# 单壁手性碳纳米管 $\Gamma$ 点 $E_1$ 和 $E_2$ 振动模式\*

## 彭永进 张慧鹏 金庆华 王玉芳 李宝会 丁大同†

(南开大学物理系 天津 300071) (2005年5月24日收到 2006年1月8日收到修改稿)

在卷曲法计算得到的单壁碳纳米管 12 个非简并的本征频率与手性和管径关系的基础上 2 继续讨论了简并的本征频率中 2 和 2 的振动模式 以及其频率与手性和管径的关系 2

关键词:单壁碳纳米管,手性管,振动模式.

PACC: 6320D, 6322

#### 1. 引 言

我们已经报道了一系列扶手椅、锯齿和手性单壁碳纳米管(SWCNT)计及卷曲效应 [1-3]在 Brillouin区中心  $\Gamma$  点的晶格振动模的分类 [4-6],基于实际的数值计算得出了其 12 个非简并的本征频率与手性和管径的关系.本文在此基础上进一步讨论这些单壁碳纳米管简并的本征模式,描述它们中的  $E_1$ , $E_2$ 振动模式以及它们的频率与手性和管径的关系.

SWCNT 的 Brillouin 区中心  $\Gamma$  点晶格振动模的 对称性分类是按与其空间群的因子群同构的点群不可约表示进行的,已经得到如下的结果 $^{41}$ :

表 1 单壁碳纳米管具有拉曼活性和红外活性的振动模式

碳纳米管类型	拉曼活性	红外活性		
扶手椅管	$2A_{1\rm g} + 2E_{1\rm g} + 4E_{2\rm g}$	$3E_{1u}$		
锯齿管	$2A_{\rm 1g} + 3E_{\rm 1g} + 3E_{\rm 2g}$	$A_{2\mathrm{u}} + 2E_{1\mathrm{u}}$		
手性管	$3A_1 + 5E_1 + 6E_2$	$A_2 + 5E_1$		

计算了一些扶手椅管(6,6)—(19,19)、锯齿管(11,0)—(20,0)和一系列手性管,其中包括 n:m 为2:1的(8,4)(10,5)(12,6)(14,7)(16,8)(18,9)(20,10)(22,11)(24,12)管,n:m 为3:2的(9,6)(12,8)(15,10)(18,12)(21,14)管,n:m 为3:1的(9,3)(12,4)(15,5)(18,6)(21,7)和(24,8)

管 以及其他一些手性的管子(10.6)(11.5)(13.77)(13.10)(15.9)(16.10)在 Brillouin 区中心  $\Gamma$  点的本征频率和本征矢 ,从其简并本征值的振动模式得到具有对称性  $E_1$ , $E_2$ 的分类.可供如拉曼、红外、中子衍射等实验参考 ,也可提供理论分析碳纳米管电声相互作用时参考.上述管子的管径(直径)范围为 10.8—2.6nm.

#### 2. SWCNT $\Gamma$ 点 $E_1$ 模的分析

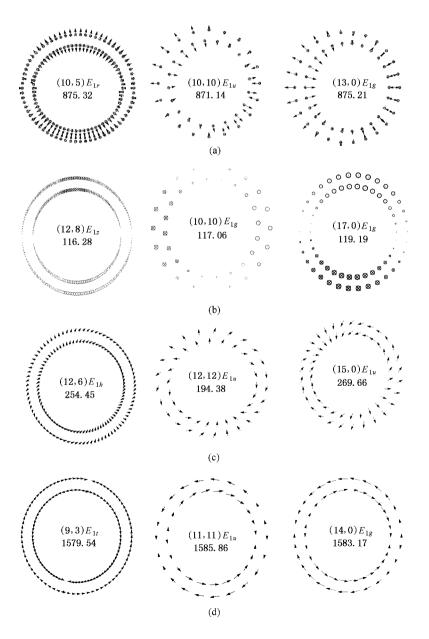
手性管具有  $6 \land E_1$  模,其中一个频率值为零. 手性管  $E_1$  振动模式的分析见表 2 ,沿径向振动的形式用  $E_1$ ,来表示,扶手椅管和锯齿管中具有同样振动形式的分别是中频的  $E_1$  和  $E_1$  模,沿管轴方向振动的形式用  $E_1$  来表示,每一手性管有两支该振动形式:一个低频支和一个高频支. 同样按振动形式分类 :手性管低频的  $E_1$  对应扶手椅管和锯齿管的低频  $E_1$  模,;手性管高频的  $E_1$  对应扶手椅管和锯齿管的高频  $E_1$  模和锯齿管的高频  $E_1$  模,招管子切线方向振动的形式用  $E_1$  来表示,对应扶手椅管和锯齿管的低频  $E_1$  模,沿管子切线方向振动的形式用  $E_1$  来表示,对应扶手椅管的高频  $E_1$  模,沿管子切线方向振动的形式用  $E_1$  来表示,对应扶手椅管的高频  $E_1$  模和锯齿管的高频  $E_1$  模和锯齿管的高频  $E_1$  模,另外还有一支频率为零的  $E_1$  ,它对应整体平移。(按惯例,在声子谱中频率  $\omega$  即指波数)。

<sup>\*</sup> 教育部南开大学、天津大学两校共建项目资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人. E-mail:dingdt@nankai.edu.cn

表っ	单壁碳纳米管具有对称性	$\mathbf{F}$	的振动模式
1X Z	主主吸引小目 县日州州江	F/ 1	ロリカバス ムノバ 夫 エル

	类型	径向振动	轴向振动	轴向振动	垂直管轴平 面内的振动	切向振动	整体平移
-	( n ,m )	$E_{1r}$	$E_{1z}$	$E_{1z}$	$E_{1h}$	$E_{1t}$	$E_1$
管 型	( n ,n )	$E_{1u}$	$E_{1g}$	$E_{1g}$	$E_{1u}$	$E_{1u}$	$E_{1u}$
<b>±</b>	(n D)	$E_{1g}$	$E_{1g}$	$E_{1u}$	$E_{1u}$	$E_{1g}$	$E_{1u}$
频率范围/cm <sup>-1</sup>		866.23—881.14	61.70—194.39	1574.94—1586.64	122.83—387.0	1575.51—1587.30	0
振动 形式		振幅变化 有一个周期 的驻波形态	振幅变化 有一个周期 的驻波形态	振幅变化 有一个周期 的驻波形态	振幅不变 相位变化有 一个周期的 驻波形态	振幅变化 有一个周期 的驻波形态	



从表 1 可知 ,扶手椅管和锯齿管的  $E_{1g}$  模都具有拉曼活性 ,而  $E_{1u}$  模( 不包括频率为零的一支 )具有红外活性 ,但手性管的  $E_1$  模( 频率为零的除外 ) 既具有拉曼活性又具有红外活性 .由表 2 可看出 相同频率范围内的振动模 ,由于不同手性的管子有着不同的对称性 ,因而具有不同的活性 .例如手性管的  $E_{1r}$  既有拉曼又有红外活性 ,而对应的扶手椅管  $E_{1u}$  模具有红外活性 ,锯齿管  $E_{1r}$  模具有拉曼活性 .

图 1 是  $E_1$  的振动形式图 ,由于 A ,B 位原子在垂直于管轴的截面上投影相距太近 ,故用内、外圈分别予以表示.图中标出了管型、振动模式和振动频率.图 1 分别给出径向振动、轴向振动、垂直管轴平面内的振动和切向振动的形式.对于同一振动形式 ,我们又分别给出手性管 ,扶手椅管和锯齿管的一个例子.由于  $E_1$  均为二重简并 ,两支相互简并的本征 矢对应的振动有  $\pi/2$  的相位差.

图2给出一系列手性管的各支 $E_1$ 模(包括扶

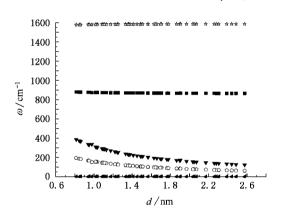


图 2  $E_1$  模频率  $\omega$  与管径 d 的关系

对应的手椅、锯齿管各模)振动频率  $\omega$  与管径 d( 直径)的关系,在高频 1575—1587cm<sup>-1</sup>范围内有两支  $E_1$  模,其频率随管径稍许递增,其他三支  $E_1$  模频率随管径有明显的递减关系.从图中还可看出各  $E_1$  模频率与管子的手性关系不大.

## 3. SWCNT $\Gamma \perp E_2$ 模的分析

手性管具有 6 个  $E_2$  模 表 3 给出手性管  $E_2$  振 动模式的分析 . 其中手性管具有对称性  $E_2$  且沿径向振动的形式用  $E_2$ ,来表示 ,与手性管  $E_2$ ,模具有相同振动形式的 .在扶手椅管中是中频  $E_{2g}$ 模 ,而在锯齿管中是中频  $E_{2u}$ 模 ;沿管子切线方向振动的形式用  $E_{2u}$ 来表示 ,对应扶手椅管的高频  $E_{2g}$ 模和锯齿管的高频  $E_{2u}$ 模 ;沿管轴方向振动的形式用  $E_{2z}$ 来表示 ,每一手性管有两支该振动形式 :一个低频支和一个高频支 . 同样按振动形式分类 :高频的  $E_{2z}$ 模对应扶手椅管的高频  $E_{2u}$ 模 和锯齿管的低频  $E_{2u}$ 模 ;在垂直于管轴平面内振动的也有两支 ,都用  $E_{2h}$ 来表示 ,两支都对应扶手椅和锯齿管的低频  $E_{2u}$ 模 .

手性管的  $6 \cap E_2$  模、扶手椅和锯齿管的所有的  $E_{2g}$  模都具有拉曼活性,所有手性管  $E_2$  模都没有红外活性,从表 3 可看出,相同频率范围内的振动模,不同手性的管子具有的活性也不相同,例如  $E_{2g}$  具有拉曼活性,对应扶手椅管的是  $E_{2g}$  模,也具有拉曼活性,而对应锯齿管的是  $E_{2g}$  模,不具有拉曼活性。

表 3 单壁碳纳米管具有对称性  $E_2$  的振动模式

	类型	径向振动	切向振动	轴向振动	轴向振动	垂直管轴平 面内的振动	垂直管轴平 面内的振动
管	( n ,m )	$E_{2r}$	$E_{2t}$	$E_{2z}$	$E_{2z}$	$E_{2h}$	$E_{2h}$
型	(n,n)	$E_{2g}$	$E_{2g}$	$E_{2u}$	$E_{2u}$	$E_{2g}$	$E_{2g}$
_	( n 0)	$E_{2u}$	$E_{2u}$	$E_{2g}$	$E_{2u}$	$E_{2g}$	$E_{2g}$
频率范围/cm <sup>-1</sup>		860.09—865.90	1578.29—1588.64	1537.49—1582.73	123.19—380.98	4.64—59.82	194.10—602.17
振动形式		振幅变化 有两个周期 的驻波形态	振幅变化 有两个周期 的驻波形态	振幅变化 有两个周期 的驻波形态	振幅变化 有两个周期 的驻波形态	振幅 相位 变化均有两个 周期的驻波 形态	振幅 相位 变化均有两个 周期的驻波 形态

图 3( a—e)分别给出径向、切向、轴向和两个垂直管轴平面内的振动形式,对于手性管,扶手椅管和

锯齿管的同一振动形式 我们只给出一个图例.从图中可看出它们的振幅变化都有两个周期的驻波形

态.由于  $E_2$  也为二重简并 ,两支相互简并的本征矢 对应的振动也有  $\pi/2$  的相位差.

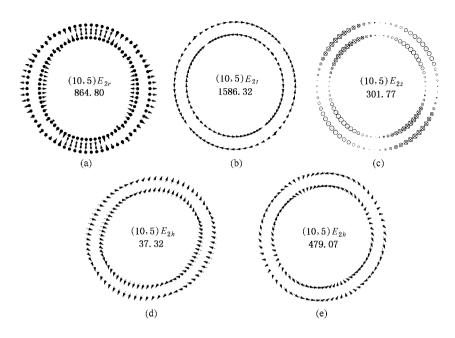
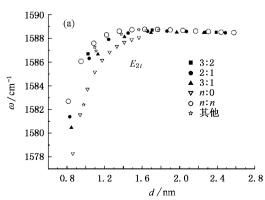


图 3  $E_2$  的振动形式图 (a) 经向振动(b) 切向振动(c) 轴向振动(d) 垂直管轴平面内的振动, (e) 垂直管轴平面内的振动

图 4 给出一系列手性管的各支  $E_2$  模 包括对应的扶手椅、锯齿管的各模 )的振动频率随管径的变化. 在高频处有两支  $E_2$  模 ,其频率随管径稍许递增 ;其他 4 支  $E_2$  模频率随管径增大而递减. 对图 4 更仔细分析得知 ,其中  $E_{2\iota}$  , $E_{2\iota}$  在 0.8—1.8nm 的管径范围内 ,其频率变化与手性有关 ,而其他 4 支  $E_2$  模振动频率与管子的手性关系不大 ,见图 5.

图 5 给出单壁碳纳米管简并的  $E_2$  模式中沿切向  $E_2$ ,模和径向  $E_2$ ,模振动的频率(即波数)与管径和手性的变化关系.不同手性的管子对应的振动频率用不同形状的符号(三角、圆圈、方块、五角星)来表示.其中有 n:m 为 3:2 的管、n:m 为 2:1 的管、



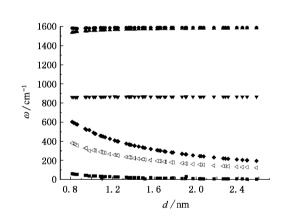


图 4  $E_2$  模频率与管径的关系 n:m为3:1的管、(n,0)管和(n,n)管 图中"其他"包

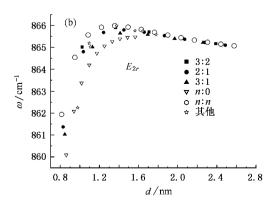


图 5  $E_{2\iota}$  , $E_{2r}$ 模频率与管径的关系 (a) $E_{2\iota}$ 模 (b) $E_{2r}$ 模

括了( 10 ,6 )( 11 ,5 )( 13 ,7 )( 13 ,10 )( 15 ,9 )( 16 ,10 )管的计算结果. 从图中可看出:对应的  $E_{2i}$  和  $E_{2i}$  模的频率在小于 1.8nm 的相同管径处随手性角增加而增大,手性角最大的管是( n ,n )管( 图中用空心圆圈〇表示 ),手性角最小的管是( n ,0 )管( 图中用空心下三角 $\nabla$ 表示 ).

#### 4. 结 论

本文应用力常数模型[3]和卷曲方法计算了各种

不同手性的单壁碳纳米管(52 个)在 Brillouin 区中心  $\Gamma$  点的晶格振动频率 得出 SWCNT 具有拉曼和红外活性的模式 ,如表 1 所示 ;从计算结果给出其简并的  $E_1$  , $E_2$  模振动频率与其管径和手性的关系 ,并给出它们的振动形式 . 得出管径在 0.8nm—2.6nm 范围  $E_1$  , $E_2$  模频率与管子的手性关系不算大(在实验测量的精度内),而频率在 400—900cm—1 间的非简并本征频率对应的两个  $B_1$  和一个  $B_2$  模与手性明显相关11 .这些可望能提供分析产品中碳纳米管直径和类型的依据 .

- [1] Dresselhaus M S, Dresselhaus G, Eklund P C 1996 Science of Fullerenes & Carbon Nanotubes (san Diego 'Academic Press)
- [2] Dresselhaus M.S., Eklund P.C. 2000. Adv. Phys. 49 705
- [3] Saito R, Dresselhaus G, Dresselhaus M S 1998 Physical Properties of Carbon Nanotubes (London: Imperial College Press)
- [4] Zhang HP, Jin QH, Wang YF, LiBH, Ding DT 2005 Acta Phys. Sin. 54 427% in Chinese J 张慧鹏、金庆华、王玉芳、李宝

#### 会、丁大同 2005 物理学报 54 4279]

- [5] Xiao Y, Yan X H, Cao J X, Ding J W 2003 Acta Phys. Sin. **52** 1720(in Chinese)[肖 杨、颜晓红、曹觉先、丁建文 2003 物理学报 **52** 1720]
- [6] Zhang B, Wang YF, Jin QH, Li BH, Ding DT 2005 Acta Phys. Sin. 54 1325(in Chinese)[张 滨、王玉芳、金庆华、李宝会、丁大同 2005 物理学报 54 1325]

# The $E_1$ and $E_2$ vibrational modes at $\Gamma$ point for chiral single wall carbon nanotubes \*

Peng Yong-Jin Zhang Hui-Peng Jin Qing-Hua Wang Yu-Fang Li Bao-Hui Ding Da-Tong<sup>†</sup>

( Department of Physics , Nankai University , Tianjin 300071 , China )

( Received 24 May 2005 ; revised manuscript received 8 January 2006 )

#### Abstract

The 12 non-degenerate phonon vibrational modes at the center of Brillouin zone for a series of single-wall carbon nanotubes have been analysed in a previous paper. <sup>[11]</sup> The  $E_1$  and  $E_2$  of degenerate phonon vibrational modes are further discussed in this paper and the relations between frequency-chirality and frequency-tube diameter for  $E_1$  and  $E_2$  vibrational modes are also demonstrated.

Keywords: single wall carbon nanotube, chiral nanotube, vibrational mode

PACC: 6320D, 6322

<sup>\*</sup> Project supported by the Joint-Research Foundation of the Ministry of Education of China to Nankai and Tianjin Universities

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: dingdt@nankai.edu.cn