Chinese) [刘新元、谢柏青、戴远东、王福仁、李壮志、马平、谢飞翔、杨涛、聂瑞娟 2005 物理学报 **54** 1937]
- [8] Kanjilal P P, Palit S 1995 *IEEE Trans. Signal Processing* **43** 1536
- [9] Golub G H, Van Loan C F 1996 *Matrix computations*. 3rd edition (Baltimore: Johns Hopkins University Press)
- [10] Kanjilal P P, Palit S, Saha G 1997 *IEEE Trans. Biomedical Engineering* **44** 51
- [11] Mathews V J, Xie Z 1993 *IEEE Trans. Signal Processing* **41** 2075
- [12] Ang Wee-Peng, Farhang-Boroujeny B 2001 *IEEE Trans. Signal Processing* **49** 805

Singular value decomposition and adaptive noise reduction for SQUID-based magnetocardiograms^{*}

Bai Yun¹⁾ Liu Xin-Yuan^{1)†} He Ding-Wu¹⁾ Ru Hong-Yu²⁾ Qi Liang²⁾ Ji Min-Biao²⁾
Zhao Wei¹⁾ Xie Fei-Xiang²⁾ Nie Rui-Juan²⁾ Ma Ping²⁾ Dai Yuan-Dong²⁾ Wang Fu-Ren²⁾

1) (*School of Electronics Engineering and Computer Science, Peking University, Beijing 100871, China*)

2) (*State Key Laboratory of Mesoscopic Physics, Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China*)

(Received 4 November 2005 ; revised manuscript received 29 November 2005)

Abstract

This paper shows that the environmental noise in the HTc rf-SQUID-based quasi-periodic magnetocardiograms (MCGs) can be reduced by singular value decomposition (SVD) and adaptive filtering without the reference channel input. Numerical simulation studies indicate that the method is an effective noise suppresser for one channel MCGs.

Keywords : HTc rf-SQUID , magnetocardiograms , singular value decomposition , noise cancellation

PACC : 8740 , 0755 , 8780 , 7400

^{*} Project supported by the Special Foundation for State Major Basic Research Program of China (Grant No. 2006CB601007), the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2002AA306412), and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10274004).

[†] E-mail : Liuxy@ele.pku.edu.cn