

电荷屏蔽对 II 型超新星瞬时爆发能量的影响^{*}

刘门全 张 洁 罗志全[†]

(西华师范大学理论物理研究所, 四川南充 637002)

(2005 年 11 月 4 日收到, 2005 年 12 月 17 日收到修改稿)

讨论了电荷屏蔽效应对 $WS15M_{\odot}$ 前身星模型瞬时爆发能量的影响, 对电子俘获率的计算基于平均重核模型, 数值模拟表明电荷屏蔽降低了电子俘获率, 延长了爆发时间, 使中微子泄漏的总能量增加, 从而导致激波的能量略微降低. 给出的方法可以适用于其他考虑电荷屏蔽效应的超新星数值模拟.

关键词: 超新星, 瞬时爆发, 数值模拟, 电荷屏蔽

PACC: 9760B, 2340

1. 引 言

弱相互作用过程在恒星晚期演化过程中扮演着非常重要的角色, 特别是电子俘获过程, 它是引起核心塌缩型超新星(包括 II 型, Ib 型和 Ic 型)爆发的首要因素^[1], 电子俘获一方面使电子的数密度减少, 导致电子压强降低; 另一方面在电子俘获过程中将产生大量中微子, 中微子泄漏将造成巨大的能量损失, 从而使星核冷却, 这两个因素都会加速前身星坍塌^[2]. 从 20 世纪 80 年代以来, 人们对恒星高密度环境下的弱相互作用率的计算做了许多工作^[3-7]. Fuller, Flower 和 Newman (FFN) 首先采用壳层模型“边缘假设”处理 Gamow-Teller (GT) 跃迁, 详细计算了质量数 (A) 在 $21 \leq A \leq 60$ 之间的 226 个核素的电子俘获率和 β 衰变率^[3,4]; 此后, Aufderheide 等考虑了淬灭效应的影响并利用核统计平衡 (NSE) 理论计算了在超新星前身星阶段一些重要的密度、温度和电子丰度点丰度最高的 20 种核素的弱相互作用率^[5]; 现在人们对电子俘获率的精确计算主要有大规模壳层模型方法和壳层模型 Mont Carlo (SMC) 方法. 近年来, Langanke 和 Martinez-Pinedo (LMP) 的计算显著提高了电子俘获率的计算精度, 与 FFN 的原来的结果相比, 电子俘获率有明显降低^[6]. 但是由于电荷屏蔽势能远小于电子的 Fermi 能 (FFN 估算不超过 6%^[4]), 因此, 长期以来人们都忽略了在超新

星演化过程中电荷屏蔽对电子俘获反应的影响. 文献 [8] 中首先考虑了这种影响, 文中基于原子核壳层模型, 用与 FFN 类似的方法对一些重要的温度、密度和电子丰度下最重要的核素进行研究表明, 电荷屏蔽可以较明显地减小电子俘获率, 减小程度因不同的核素和反应条件而差异很大, 总的影响为使电子丰度变化率降低 10%—20%^[9]. 最近, 根据 LMP 的结果重新计算电荷屏蔽对电子俘获的影响, 结果表明在高密情况下, 这种影响将略微增大, 但是至今电荷屏蔽对整个超新星爆发过程的影响还没有被研究过. 超新星爆发阶段涉及大量的核素, 而且多数是处于非稳定的激发态, 因此对每个核素都获得一个精确的俘获率是非常困难的, 在本文中把所有的重核核素用一种平均重核代替, 这种处理可以较好地反应所有重核核素的平均性质^[10,11], 再运用平均的反应截面可以计算得到平均重核的电子俘获率. 当前, II 型超新星爆发机制还没有完全弄清, 考虑电荷屏蔽对整个爆发过程的影响, 对于研究超新星爆发机制是必要的. 计算中为了反应屏蔽对整个爆发过程的影响, 采用了王贻仁等提出的“等效厚度”假设^[12]. 它能够获得瞬时爆发的成功, 而且与实际观测得到的爆发能量相符合. 文中使用 WLYW89 超新星数值模拟程序, 前身星模型是 $WS15M_{\odot}$ ^[13], 该模型铁核大小为 $1.377M_{\odot}$. 铁核边缘取为 $1.38M_{\odot}$. 从星体中心到 $1.6M_{\odot}$ 被均匀分割为 96 个质量壳层.

^{*} 国家自然科学基金 (批准号: 10347008) 资助的课题.

[†] 通讯联系人. E-mail: lzq_sc@tom.com

2. 平均重核的电子俘获率

一般地, 对于一个处于平衡态下的核素, 当计及所有初态 i 和末态 j 时, 总的电子俘获率 λ 表达式为

$$\lambda = \frac{\ln 2}{K} \sum_i \frac{(2J_i + 1) e^{-E_i/kT}}{G(Z, A, T)} \sum_j B_{ij}^{ec}, \quad (1)$$

K 为常数, 通常取 6251 ± 6 , E_i , J_i 分别为初态的能量和角动量, k 为 Boltzmann 常数, $G(Z, A, T)$ 为核配分函数 (Z, A, T 分别表示核的电荷数, 质量数和平衡态的温度), f_{ij}^{ec} 为电子俘获的相空间积分, B_{ij} 为总跃迁矩阵元, 包含 Fermi 跃迁和 GT 跃迁.

对于本文中数值模拟程序所采用的四粒子模型, 即前身星由自由质子、自由中子、 α 粒子和重核气体混合组成而且达到核统计平衡 (NSE), 用一种平均重核反应代表所有重核元素的整体性质. 四粒子中只有质子和重核才能俘获电子, 因此总的电子俘获率 $\lambda_{EC} = \lambda_p + \lambda_H$. λ_p 为质子的俘获率, λ_H 为平均重核的俘获率. 考虑到前身星核心区主要成分为铁族元素, 因此文中主要讨论电荷屏蔽对于重核电子俘获反应的影响. 精确计算电子俘获率通常采用原子核壳层模型并根据 (1) 式计算可得, 但是这种方法对于不同的核素结果差异很大, 因此这里采用 Fermi 气体模型来描述重核的平均性质, 先将核内的核子看成 Fermi 气体. 费米子的数密度为^[17]

$$n = \frac{4\pi g}{h^3} \int p^2 \frac{1}{e^{(\epsilon - \mu)/kT} + 1} dp, \quad (2)$$

n 表示数密度, h 为普朗克常数, g 为统计权重, p 为粒子动量, ϵ 为粒子能量, μ 为其化学势. 对于质子, 统计权重 $g = 2$, 所以数密度 $n_p = \frac{8\pi}{h^3} \int p^2 f_p dp$.

其中 $f_p = \frac{1}{e^{(\epsilon_p - \mu_p)/kT} + 1}$ 为质子的 Fermi-Dirac 分布函数.

数密度微分 $dn_p = \frac{8\pi}{h^3} p^2 f_p dp$, 在简并条件下有:

$$\frac{8\pi}{h^3} = \frac{3n_p}{k_f^3}, \quad k_f \text{ 为核内核子为非相对论粒子, 因此能量和动量关系满足 } d\epsilon = p dp/m, \text{ 于是 } dp = \frac{m_p}{p} d\epsilon_p. \text{ 又由于俘获过程中只有 Fermi 海顶部的质子才能参与反应, 因此质子动量 } p \approx k_f, \text{ 于是有}$$

$$dn_p = \frac{3n_p}{k_f^3} m_p k_f f_p d\epsilon_p, \quad (3)$$

根据 (2) 式类似地得到电子的数密度 $n_e, n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int p^2 f_e dp$ 其中 $\frac{8\pi}{h^3} = \frac{3n_e c^3}{\mu_e^3}$, μ_e 为电子化学势, c 为光速. 当电子之间的距离很小, 速度很大时, 核外电子为超相对论的粒子, 因此它的能量和动量关系满足 $\epsilon_e \approx pc, p^2 = \frac{\epsilon_e^2}{c^2}, dp = \frac{d\epsilon_e}{c}$, 故有

$$dn_e = \frac{3n_e}{\mu_e^3} \epsilon_e^2 f_e d\epsilon_e, \quad (4)$$

其中 $f_e = \frac{1}{e^{(\epsilon_e - \mu_e)/kT} + 1}$ 为电子的 Fermi-Dirac 分布函数, μ_e 为电子化学势.

超新星核心区总的弱相互作用率 λ_l (包括电子俘获和 β 衰变) 可表示为: $\lambda_l = -\frac{dn_e}{dt}$, 当电子数密度 n_e 降低时, 则 $\lambda_l > 0$, 表示电子俘获过程是主要的反应; 反之, 当 n_e 增大时, $\lambda_l < 0$, 则表示 β 衰变反应起决定作用. 采用文献 [11] 提供的方法, 重核的电子俘获率可表示为

$$\lambda_H = \iint dn_e(\sigma c) \lambda n_p, \quad (5)$$

其中 $\sigma = 1.18 \times 10^{-44} \left(\frac{\epsilon_\nu}{m_e c^2} \right)^2$, ϵ_ν 为电子中微子的能量, m_e 是电子静止质量, 由 (3) (4) 和 (5) 式有

$$\lambda_H = 1.18 \times 10^{-44} \frac{3n_e}{\mu_e^3} \frac{3n_p}{k_f^3} \left(\frac{c}{m_e c^2} \right)^2 \times m_p \iint \epsilon_e^2 \epsilon_\nu^2 f_e d\epsilon_e f_p d\epsilon_p, \quad (6)$$

上式中, $n_e = \rho N_A Y_e$, $n_p = x \chi_h \rho N_A$, $k_f = (2m_p \mu_p)^{1/2}$, $d\epsilon_e = d\epsilon_\nu$, ρ 为质量密度, N_A 为 Avogadro 常数, μ_p 为质子化学势, Y_e 是电子丰度, m_p 是质子质量, $x = Z/A$, χ_h 为平均重核的丰度, ϵ_e, ϵ_p 分别为电子和质子的能量. 由反应前后的能量守恒可得, 电子能量 $\epsilon_e = \mu_n + \Delta_n - \epsilon_\nu - \epsilon_p$, Δ_n 为子核的平均激发能, 取为 3MeV , μ_n 为中子的化学势. 中微子能量区间 $0 \leq \epsilon_\nu \leq \Delta$, Δ 为释放中微子的最大能量. 质子的能量区间为 $\Delta_p - (\Delta - \epsilon_\nu) \leq \epsilon_p \leq \mu_p$.

在高压气体中, 原子核周围形成屏蔽电子云. 本文中对其屏蔽势能的计算采用经典的等离子体强屏蔽势能. 在强屏蔽下每个 Wigner-Seitz 离子球总的屏蔽势为 $D = 1.764 \times 10^{-5} Z^{5/3} (\rho Y_e)^{1/3} \text{MeV}$, 所以对某一核而言, 平均每个电子的屏蔽势能为: $D_s = 1.764 \times 10^{-5} Z^{2/3} (\rho Y_e)^{1/3} \text{MeV}$. 电荷屏蔽效应等效于减小了电子的入射能量, 从而提高了电子俘获的反应阈

能, 故预期的俘获率将会减小. 我们对电荷屏蔽的处理类似于文献 [8], 即忽略电荷屏蔽对电子波函数和中微子能量的影响, 仅考虑电荷屏蔽对电子能量的影响, 于是在强屏蔽下重核的俘获率应为

$$\lambda'_{\text{H}} = C \int_0^{\Delta} \epsilon_v^2 d\epsilon_v \int_{\Delta_p - (\Delta - \epsilon_v) + D_s}^{\mu_p + D_s} f_e f_p(\mu_n + \Delta_n - \epsilon_v - \epsilon_p - D_s) d\epsilon_p \quad (7)$$

其中, $C = 1.18 \times 10^{-44} \frac{3n_e}{\mu_e^3} \frac{3n_p}{k_f^2} \left(\frac{c}{m_e c^2}\right)^2 m_p$. 计算中对中微子泄漏模式的处理与文献 [14] 相同, 中微子能量泄漏率 $\dot{Q}_v = 9.65 \times 10^{17} [- \dot{Y}_e \epsilon_{v,c} W + Y_v / t_v \epsilon_{v,c} (1 - W)]$. 这里 \dot{Y}_e 为电子丰度变化率, $\epsilon_{v,c}$ 为中微子自由泄漏的平均能量, $\epsilon_{v,e}$ 为中微子扩散泄漏的平均能量, W 为中微子逃逸方式的权重因子, Y_v 为中微子的丰度, t_v 为中微子扩散泄漏时间, \dot{Q}_v 单位为 $10^{-7} \text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. 总的中微子泄漏能量 $\dot{Q}_{v,t}$ 即为

$$\dot{Q}_{v,t} = \sum_i \sum_j \dot{Q}_{v,i} \Delta M_j \Delta t, \quad (8)$$

其中, t 为时间, Δt 为时间步长, ΔM_j 为第 j 个壳层的质量.

3. 结果与分析

表 1 给出了在坍塌初期(激波形成前约 0.27s)考虑电荷屏蔽效应前后的电子俘获率. 其中, λ_1 , \dot{Y}_{e1} , \dot{Q}_{v1} 分别为该时刻未考虑电荷屏蔽时的电子俘获率、电子丰度变化率和中微子能量泄漏率; λ_2 , \dot{Y}_{e2} , \dot{Q}_{v2} 分别为考虑电荷屏蔽后的电子俘获率、电子丰度变化率和中微子能量泄漏率. 从中可以看出 $\lambda_1 > \lambda_2$, 即电荷屏蔽使得电子俘获率减小, 这与文献 [8] 中的结论相一致. 由于 $\dot{Y}_e = -\frac{\chi}{A} \lambda_{\text{EC}}$, 电子俘获

率的减小必然导致电子丰度变化的减慢, 因此表 1 中 $\dot{Y}_{e1} > \dot{Y}_{e2}$ (“—”表示减小). 同时, 降低的电子俘获率使电子俘获过程中产生的电子中微子数目减少, 而在密度 $\rho < 10^{11} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 时, 中微子是几乎是自由泄漏的, 因此单位时间内泄漏的中微子能量随之减少, 即 $\dot{Q}_{v1} > \dot{Q}_{v2}$. 另外我们还可以发现电荷屏蔽效应对外层的影响更大, 因为星核内层的密度更大, 温度更高, 电子的 Fermi 能 $W_F = [1.08(\rho Y_e)^{2/3} \times 10^{-4} + 1]^{1/2} - 1$, 可以证明在密度 $\rho > 10^8 \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 的情况下 D_s / W_F 近似与密度无关, 因此屏蔽效应减弱. 当密度超过 $10^{11} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 后, 中微子的不透明度将增加, 使一些中微子俘陷其中, 这些中微子会引起电子俘获的逆反应, 即 β^- 衰变. 在密度 $\rho = 3 \times 10^{12} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ 左右中微子完全囚禁, 达到 β 平衡, 之后塌缩几乎是等熵的, 轻子的丰度将不再降低. 另外, 根据 Auferheide 等 [5] 采用壳层模型“边缘假设”与 LMP 等运用大规模壳层模型技术对超新星环境下大量核素的电子俘获率和 β 衰变率计算表明, 在 $0.42 \leq Y_e \leq 0.46$ 会出现 β 衰变与电子俘获的平衡 [5, 6], 我们也考虑这些条件对电子俘获反应的影响.

图 1 为考虑电荷屏蔽前后的爆发能量比较, 可以看到两个明显的特征: (1) 产生激波的时间延长, 由未考虑屏蔽效应时的 0.267s 增加到考虑屏蔽情况下的 0.269s, 这是由于在塌缩初期 $u < 1$ ($u = \rho / \rho_0$, ρ 为质量密度, ρ_0 为核密度), 电子简并压强是星核总压强的主要成分. 计算屏蔽效应后电子俘获率降低, 电子数密度减少率也随之降低, 而简并电子压强与电子数密度有 $P_e = \frac{c}{4} \left(\frac{3h^3}{8\pi}\right)^{1/3} n_e^{4/3}$, 因此导致电子压强减少变慢, 核心内总压强减少也变慢, 从而减缓了塌缩速度. (2) 激波的最大能量和最后爆发能量(即激波到铁核边缘 $1.38M_{\odot}$ 时的能量)都略微减小. 激波的最大能量分别为 $1.233 \times 10^{44} \text{J}$ 和 $1.137 \times$

表 1 考虑电荷屏蔽效应前后的比较 (j 表示质量壳层数)

j	λ_1	λ_2	\dot{Y}_{e1}	\dot{Y}_{e2}	\dot{Q}_{v1}	\dot{Q}_{v2}
1	9.81621×10^1	9.81119×10^1	-1.25792×10^{-3}	-4.46175×10^{-4}	1.18028×10^{-3}	6.70171×10^{-4}
20	2.28190×10^1	2.28028×10^1	-5.48317×10^{-4}	-2.72954×10^{-4}	6.77346×10^{-4}	5.18484×10^{-4}
40	5.48759×10^0	5.45395×10^0	-2.14389×10^{-3}	-1.53491×10^{-3}	2.46790×10^{-3}	1.76610×10^{-3}
60	6.19045×10^{-1}	6.10976×10^{-1}	-8.73012×10^{-4}	-7.21412×10^{-4}	1.03803×10^{-3}	8.50623×10^{-4}
80	9.11406×10^{-3}	9.04921×10^{-3}	-5.49358×10^{-6}	-4.01447×10^{-6}	1.80993×10^{-6}	1.17336×10^{-6}

10^{44} J; 到达铁星核边缘的激波能量分别为 $0.940 \times$

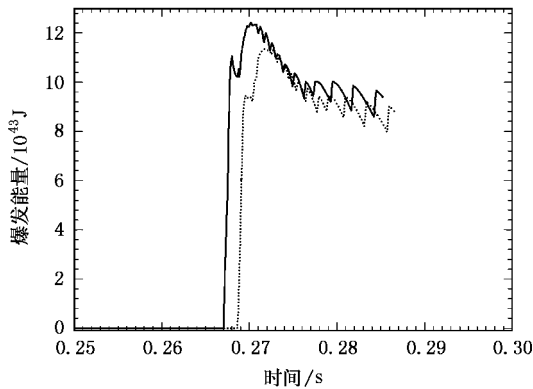


图1 爆发能量随时间的变化 实线为原来的爆发能量,虚线为考虑屏蔽影响后的爆发能量

10^{44} J 和 0.875×10^{44} J, 减少 0.65×10^{43} J, 约 7%. 经过分析发现, 爆发能量降低的主要原因来自于中微子泄漏过程. 在整个超新星演化过程中, 中微子泄漏的能量高达 90% 以上^[15]. 尽管考虑屏蔽效应使得单位时间内泄漏的中微子能量损失减少, 但由 (8) 式可知总的中微子损失能量还与时间有关, 由于爆发时间的延长, 总的中微子损失 \dot{Q}_{ν} 反而有所增加, 损失能量从 3.135×10^{44} J 增加到 3.186×10^{44} J, 共增加 0.51×10^{43} J. 这个值与激波达到铁星核边缘能量减少量相接近. 因此整个过程中激波能量的减少量几乎是中微子多损失的能量.

4. 结 论

本文在计算电荷屏蔽效应对超新星环境下电子俘获反应的影响时, 不仅考虑了电荷屏蔽对超新星前身星坍缩初始阶段的影响, 同时也考虑了对坍缩后期阶段的影响. 仅星核外层处于四粒子状态, 而星核中心成为均匀核物质状态以及激波后在激波传播区域铁核光裂解后成三粒子状态, 即 α , n 和 p 三种自由粒子) 的影响. 从上面的分析可以看出电荷屏蔽总体影响是比较小的, 这可能是至今在超新星数值模拟中没有考虑电荷屏蔽效应的原因. 如果采用近年根据相对论简并电子流提出的电荷屏蔽势来分析 (在高密环境下比等离子体强屏蔽势能约减少 50%) 电荷屏蔽效应的影响还将更小. 本工作是基于平均重核模型计算而没有涉及具体的核素, 因此这是一个估算的结果. 电荷屏蔽的影响的精确分析必须在 NSE 中用更精确的壳层模型计算, 这是我们的下一步工作. 但是我们的认为在超新星的爆发机制仍然是一个疑难问题的情况下, 考虑电荷屏蔽的影响是必要的.

本工作所用计算程序是在中国科学院应用数学所王贻仁、张锁春、谢佐恒及北京大学医学部计算中心汪惟中等几位研究员多年编制的超新星爆发模拟程序包的基础上修改而成的, 作者对他们的支持表示衷心的感谢!

- [1] Peng Q H 2004 *Nucl. Phys. A* **738** 515
- [2] Bethe H A 1990 *Rev. Mod. Phys.* **62** 801
- [3] Fuller G M, Fowler W A, Newman M J 1982 *Ap. J.* **252** 715
- [4] Fuller G M, Fowler W A, Newman M J 1982 *Ap. J. S.* **48** 279
- [5] Aufderheide M B, Fushiki I, Woosley S E *et al* 1994 *Ap. J. S.* **91** 389
- [6] Langanke K, Martinez-Pinedo G 2000 *Nucl. Phys. A* **673** 481
- [7] Luo Z. Q, Liu M Q, Peng Q H *et al* 2005 *Chin. Phys.* **14** 1272
- [8] Luo Z Q, Peng Q H 1996 *Science in China (Series A)* **39** 776
- [9] Luo Z Q, Peng Q H 2001 *Chin. A. A.* **25** 1
- [10] Lattimer J M, Swesty F D 1991 *Nucl. Phys. A* **535** 331
- [11] Wang Y R, Zhang S C, Xie Z H *et al* 2003 *Supernova Mechanism and Numerical Simulation* (Zhengzhou: He-Nan Science Press) (in Chinese) [王贻仁、张锁春、谢佐恒等 2003 超新星爆发机制和数值模拟(郑州:河南科学出版社)]
- [12] Wang Y R, Xie Z H, Wang W z *et al* 1997 *Chin. J. Comp. Phys.* **4** 549 (in Chinese) [王贻仁、谢佐恒、汪惟中等 1997 计算物理 **4** 549]
- [13] Woosley S E, Weaver T A 1995 *Ap. J.* **101** 181
- [14] Xie Z H, Wang Y R, Zhang S C *et al.* 1996 *Acta Astro. Sin.* **16** 365 (in Chinese) [谢佐恒、王贻仁、张锁春等 1996 天体物理学报 **16** 365]
- [15] Malek M, Morri M, Fukuda Y *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 0611011

Effect of electron screening on the prompt explosion energy for type II supernova^{*}

Liu Men-Quan Zhang Jie Luo Zhi-Quan[†]

(*Institute of Theoretical physics , China West Normal University , Nanchong , Sichuan 637002 , China*)

(Received 4 November 2005 ; revised manuscript received 17 December 2005)

Abstract

The effect of electron screening on prompt explosion energy of supernova is discussed in regard to progenitor model $WS15M_{\odot}$. The average heavy nuclei model is used for calculating the electron capture rates. The simulation results show that electron capture rate is decreased and the collapsing time-scale is prolonged by the electron screening, and the total energy of neutrino leakage increases. Accordingly, by the energy of the shock wave also decreases appreciably. The effect of electron screening on other supernova simulations is estimated.

Keywords : supernova , prompt explosion , numerical simulation , electron screening

PACC : 9760B , 2340

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No 10347008).

[†] Corresponding author. E-mail : lzq_sc@tom.com