第 55 卷 第 7 期 2006 年 7 月
1000-3290/2006/55(07)/3259-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.55, No.7, July, 2006

量子点接触对单电子量子态的量子测量*

胡学宁　李新奇

(中国科学院半导体研究所 超晶格和微结构国家重点实验室, 北京　100083)

(2005 年 11 月 10 日收到; 2005 年 12 月 20 日收到修改稿)

研究了用介观量子点接触(QPC)对单电子两态和多态系统的量子测量问题. 发现,在任意测量电压下,该测量问题不能用标准的 Lindblad 量子主方程描述. 考虑了测量仪器和被测系统之间的能量交换对细致平衡关系的影响,对该问题提供了一个恰当的理论描述,并对未来的固态量子测量和量子反馈控制可能产生一定影响.

关键词: 量子测量, 量子比特, 细致平衡, 退局域化

PACC: 0365, 0365B, 7210

1. 引　　言

众所周知, Copenhagen 假说(postulate)认为量子测量是一个"信息的获取"与"波包塌缩"同时发生的过程,即测量(瞬时)完成后,被测量的量子态将被投影到观察量的本征态上. 但是,实际的测量仪器本身就是一个物理系统,测量过程是测量仪器与被测系统相互作用的过程,是逐渐完成的. 研究量子测量过程的动力学描述一直是十分令人感兴趣的问题. 近年来, 由于迅速发展的量子信息学的需要,量子测量问题得到了更为广泛的关注. 特别是与固态量子信息相关的固态量子测量,研究才刚刚开始,还远不成熟. 实现固态量子测量的一个可行方案是利用介观输运装置量子点接触(QPC)测量一个电荷量子比特[1,2]. 在实验方面,最近实现了利用 QPC 测量单个量子点中单电子的占据情况[3]. 实验清楚地显示了 QPC 极高的灵敏性, 以及将来的可能应用. 因此,研究 QPC 的测量特性和建立正确的理论描述十分重要.

自 1997 年以来, QPC 对单个电荷量子比特的量子测量问题有了一系列深入研究,主要的理论方案有: 1) Gurvitz 从微观多体波函数出发,建立了一个 Bloch 方程方案[1]; 2) Goan 等人在量子光学基础上,建立了量子轨道(quantum trajectory)方案[4]; 3) Korotkov 等人从经典概率论的 Bayes 公式出发,建立了 Bayesian 描述方案[5]. 尽管这三种方案的理论形式不同,但本质上是等价的. 特别是,系综平均后,它们都对应同一个 Lindblad 形式的量子主方程. 然而,我们注意到,在任意测量电压下,这个 Lindblad 量子主方程将导致不正确的弛豫行为[1],即完全退相干和弛豫后,非对称的量子比特在能量不同的局域量子态上占有的概率相同.

本文将分析出现以上困难的原因,并建立新的处理方案. 在任意测量电压下,我们的理论处理将恰当地考虑测量仪器和被测系统的能量交换对细致平衡关系的影响,从而很自然地得到正确的弛豫行为. 应用这个新发展的方案,首先分析电荷两态系统(量子比特)在 QPC 测量影响下的退相干特性[6,7],然后研究一个单电子处于无序多量子阱中的多态测量问题[8-11].

2. 模型描述

考虑如图 1 所示的量子测量装置,其中被测系统是 N 个耦合量子阱中的一个额外掺杂电子(电子处在不同的量子阱中代表不同的量子状态),测量仪器是一个介观输运装置 QPC. 整个系统的哈密顿量为

$$H = H_0 + H', \tag{1a}$$

$$H_0 = H_s + \sum_k (\epsilon_k^L c_k^\dagger c_k + \epsilon_k^R d_k^\dagger d_k), \tag{1b}$$

* 国家自然科学基金(批准号: 60376037, 60425412)资助的课题.

$$H_s = \sum_{j=1}^{N} \epsilon_j c_j^{\dagger} c_j + \sum_{j=1}^{N-1} (\Omega_j c_{j+1}^{\dagger} c_j + \mathrm{H.c.}), \tag{1c}$$

$$H' = \sum_{k,q} (\Omega_{qk} + \sum_j \chi_{qk}^{j} |\psi_j\rangle\langle\psi_j|) c_k^{\dagger} d_q + \mathrm{H.c.}, \tag{1d}$$

其中,总哈密顿量中的自由部分 H_0,包含被测系统哈密顿量(H_s)和 QPC 电子库的哈密顿量(后两项).算符 $c_j^{\dagger}(c_j)$是电子在第 j 个阱中的产生(湮没)算符.为简单起见,假设每个量子阱中只有一个束缚能级 ϵ_j,并且只与近邻量子阱耦合,耦合系数分别为 Ω_j 和 Ω_{j-1}.H' 为 QPC 中电子的隧穿哈密顿量,隧穿振幅为 $\Omega_{qk} + \sum_j \chi_{qk}^{j} |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$,它依赖电子的位置,用投影算符 $|\psi_j\rangle\langle\psi_j|$ 表示.这种依赖性反映了测量仪器和被测系统之间的关联,即从 QPC 的输运电流可得到测量信息,同时测量仪器将反作用于被测系统,引起被测量子态的退相干和弛豫.

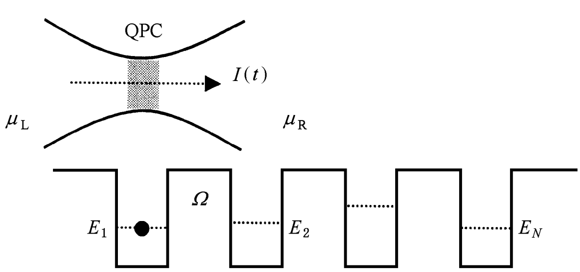

图 1 用介观 QPC 测量耦合量子阱中单电子量子态的示意图

量子测量问题的一个重要方面是研究测量过程中测量仪器对被测量子态的反作用(back-action).这种反作用一般用约化密度矩阵主方程来描述.把隧穿哈密顿量 H' 作为微扰,做二阶累积展开,可得到如下的约化密度矩阵方程[12]:

$$\dot{\rho}(t) = -\mathrm{i}\mathcal{L}\rho(t) - \int_0^t \mathrm{d}\tau \langle \mathcal{L}'(t)\mathcal{G}(t,\tau) \times \mathcal{L}'(\tau)\mathcal{G}^{\dagger}(t,\tau)\rangle \rho(t), \tag{2}$$

其中,刘维尔算符定义为 $\mathcal{L}(\cdots) \equiv [H_s,(\cdots)]$,$\mathcal{L}'(\cdots) \equiv [H',(\cdots)]$.另外,式中 $\mathcal{G}(t,\tau)(\cdots) \equiv G(t,\tau)(\cdots)G^{\dagger}(t,\tau)$,$G(t,\tau)$是与系统哈密顿量 H_s 有关的传播子(格林函数).在方程(2)中,约化密度矩阵 $\rho(t)$定义为 $\rho(t) = \mathrm{Tr}_D[\rho_T(t)]$,其中的平均(trace 求迹)针对测量仪器的全部自由度(在 QPC 电子库的整个 Hilbert 空间中进行);同样,$\langle\cdots\rangle$的意义也如此.

量子测量理论的另一个重要方面是描述测量仪器中获得的测量信息(readout 特征).为了这个目的,我们需要对测量仪器中的态分类(把 Hilbert 空间划分为不同"类"的子空间),然后把方程(2)中的平均限制在某"类"子空间中进行.由于测量仪器 QPC 中的读出量是输运电流 $i(t)$,或等价的隧穿电子数 $n(t) = \int_0^t \mathrm{d}t' i(t')$.因此,我们把测量仪器的 Hilbert 空间作如下分类:首先,定义与"没有任何电子隧穿过 QPC"相对应的子空间为 $D^{(0)}$,它由两个孤立电子库的所有多粒子态的直积构成,即 $D^{(0)} \equiv \mathrm{span}\{|\Psi_L\rangle \otimes |\Psi_R\rangle\}$;然后,引入隧穿算符 $f^{\dagger} \sim f_{qk}^{\dagger} = d_q^{\dagger} c_k$,定义与"有 n 个电子从左边电子库隧穿到右边电子库"相对应的 Hilbert 子空间为 $D^{(n)} = (f^{\dagger})^n D^{(0)}$,$n = 1,2,\cdots$.显然,测量仪器的整个 Hilbert 空间为 $D = \oplus_n D^{(n)}$.利用这种分类方法,把方程(2)中的平均限制在 Hilbert 子空间 $D^{(n)}$ 中进行,可以得到如下的条件主方程[7]:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}^{(n)} = -\mathrm{i}\mathcal{L}\rho^{(n)} - \frac{1}{2}\{ & [Q\tilde{Q}\rho^{(n)} + \mathrm{H.c.}] \\ & - [\tilde{Q}^{(-)}\rho^{(n-1)}Q + \mathrm{H.c.}] \\ & - [\tilde{Q}^{(+)}\rho^{(n+1)}Q + \mathrm{H.c.}]\},\end{aligned} \tag{3}$$

方程中,$Q = \Omega_0 + \sum_j \chi_j |\psi_j\rangle\langle\psi_j|$,$\tilde{Q} = \tilde{Q}^{(+)} + \tilde{Q}^{(-)}$,$\tilde{Q}^{(\pm)} = \tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L})Q$,$\tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L}) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}t C^{(\pm)}(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathcal{L}t}$.这里的关联函数定义为 $C^{(+)}(t) = \langle f^{\dagger}(t) f(0)\rangle$,以及 $C^{(-)}(t) = \langle f(t) f^{\dagger}(0)\rangle$,其中的 QPC 电子隧穿算符 $f = \sum_{kq} c_k^{\dagger} d_q$,$f^{\dagger} = \sum_{kq} d_q^{\dagger} c_k$.为简单起见,我们假设了 $\Omega_{qk} = \Omega_0$,$\chi_{qk}^{j} = \chi_j$,即隧穿振幅与隧穿电子态无关.对 QPC 电子库做宽带近似,谱函数 $\tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L})$可表示为 $\tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L}) = \eta[x/(1-e^{-x/T})]_{x=-\mathcal{L}\mp V}$,其中 $\eta = 2\pi g_L g_R$,T 是温度(本文使用约化单位制 $\hbar = e = k_B = 1$).谱函数 $\tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L})$的意义可用 $\tilde{Q}^{(\pm)}$ 的矩阵元来解释:在被测系统的本征态基矢 $\{|E_m\rangle\}$下,可得到 $\tilde{Q}_{mn}^{(\pm)} = \tilde{C}^{(\pm)}(\pm\omega_{mn})Q_{mn}$,其中 $\omega_{mn} = E_m - E_n$,$Q_{mn} = \langle E_m|Q|E_n\rangle$.这里用了简单的代数运算 $\langle E_m|\mathcal{L}Q|E_n\rangle = \langle E_m|(H_S Q - QH_S)|E_n\rangle = (E_m - E_n)Q_{mn}$.由此可看出,$\tilde{C}^{(\pm)}(\mathcal{L})$中的刘维尔算符"$\mathcal{L}$"把测量仪器和被测系统之间的能量交换和跃迁概率联系了起来,从而将影响细致平衡条件和稳态下占据概率的分布.

把方程(3)对所有"n"求和,得到非条件的量子主方程

$$\dot{\rho} = -\mathrm{i}\mathcal{L}\rho - \mathcal{R}\rho, \tag{4a}$$

$$\mathcal{R}\rho = \frac{1}{2}[Q,\tilde{Q}\rho - \rho\tilde{Q}^{\dagger}], \tag{4b}$$

其中约化密度矩阵 $\rho \equiv \sum_n \rho^{(n)}$，[⋯] 中的项描述了测量仪器对被测量子态的影响(back-action)．在大电压极限下($V \gg \mathscr{L}$)，谱函数 $\tilde{C}^{(\pm)}(\mathscr{L}) \simeq \tilde{C}^{(\pm)}(0)$，方程(4)退化为 Lindblad 形式的主方程

$$\dot{\rho} = -\mathrm{i}\mathscr{L}\rho + \tilde{C}(0)\Big[Q\rho Q - \frac{1}{2}(Q^2\rho + \rho Q^2)\Big], \tag{5}$$

其中 $\tilde{C}(0) = \tilde{C}^{(+)}(0) + \tilde{C}^{(-)}(0)$．容易证明，这个方程就是 Gurvitz 等人在近年的文献中用做出发点的方程[1,4,5]．

利用方程(4)，可以方便地描述测量对被测量子态引起的反作用．如果使用条件主方程(3)，则可以计算测量仪器的输出电流和噪声谱．容易看出，如果将 $\rho^{(n)}(t)$ 对被测系统的状态求"trace"，将得到重要的'分布函数'信息，即 $P(n,t) = \mathrm{Tr}[\rho^{(n)}(t)]$，它描述了到'$t$'时刻有'$n$'个电子隧穿过 QPC 的概率．在这个概率分布函数基础上，可得到一个十分简洁的测量电流表达式

$$I(t) \equiv e\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = e\sum_n n\mathrm{Tr}[\dot{\rho}^{(n)}(t)]$$

$$= \frac{e}{2}\mathrm{Tr}[\tilde{Q}\rho Q + \mathrm{H.c.}], \tag{6}$$

其中 $\tilde{Q} \equiv \tilde{Q}^{(-)} - \tilde{Q}^{(+)}$．在局域量子阱态表象下，稳态测量电流可更具体地表示为

$$I_{ss} = I^{(0)} + \tilde{I}, \tag{7}$$

其中 $I^{(0)} = \sum_{j=1}^{N} I_j\rho_{jj}$，$\rho_{jj}$ 是电子占据第 j 个阱的概率，I_j 是相应的输出电流，具体表达式为 $I_j = Vg_j$，$g_j = e^2\eta(\Omega_0 + \chi_j)^2$ 是相应的电导．我们将看到，在本文的连续弱测量情况下，充分长时间测量后只引起被测系统的本征态之间的完全退相干，而不会引起阱态之间的完全退相干．因此，在阱态表象下密度矩阵非对角元 $\rho_{jj'}$ 不为零，方程(7)的第二部分 $\tilde{I}$ 正是由这些不为零的非对角元引起的．下面将以上的形式理论用于 QPC 对单电子两态和多态系统的量子测量分析，将具体研究测量仪器对被测系统的反作用和测量仪器中的输出电流．

3．量子比特的测量

量子比特是一个两态系统，在这里我们用耦合的双量子阱表示．一般地，假设局域的两个阱态的能级差为 $\epsilon = (\epsilon_2 - \epsilon_1)/2$ 由于两个阱态间存在耦合(强度为 Ω)，本征能级差为 $\Delta = E_2 - E_1$，其中 $E_1 = -\sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}$，$E_2 = \sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}$；相应的本征态为 $|-\rangle = \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle - \cos\frac{\theta}{2}|2\rangle$，$|+\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|1\rangle + \sin\frac{\theta}{2}|2\rangle$．混合角 θ 定义为 $\cos\theta = \epsilon/\sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}$，$\sin\theta = \Omega/\sqrt{\epsilon^2 + \Omega^2}$．在本征态基矢 $\{|-\rangle, |+\rangle\}$ 下，量子比特的哈密顿量可表示为 $H_{qb} = \frac{\Delta}{2}\sigma_z$．量子比特和测量仪器间的相互作用哈密顿量为

$$H' = \Big[\Big(\Omega_0 + \frac{1}{2}(\chi_1 + \chi_2)\Big)I + \frac{1}{2}(\chi_1 - \chi_2)(\cos\theta\sigma_z + \sin\theta\sigma_x)\Big]X,$$

其中，I 是 2×2 单位矩阵，X 代表 QPC 的隧穿算符，$\sigma_z = |-\rangle\langle-| - |+\rangle\langle+|$ 和 $\sigma_x = |-\rangle\langle+| + |+\rangle\langle-|$ 为泡利算符．利用量子比特的泡利算符，测量引起的反作用(方程(4b))可明确表达为

$$\begin{aligned}\mathscr{R}\rho &= \eta_1^2\tilde{C}(0)[\sigma_z,[\sigma_z,\rho]] + \eta_2^2[\sigma_s,\tilde{Q}_x\rho - \rho\tilde{Q}_x^{\dagger}]\\ &\quad + \eta_1\eta_2\tilde{C}(0)[\sigma_x,[\sigma_z,\rho]]\\ &\quad + \eta_1\eta_2[\sigma_z,\tilde{Q}_x\rho - \rho\tilde{Q}_x^{\dagger}],\end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\eta_1 = \frac{1}{2}(\chi_1 - \chi_2)\cos\theta$，$\eta_2 = \frac{1}{2}(\chi_1 - \chi_2)\sin\theta$，$\tilde{C}(0) = \tilde{C}^{(+)}(0) + \tilde{C}^{(-)}(0)$，$\tilde{Q}_x = \tilde{C}(\mathscr{L})\sigma_x$，$\tilde{C}(\mathscr{L}) = \tilde{C}^{(+)}(\mathscr{L}) + \tilde{C}^{(-)}(\mathscr{L})$．方程(8)右式第一项描述了"$\sigma_z$ 耦合'引起的纯粹退相干(pure dephasing)；第二项描述了'σ_x 耦合'引起的弛豫和退相干；后面两项是两种耦合导致的混合交叉效应，对量子比特的耗散动力学贡献比较小(但对测量仪器的噪声谱计算很重要)．进一步，把第二项写成

$$\begin{aligned}&[\sigma_x,\tilde{Q}_x\rho - \rho\tilde{Q}_x^{\dagger}]\\ &= -2\tilde{C}(\Delta)D[\sigma^+]\rho - 2\tilde{C}(\Delta)D[\sigma^-]\rho\\ &\quad - [\tilde{C}(-\Delta) + \tilde{C}(\Delta)](\sigma^-\rho\sigma^- + \sigma^+\rho\sigma^+),\end{aligned} \tag{9}$$

其中 Lindblad 超算符定义如下：

$$D[\sigma^+]\rho = \sigma^+\rho\sigma^- - \frac{1}{2}\{\sigma^-\sigma^+,\rho\}, \tag{10a}$$

$$D[\sigma^-]\rho = \sigma^-\rho\sigma^+ - \frac{1}{2}\{\sigma^+\sigma^-,\rho\}. \tag{10b}$$

为了得到上面的结果，我们作了如下的代数运算：因为 $\mathscr{L}\sigma_x \equiv [H_{qu},\sigma_x] = \frac{\Delta}{2}(2\mathrm{i})\sigma_y$，$\mathscr{L}^2\sigma_x = \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2(2i)\times(-2\mathrm{i})\sigma_x$ 所以，刘维尔算符 $\mathscr{L}$ 的函数 $\tilde{C}(\mathscr{L})$ 作用在 σ_x 上的结果为 $\tilde{C}(\mathscr{L})\sigma_x = C_1(\Delta)\sigma_x + \mathrm{i}C_2(\Delta)\sigma_y$，其中 $C_1(\Delta) = [\tilde{C}(\Delta) + \tilde{C}(-\Delta)]/2$，$C_2(\Delta) = [\tilde{C}(\Delta) - \tilde{C}(-\Delta)]/2$．于是，很容易得到 $\tilde{Q}_x = \tilde{C}(-\Delta)\sigma^+$

$+\tilde{C}(\Delta)\sigma^-$，其中 $\sigma^\pm=\frac{1}{2}(\sigma_x\pm i\sigma_y)$. Lindblad 项"$D[\sigma^\pm]\rho$"有很清楚的物理意义：$D[\sigma^-]\rho$ 描述了测量仪器引起的量子比特从高能级 $|+\rangle$ 向低能级 $|-\rangle$ 的(随机)跃迁；$D[\sigma^+]\rho$ 则表示相反的跃迁过程. 我们注意到，相应的跳跃概率 $\tilde{C}(\pm\Delta)$ 中含有量子比特的"能量量子 Δ"，它把量子比特的跃迁和 QPC 中的电子隧穿联系起来了，从而建立起一种"能量交换"相关的细致平衡关系. 简单的分析可以知道，它对量子比特的弛豫行为有决定性的影响：经长时间的测量后，量子比特近于稳态，相应的密度矩阵主方程中的主导项为 Lindblad 项. 在稳态下，假设量子比特在 $\{|-\rangle,|+\rangle\}$ 上的占有概率分别为 P_1 和 P_2，则 $P_1/P_2=\tilde{C}(\Delta)/\tilde{C}(-\Delta)$ 这一细致平衡关系导致的弛豫结果与文献[1]中的结果很不相同：它清楚地表明，充分弛豫后，量子比特的占据概率与能量有关，而不会出现文献[1]中的"等概率"占据(后面的多态系统的数值结果将更详细地说明这一重要差异). 相应地，这种非"等概率"占据的一个推论是，在"局域阱态"间不会发生完全退相干. 这个结论与文献[1]也完全不同. 在文献[13]中，Gurvitz 得到了局域阱态表象下非零的密度矩阵非对角元，但那里是由于考虑了量子比特与额外的耗散热库耦合.

利用方程(6)，也可以很方便地计算出测量仪器 QPC 中的稳态电流. 考虑零温情况，在大电压区($V>\Delta$)，稳态电流为 $I_{ss}=I_1\rho_{11}+I_2\rho_{22}+\frac{\sin\theta}{2}(\chi_1-\chi_2)^2\eta\Delta\mathrm{Re}\rho_{12}$；在小电压区($V<\Delta$)，$I_{ss}=I_1\rho_{11}+I_2\rho_{22}+\frac{\sin\theta}{2}(\chi_1-\chi_2)^2\eta V\mathrm{Re}\rho_{12}$. 在这里我们进一步看出，量子比特密度矩阵的非零非对角元 ρ_{12} 对 QPC 的输出电流有一个修正效应，这一效应在其他文献中也被忽略了.

4. 单电子多态系统的测量

具体地，我们考虑 10 个耦合量子阱的多态系统，各个量子阱中的能级随机取值为 ϵ_j，近邻阱的耦合系数为 $\Omega_j=\Omega$，QPC 的两个电子库的态密度为 $g_L=g_R=0.5/\Omega$. 从量子力学的测量原理知道，如果试图分辨一个量子态的叠加分量将引起分量之间的退相干(干涉性的破坏). 为充分反映这种特性，我们采用如下的两种测量模型. 一个模型是假定实验者可以分辨出电子在任何一个阱里，这需要让 QPC 电子的隧穿系数依赖于量子阱的局域状态，即 $\Omega_0+\chi_j$，其中 $\chi_j=\Omega/\sqrt{4+(j-1)^2}$ ($j=1,2,\cdots,10$). 对 QPC 假设 $\Omega_0=\Omega$，对应这个模型的退相干行为如图 2(a)所示. 另一个是在文献[11]中采用的模型，它假设实验者只分辨电子是否在第一个阱里，于是当电子占据第一个阱时隧穿系数取 $\chi_1=\Omega/2$，当电子占据其他阱时取 $\chi_j=0$. 相应的数值结果如图 2(b)所示. 从图 2 我们看到这两种模型将导致非常不同的退相干率：图 2(a)所示的退相干要比图 2(b)的快很多，这与量子测量的一般原理完全一致. 另外我们注意到，在局域的阱态表象下，充分测量后，密度矩阵非对角元的实部不等于零，这是因为在所研究的连续弱测量下，完全的退相干发生在本征态之间.

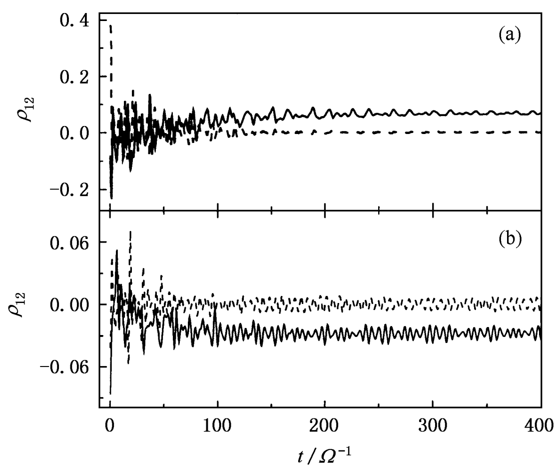

图 2 考虑了能量交换相关的细致平衡条件后测量引起的局域阱态表象下的退相干(QPC 测量电压取为 $V=\Delta$，图中的实线和虚线分别代表密度矩阵非对角元 ρ_{12} 的实部和虚部) (a)和(b)对应两种不同的测量模型

接着我们考察测量引起的弛豫行为，结果如图 3 所示，其中所取的参数与上面模型一相同. 在测量的初始时刻($t=0$)，假设电子处于基态(主要局域在第 9 个阱里)，如图 3 中的实线所示. 伴随着量子测量，耦合量子阱中电子态的弛豫逐渐发生，退局域化将导致电子在每一个阱里的占有概率的重新分布. 图 3(a)所示的弛豫结果，与用文献[11]的方法得到的结果(图 3(b)所示)不同：后者显示，在充分弛豫后，电子在每一个阱里的占有概率相等，这一结果在文献[11]中还得到了解析证明；而我们的结果表明，达到稳态后，电子在每一个阱里的占有概率不相等. 和前面讨论的两态系统类似，这个差别的根源在于是否正确地考虑了测量仪器和被测系统之间的能量

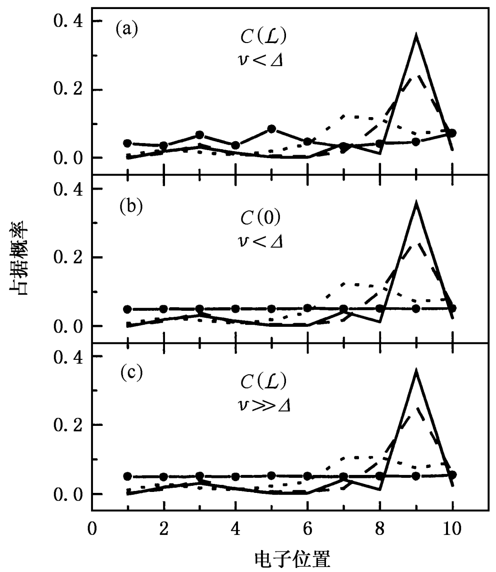

图 3　测量引起的电子退局域化（初始时刻电子处于基态（主要局域在第 9 个量子阱中），如图中实线所示．图中虚线、点线、和特征线分别代表 $0.4\Omega^{-1}$，$1.6\Omega^{-1}$ 和 $600\Omega^{-1}$ 时刻电子在各个阱中的概率分布）　(a)和(b)分别是在小电压下，是否考虑能量交换相关的细致平衡条件的不同结果；(c)是大电压极限下的结果

交换，以及它所导致的细致平衡条件．图 3(c)从另一个角度表明，文献[11]中的方法只适用于大电压极限．

下面进一步讨论多态系统的测量电流．为了更清楚地说明问题，我们考虑 4 个耦合量子阱($j=4$)，参数取为 $\epsilon_j/\Omega=0,1,4,2$．为下面的叙述方便，记本征能级差为 $\Delta_{ij}=E_i-E_j$ ($i>j$，$j=1,2,3,4$)，其中 E_i 是第 i 个本征能级．图 4 显示了 QPC 的微分电导及电子在每个阱中的占有概率随电压的变化，其中实线对应“$I^{(0)}+\tilde{I}$”的结果，虚线对应“$I^{(0)}$”的结果，而点线是由 Gurvitz 的布洛赫方程得到的结果[1,11]．值得注意，图 4(a)中预言了因“能量交换”引起的“微分电导台阶”(staircase)．由于“$I^{(0)}$”能比较精确地描述输出电流(如图 4(a)所示)，所以我们可用“电子在每个阱中的占有概率的变化图像”解释这些台阶．如图 4(b)和(c)所示，当电压刚与被测系统的内部能级差(如 Δ_{21}，Δ_{31}，…)共振时，电子在各阱态的占有概率将发生显著变化，从而导致 QPC 电流的变化，出现了图 4(a)中所示的微分电导台阶．

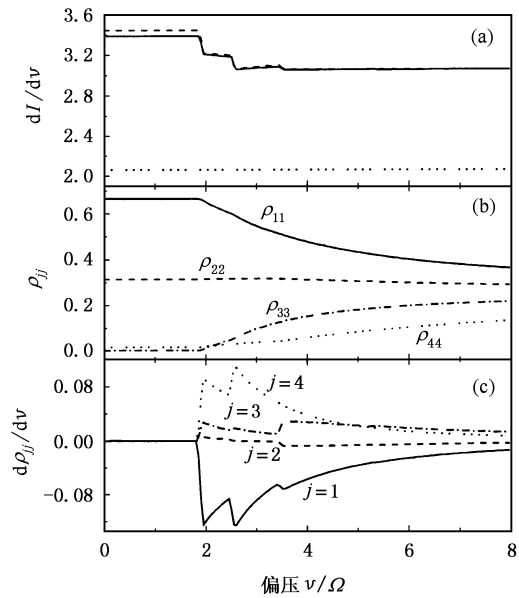

图 4　(a) QPC 中的输出电流(已转换为微分电导 $\mathrm{d}I/\mathrm{d}V$)与测量电压的关系(其中实线、虚线和点线分别对应“$I^{(0)}+\tilde{I}$”，“$I^{(0)}$”和文献[11]中的 Bloch 方程的结果)；(b)和(c)分别表示电子在各局域阱态中的占据概率和它们的变化率随测量电压的变化关系，由此可解释(a)中的电导台阶

5. 结　　论

利用满足与能量交换相关的细致平衡条件的量子主方程，研究了介观 QPC 测量单电子两态(量子比特)和多态系统的量子测量问题．研究表明，文献中采用的 Lindblad 主方程不能正确描述 QPC 在任意电压下的测量特性．这个结论可能对未来的固态量子测量和量子反馈控制产生有价值的影响．

[1] Gurvitz S A 1997 *Phys*. *Rev*. B **56** 15215

[2] Aleiner I L，Wingreen N S，Meir Y 1997 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **79** 3740
Levinson Y 1997 *Europhys*. *Lett*. **39** 299
Stodolsky L 1999 *Phys*. *Lett*. B **459** 193
Buks E，Schuster R，Heiblum M，Mahalu D，Umansky V 1998 *Nature* **391** 871
Pilgram S，Büttiker M 2002 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **89** 200401

[3] Elzerman J M，Hanson R，Willems van Beveren L H，Witkamp B，Vandersypen L M K，Kouwenhoven L P 2004 *Nature* **430** 431

[4] Goan H S，Milburn G J，Wiseman H M，Sun H B 2001 *Phys*. *Rev*. B **63** 125326
Goan H S，Milburn G J 2001 *Phys*. *Rev*. B **64** 235307

[5] Korotkov A N 1999 *Phys*. *Rev*. B **60** 5737
Korotkov A N 2001 *Phys*. *Rev*. B **63** 085312
Korotkov A N，Averin D V 2001 *Phys*. *Rev*. B **64** 165310
Ruskov R，Korotkov A N，e-print cond-mat/0202303

[6] Li X Q，Zhang W K，Cui P，Shao J S，Ma Z S，Yan Y J 2004 *Phys*. *Rev*. B **69** 085315

[7] Li X Q，Cui P，Yan Y J 2005 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **94** 066803

[8] Dittrich T，Graham R 1990 *Europhys*. *Lett*. **11** 589
Dittrich T，Graham R 1990 *Phys*. *Rev*. A **42** 4647

[9] Facchi P，Pascazio S，Scardicchio A 1999 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **83** 61

[10] Flores J C 1999 *Phys*. *Rev*. B **60** 30

[11] Gurvitz S A 2000 *Phys*. *Rev*. *Lett*. **85** 812

[12] Yan Y J 1998 *Phys*. *Rev*. A **58** 2721

[13] Gurvitz S A，Fedichkin L，Mozyrsky D，Berman G P，LANL eprint cond-mat/0301409

Quantum measurement of single electron state by a quantum point contact*

Hu Xue-Ning Li Xin-Qi

(*State Key Laboratory for Superlattices and Microstructures*，*Institute of Semiconductors*，*Chinese Academy of Sciences*，*Beijing* 100083，*China*)

(Received 10 November 2005；revised manuscript received 20 December 2005)

Abstract

Closely related to the quantum information processing in solid states，we study the quantum measurement of single electron state by a mesoscopic charge-sensitive detector，namely the quantum point contact (QPC). We find that the conventional Lindblad-type master equation is not appropriate for describing the underlying measurement dynamics. The treatment developed in this work properly accounts for the energy-exchange between the detector and the measured system，and its role on the detailed-balance relation. A valid description for the QPC measurement dynamics is provided which may have impact on the study of quantum measurement and quantum feedback control in solid states.

Keywords：quantum measurement，qubit，detailed balance，delocalization

PACC：0365，0365B，7210

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 60376037 and 60425412).