

# 非相对论线偏振激光下的 $J \times B$ 加热<sup>\*</sup>

静国梁<sup>1)</sup> 余 玮<sup>2)</sup> 李英骏<sup>1)†</sup> 赵诗华<sup>1)</sup> 钱列加<sup>3)</sup> 田友伟<sup>2)</sup> 刘丙辰<sup>2)</sup>

1)(中国矿业大学(北京),北京 100083)

2)(中国科学院上海光学精密机械研究所强激光光学实验室,上海 201800)

3)(复旦大学,上海 200433)

(2005 年 10 月 14 日收到,2005 年 11 月 8 日收到修改稿)

利用解析的方法研究了非相对论线偏振激光与等离子体相互作用中的  $J \times B$  加热吸收机理,建立了一种包含两类有质动力效应在内的自治理论.探讨了密度轮廓修正下的  $J \times B$  加热机理,给出了相应的吸收系数随激光场强度变化的关系曲线.研究发现,当激光场强度  $A_0 = 20$  时, $J \times B$  加热所导致的吸收系数  $f_{abs}$  约为 2.8%.

关键词:  $J \times B$  加热,有质动力,密度轮廓

PACC: 5225, 9530

## 1. 引 言

早期脉宽较长的低强度激光辐照下的等温膨胀等离子体,在忽略有质动力影响的前提下,由自相似扩散模型<sup>[1]</sup>可得到其激光吸收区密度轮廓近似呈线性分布.但非相对论激光强度增大到使真实等离子体密度轮廓不仅需要考虑到其自身热压力作用下向真空自由膨胀,还要考虑到有质动力导致等离子体密度轮廓在临界面附近变陡<sup>[2,3]</sup>,研究结果表明<sup>[4]</sup>激光吸收区等离子体密度轮廓可由“双线性模型”来描述,即在临界面以外绝大部分区域,等离子体密度呈现以  $L$  为定标长度的线性分布,在临界面附近,则以  $L_{cr}$  为定标长度,而该区的物理效应主要取决于  $L_{cr}$ .由此可见在临界面附近,等离子体密度轮廓修正对于研究激光的能量吸收和散射等过程起着不可忽略的重要作用<sup>[5]</sup>.

$J \times B$  加热是较早研究的线偏振激光与不均匀等离子体相互作用过程中最为重要的吸收机理之一.1985 年, Krueer 等人<sup>[3]</sup>通过粒子模拟方法指出,线偏振激光场的振荡有质动力引起了等离子体的  $J \times B$  加热.而在圆偏振激光场中电子的纵向速度为零<sup>[6]</sup>,故不存在  $J \times B$  加热.本文从激光在等离子体中传播的基本关系式出发,通过解析的方法给出了

$J \times B$  加热机理的直观物理图像,得到了在非相对论线偏振激光作用下包括以上两种有质动力效应在内的一种自治理论.本文由基本方程出发,按激光场频率展开得到零阶、一阶和二阶三组不同阶次方程组,联立一阶和二阶方程组,研究在等离子体标尺长度不变的前提下,线偏振激光场的振荡有质动力导致的  $J \times B$  加热,联立零阶和一阶方程组,在非相对论线偏振激光的平均有质动力对临界面附近密度轮廓修正的基础上,进一步自治研究振荡有质动力导致  $J \times B$  加热的吸收机理.

## 2. 基本方程

在垂直入射的非相对论线偏振激光与一维( $z$  方向)不均匀、无碰撞的自由膨胀等离子体相互作用中,激光场与电子的相互作用可由以下基本方程组描述<sup>[7]</sup>:

$$\mathbf{u} = \mathbf{a}, \tag{1}$$

$$d_t v = \partial_z \phi - a \partial_z a, \tag{2}$$

$$\partial_{zz}^2 a - \partial_{tt} a = na, \tag{3}$$

$$\partial_{zt} \phi + nv = 0, \tag{4}$$

$$\partial_{zz} \phi = n - Zn_i, \tag{5}$$

其中  $\mathbf{a}$  和  $\phi$  分别是用  $m_e c^2 / e$  归一化的矢势和标势,且满足库仑规范  $\nabla \cdot \mathbf{a} = 0$ ,  $m_e$  和  $e$  是电子的静止质

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号:10474137)和国家高技术研究发展计划(批准号:2004AA841102)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: lyj@aphy.iph.y.ac.cn

量和电荷,  $n$  和  $n_i$  为用临界密度  $n_{cr}$  归一化的电子密度与离子密度,  $Z$  为离子的电荷数, 时间和空间分别用  $\omega_0^{-1}$ ,  $k_0^{-1}$  归一化,  $\omega_0$  和  $k_0$  为激光频率和波数,  $u$  和  $v$  是用光速  $c$  归一化的电子速度的横向和纵向分量.

为研究激光场作用下的非线性等离子体响应, 将有关物理量按激光频率展开. 我们把电子密度及电子速度的横向分量和纵向分量展开到二阶, 即  $n = n_0 + \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2$ , 其中  $n_0, \tilde{n}_1, \tilde{n}_2$  分别描述时间无关及以激光频率、激光二倍频振荡的成分. 相应的  $u = u_0 + \tilde{u}_1 + \tilde{u}_2, v = v_0 + \tilde{v}_1 + \tilde{v}_2$ , 对于场量, 令  $a = \tilde{a}_1, \phi = \phi_0 + \tilde{\phi}_1 + \tilde{\phi}_2$ . 代入方程(1)–(5), 可分离得到三组不同阶次的方程组.

零阶方程组为

$$d_t v_0 = \partial_z \phi_0 - 1/4 \partial_z a_1^2, \quad (6)$$

$$\partial_z \phi_0 + n_0 v_0 = 0, \quad (7)$$

$$\partial_z \phi_0 = n_0 - Z n_{i0}. \quad (8)$$

一阶方程组为

$$d_t \tilde{v}_1 = \partial_z \tilde{\phi}_1, \quad (9)$$

$$\partial_z \tilde{\phi}_1 + n_0 \tilde{v}_1 + \tilde{n}_1 v_0 = 0, \quad (10)$$

$$\partial_z^2 a_1 + (1 - n) a_1 = 0, \quad (11)$$

其中  $\tilde{v}_1 = v_1 \cos(\omega_0 t), \tilde{\phi}_1 = \phi_1 \cos(\omega_0 t)$ .

二阶方程组为

$$d_t \tilde{v}_2 = \partial_z \tilde{\phi}_2 - 1/4 \cos(2t) \partial_z a_1^2, \quad (12)$$

$$\partial_z \tilde{\phi}_2 + n_0 \tilde{v}_2 = 0, \quad (13)$$

其中  $\tilde{v}_2 = -v_2 \sin(2\omega_0 t), \tilde{\phi}_2 = \phi_2 \cos(2\omega_0 t)$ .

### 3. 线性等离子体层中的 $J \times B$ 加热

在脉冲激光的作用下, 靶面等离子体向真空膨胀. 等离子体冕区的密度分布大致为位置的线性函数, 即电子与离子的背景密度  $n = Z n_i = z/L$ , 其中等离子体标尺长度  $L$  为常数, 它等于离子声速与激光脉冲宽度的乘积.

由方程(11)可得到在线性等离子体层内的激光场分布由 Airy 函数描述<sup>[8,9]</sup>:

$$a_1 = \alpha \text{Ai}(\eta),$$

其中  $\eta = L^{2/3}(z/L - 1), \alpha$  为常数,  $\text{Ai}(\eta)$  为 Airy 函数. 在文献[8,9]中确定  $\alpha$  的办法仅适用于大尺度等离子体, 对于  $L < 1$  的情形必须寻求新的方法. 为此, 利用激光电、磁场的横向分量在真空和等离子体界面处保持连续的边界条件, 我们得到了适用于任

何线性层的驻波解系数  $\alpha$ , 即

$$\alpha = 2 a_L [\text{Ai}^2(\eta_0) + \text{Ai}'^2(\eta_0) L^{-2/3}]^{1/2}, \quad (14)$$

其中  $a_L$  是归一化真空中的光振幅,  $\eta_0 = -L^{2/3}$ ,  $\text{Ai}'$  为 Airy 函数的导数.

由二阶方程组得到

$$v_2 = -2 \partial_z \phi_2 / n_0 = \partial_z a_1^2 / (8(1 - n_0/4)), \quad (15)$$

$$E_2 = -\partial_z \phi_2 = n_0 \partial_z a_1^2 / 16 \epsilon_2, \quad (16)$$

其中  $\epsilon_2 = 1 - z/4L, E_2$  是与  $2\omega$  电子振荡相关的纵向电场. 由(16)式可见, 在  $z = 4L$  处  $E_2$  出现奇点. 这是由于在目前的讨论中, 我们并没有计及电子等离子体振荡所受到的阻尼或能量损耗. 事实上, 这种高度非线性的局域电子振荡伴随着各种阻尼或能量耗散机理. 该奇点的物理意义为: 在  $z = 4L$  (4倍临界密度) 处, 等离子体频率等于激光二倍频, 有效地激发了电子等离子体振荡, 所谓  $J \times B$  加热主要就集中在这个区域. 为此, 我们引入复介电系数

$$\epsilon_2' = 1 - z/4L + i \epsilon_{2I},$$

其中  $\epsilon_{2I} (\ll 1)$  描述对  $2\omega$  电子振荡的阻尼效应. 用  $\epsilon_2'$  替换(16)式中的  $\epsilon_2$  后,  $|E_2|$  在  $z = 4L$  处的奇点被一个尖锐的共振峰所取代. 共振峰的高度与宽度都由  $\epsilon_{2I}$  决定.  $\epsilon_{2I}$  越小共振峰的峰值越大, 但其宽度也越小. 在(16)式中  $E_2$  的两个因子中,  $n_0 \partial_z a_1^2 / 16$  随  $z/L$  变化与  $1/\epsilon_2$  相比要缓慢得多, 可近似取其在  $z/L = 4$  的值

$$E_d = (n_0 \partial_z a_1^2 / 16)_{z=4L} = \alpha^2 L^{-1/3} \text{Ai}(\eta_{re}) \text{Ai}'(\eta_{re}) / 2, \quad (17)$$

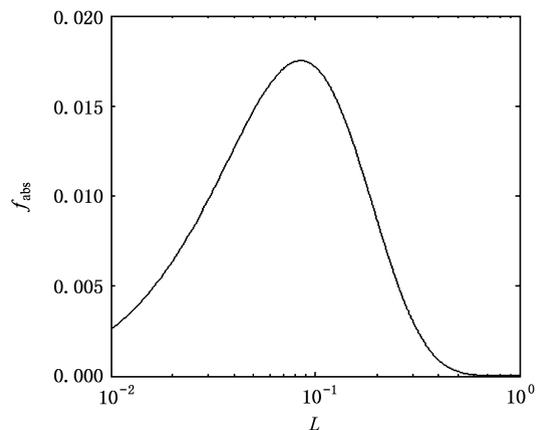


图1  $J \times B$  加热所导致的激光吸收系数  $f_{abs}$  随密度标长  $L$  的依赖关系. 激光脉冲和电子的参数为  $a_L = 0.3$

由此可得  $J \times B$  加热所导致的激光吸收系数  $f_{abs}$ , 即

$$f_{abs} = I_{abs} / I_L = \frac{\epsilon_{2I}}{8\pi I_L} \int_{-\infty}^{\infty} |E_2|^2 dz$$

$$\begin{aligned} &\approx \frac{1}{2} E_d^2 L / I_L \\ &= \pi \alpha^4 L^{1/3} [A(\eta_{re}) Ai'(\eta_{re})]^2 / a_L^2, \quad (18) \end{aligned}$$

其中  $\eta_{re} = 3L^{2/3}$ .

图 1 为  $a_L = 0.3$  ( $\Lambda^2 = 10^{17} \text{ W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2$ ) 时,  $J \times B$  加热系数  $f_{\text{abs}}$  随标尺长度  $L$  的变化曲线. 由图可见, 当  $L \gg 1$  时  $A$  倍临界密度处的激光强度很弱, 不能有效激发  $2\omega$  电子振荡以导致  $J \times B$  加热. 显然, 由于吸收系数  $f_{\text{abs}}$  与  $a_L^2$  成正比, 对于  $a_L < 1$  的非相对论激光,  $J \times B$  加热是很小的.

#### 4. 密度轮廓修正下的 $J \times B$ 加热

上述对非相对论线偏振激光作用下  $J \times B$  加热的讨论, 是建立在假定等离子体标尺长度在激光作用期间不变的前提下, 因而是一种非自洽的理论. 实际上激光与等离子体相互作用时等离子体标尺长度取决于平均时间有质动力与等离子体热压力之间的平衡, 我们必须进行有质动力导致的等离子体密度轮廓修正.

将 (6) 式的右边加上电子零阶压强项, 可得电子的零阶方程为

$$d_t v_0 = \partial_z \phi_0 - 1/4 \partial_z a_1^2 - (v_e^2/n_0) \partial_z n_0, \quad (19)$$

其中  $v_e = [(T_e/m_e)^{1/2}]c$  为电子热速度. 离子的零阶方程为

$$\mu d_t v_{0i} = -\partial_z \phi_0, \quad (20)$$

其中  $\mu = m_i/(Zm_e)$ . 由于离子和电子都能对激光场作出响应, 等离子体依然保持准中性特征, 即  $Zn_{0i} = n_0$ ,  $v_{0i} = v_0$ . 将 (19) 和 (20) 式相加, 得到

$$(\mu + 1) d_t v_0 = -1/4 \partial_z a_1^2 - (v_e^2/n_0) \partial_z n_0.$$

由于  $\mu \gg 1$ , 所以上式可写为

$$d_t v_0 = -1/(4\mu) \partial_z a_1^2 - v_e^2/(n_0\mu) \partial_z n_0.$$

由 (7) 式和 (8) 式得到连续性方程

$$\partial_t n_0 + \partial_z(n_0 v_0) = 0.$$

于是我们得到决定临界面附近密度轮廓的修正的基本方程组

$$\partial_z^2 A + (1 - n_0)A = 0, \quad (21)$$

$$V \partial_z V = -1/4 \partial_z A^2 - (1/n_0) \partial_z n_0, \quad (22)$$

$$\partial_z(n_0 V) = 0, \quad (23)$$

式中  $A = a_1/v_e$ ,  $V = v_0/c_s$ ,  $c_s = [(ZT_e/m_i)^{1/2}]c$  为离子声速. 由这种方法所得到的方程 (21)–(23) 与文献 [8] 中的基本方程一致. 有质动力对临界面附近密

度轮廓的修正问题已在文献 [4] 中有详细研究, 但该文献是针对光强较弱的长脉冲激光情形,  $A_0$  的取值 ( $A_0 = a_L/v_e < 0.7$ ) 偏小. 上述方法在非相对论条件下对  $A_0$  的取值范围进行了扩充.

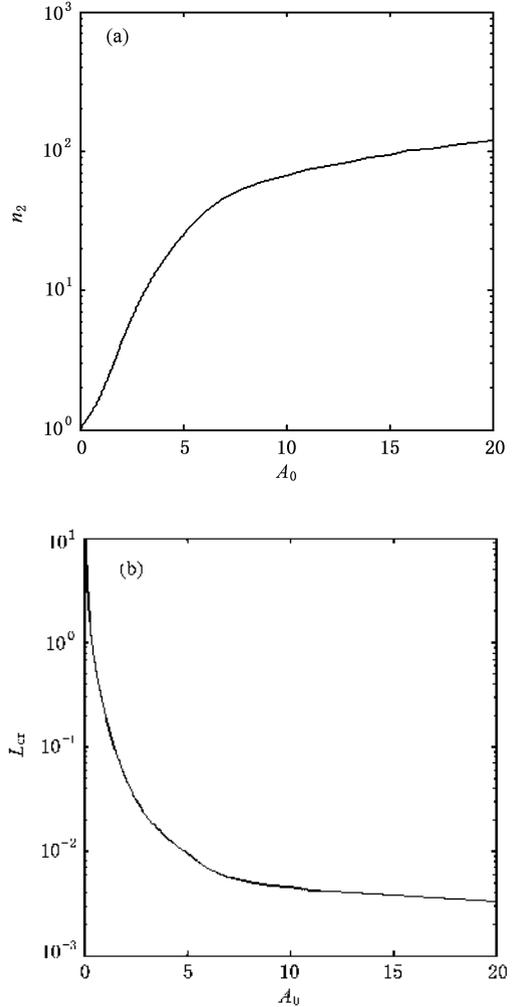


图 2 (a) 上、下平台密度, 即  $n_2, n_1$  随未归一化的激光强度  $A_0$  的变化曲线 (b) 临界密度处的局域定标长度  $L_{cr}$  随  $A_0$  的变化曲线

图 2 针对较强的非相对论激光计算了 (a) 上平台密度  $n_2$  随激光场强度  $A_0$  的变化曲线. 由于下平台密度  $n_1$  趋于零, 故在图 2 中没有绘出 (b) 临界密度处局域定标长度  $L_{cr}$  随  $A_0$  的变化曲线. 当  $A_0 > 1.5$  时,  $L_{cr}$  小于  $10^{-2}$ , 说明有质动力的作用使得临界面附近的密度轮廓变得非常陡峭. 图 2 表明: (1) 在  $A_0$  较大时, 下平台密度  $n_1$  趋于零, 此时上平台以下的等离子体密度轮廓可由定标长度为  $L_{cr}$  的线性层代替; (2) 在  $A_0$  较大时,  $L_{cr}$  为  $10^{-2}$  量级, 而这对  $J \times B$

加热而言正是最为有利的.

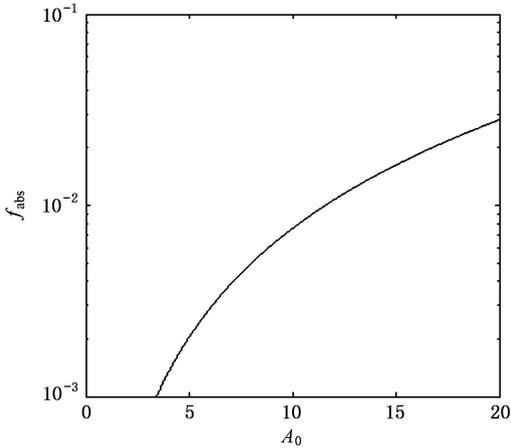


图 3  $J \times B$  加热所导致的吸收系数  $f_{\text{abs}}$  随激光强度  $A_0$  的关系

图 3 考虑了平均时间有质动力对临界面附近的密度轮廓修正,因而更接近真实的反映了  $J \times B$  加热吸收系数  $f_{\text{abs}}$  随  $A_0$  的变化. 当  $A_0 = 15$ , 背景电子温度为 500eV 时, 所对应的归一化激光场强度仅为  $a_L = 0.33$ , 适用于非相对论线偏振激光情形.

## 5. 结 论

本文自洽的讨论了非相对论线偏振激光垂直入射到线性等离子体层时, 振荡有质动力造成的  $J \times B$  加热和时间平均有质动力导致的密度轮廓变陡. 这一工作有助于理解有质动力效应的机制, 也为下一步研究相对论条件下的  $J \times B$  加热提供了有益的物理图像.

- [ 1 ] Li Y J, Zhang J 2001 *Phys. Rev. E* **63** 410
- [ 2 ] Lee K, Forslund D W, Kindel J M, Lindman E L 1977 *Phys. Fluids* **20** 51
- [ 3 ] Kruer W L, Estabrook K 1985 *Phys. Fluids* **28** 430
- [ 4 ] Xu Z Z, Yu W, Zhang W Q 1985 *Phys. Rev. A* **32** 659
- [ 5 ] Xu Z Z, Yu W 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1383 [in Chinese] [ 徐至展、余 玮 1983 物理学报 **32** 1383 ]
- [ 6 ] He B, Chang T Q, Zhang J T, Xu L B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1939 [in Chinese] [ 何 斌、常铁强、张家泰、许林宝 2001 物理学报 **50** 1939 ]
- [ 7 ] Yu W, Yu M Y, Sheng Z M, Zhang J 1998 *Phys. Rev. E* **58** 2456
- [ 8 ] Zhang J T 1999 *Theory and Simulation of Laser-plasma Interaction* ( Zhengzhou :Henan Publication of Science and Technology ) pp34—36 ( in Chinese ) [ 张家泰 1999 激光等离子体相互作用物理与模拟( 郑州 河南科学技术出版社 )第 34—36 页 ]
- [ 9 ] Kruer W L 1988 *The Physics of Laser Plasma Interactions* ( Addison-Wesley Publishing Company ) pp32—34

# $J \times B$ heating by non-relativistic linearly polarized laser light<sup>\*</sup>

Jing Guo-Liang<sup>1)</sup> Yu Wei<sup>2)</sup> Li Ying-Jun<sup>1)†</sup> Zhao Shi-Hua<sup>1)</sup> Qian Lie-Jia<sup>3)</sup>  
Tian You-Wei<sup>2)</sup> Liu Bing-Chen<sup>2)</sup>

1) (China University of Mining & Technology, Beijing 100083, China)

2) (Laboratory for High Intensity Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

3) (Fudan University, Shanghai 200433, China)

(Received 14 October 2005; revised manuscript received 8 November 2005)

## Abstract

The  $J \times B$  heating mechanism of plasma under the radiation of non-relativistic linearly polarized laser light is studied analytically and a self-consistent theory including the effects of two kinds of ponderomotive forces is developed. Meanwhile, the  $J \times B$  heating mechanism with the density profile modification is discussed, and the relation curve of the corresponding absorption coefficient vis the laser intensity is obtained. The result shows that the absorption coefficient  $f_{\text{abs}}$  owing to the  $J \times B$  heating is about 2.8% when the laser intensity factor  $A_0 = 20$ .

**Keywords:**  $J \times B$  heating, ponderomotive force, density profile

**PACC:** 5225, 9530

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10474137) and the National Hi-tech Program of China (Grant No. 2004AA841102).

<sup>†</sup> E-mail: lyj@aphy.iphy.ac.cn