

## 二维随机激光器的模式选择及阈值与饱和特性<sup>\*</sup>

刘劲松<sup>†</sup> 刘 海 王 春 吕健滔 樊 婷 王晓东

(华中科技大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

(2005 年 7 月 11 日收到, 2005 年 12 月 20 日收到修改稿)

基于将 Maxwell 方程与四能级原子系统速率方程相结合而建立起随机激光时域理论, 并利用有限时域差分法, 研究了二维随机介质中激光模式的输出特性与介质尺寸、外形及抽运速率等参数的关系. 结果表明, 与传统激光模式相似, 随机激光模式的强度随抽运速率的变化不仅具有阈值特性, 而且具有饱和特性. 基于模式特性对介质及抽运参数的依赖关系, 提出了二维随机激光器的选模方式, 在很大程度上不同于传统激光器的选模方式.

关键词: 随机激光器, 模式选择, 无序介质中的光学特性

PACC: 4220, 4260D, 4265C, 4255

### 1. 引 言

阈值增益特性是随机激光理论与实验中的一个重要课题, 已得到了大量的研究<sup>[1-10]</sup>, 并大致可分为两类. 一类是针对随机激光器整体而言<sup>[1-9]</sup>. 随机激光器的阈值抽运速率既反比于随机介质的面积, 又反比于介质中散射颗粒的总数并存在一个最佳散射颗粒尺度, 在此尺度下随机激光器的阈值抽运强度最低. 另一类是针对随机激光器中的激光模式而言<sup>[10]</sup>. 与传统激光器一样, 随机激光器中也存在着一系列的激光模式, 由于这些模式源于光波在随机介质中的安德森局域, 故被称为局域模, 也称为准态模<sup>[1, 11]</sup>. 为了分析准态模的阈值抽运特性, 可以采用在 Maxwell 方程组的相关参数中引入增益项的办法加以研究<sup>[12-17]</sup>. 例如, 负的电导系数<sup>[12]</sup>、具有负虚部的复折射率<sup>[10, 13-15]</sup>和磁化系数<sup>[16, 17]</sup>等. 在这种方法的基础上, 通过直接数值求解 Maxwell 方程组获得随机激光模式的峰值强度随抽运速率的变化关系, 虽然能够获得准态模的阈值增益特性, 但不能得到饱和特性<sup>[10]</sup>. 这是因为引入的增益项(即具有负虚部的复折射率)是常量, 不随介质内光强的增加而减少, 因而不能反映饱和特性.

选模方法是随机激光理论与实验中的另一个重要课题. 由于绝大多数传统激光器都具有光腔, 因此

选模方式与技术是基于对光腔的某种改造、调整及补充而实现的. 然而, 随机激光器没有传统意义下的光腔, 光波在随机介质中的多重散射所形成的局域效应起到了光腔的作用, 因而又被称作无镜激光器. 不过, 随机激光器具有一些独特的结构和抽运方式, 如可以方便地改变随机介质的外形<sup>[18]</sup>和抽运范围<sup>[19]</sup>. 因此, 应该基于这些独特之处来寻求独特的选模方法, 但迄今为止对此尚无系统的研究.

将 Maxwell 方程与速率方程相结合而建立起的随机激光时域理论<sup>[20, 21]</sup>, 用速率方程来描述增益特性, 能够如实反映激光振荡与放大的物理过程, 即介质内光强的增加将耗尽粒子数的反转, 从而使光强达到饱和, 不再随抽运速率的增加而增加. 所以, 这一理论既能反映阈值特性, 又能反映饱和特性, 是当前描述随机激光现象的一个比较成功的理论模型, 能够较为直观和全面地描述随机激光辐射的各种特性, 包括频谱特性<sup>[20, 21]</sup>、准态模的空间分布特性<sup>[20, 21]</sup>、热腔模相对于冷腔模的频率牵引效应<sup>[21]</sup>、随机激光辐射的动态响应与弛豫振荡效应<sup>[22]</sup>、模式排斥与耦合<sup>[23]</sup>以及随机激光频谱的形态依赖特性<sup>[18]</sup>和时间演化特性<sup>[11, 24]</sup>等.

本文基于随机激光时域理论, 计算了二维随机介质中准态模的频谱特性和空间分布随抽运速率、介质尺寸及外形等的变化规律. 通过分析准态模的峰值强度对抽运速率的依赖关系, 得到了既能反映

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60378001)和湖北省自然科学基金重点项目(批准号: 2001ABA003)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: jslin4508@vip.sina.com

阈值特性,又能反映饱和特性的变化曲线.通过改变随机介质的尺寸、外形以及抽运速率等参数,提出并分析了随机激光器的四种模式选择方法.本文的结果加深了人们对随机介质中激光模式阈值与饱和特性的了解,丰富和发展了随机激光理论,提出的选模方法对于开展相应的实验研究具有一定的指导意义.

## 2. 理论模型

考虑边长为  $L$  的方形随机介质,它由半径为  $r$ , 折射率为  $n_2$  的圆形散射颗粒随机散布在折射率为  $n_1$  的均匀背景介质中而构成.定义散射颗粒面积的总和占随机介质面积的比为随机介质的表面填充率  $\Phi$ ,它与颗粒半径、密度以及介质的面积有关.为尽量同已有的实验条件相一致,设随机介质为氧化锌颗粒薄膜<sup>[25]</sup>,故取  $n_1 = 1$  和  $n_2 = 2.3$ .当介质参数  $L, r, \Phi, m_1$  和  $n_2$  给定后,可以有无穷多种具有不同随机结构的随机介质与其对应,图 1 示意性地给出了这众多结构中的一种.

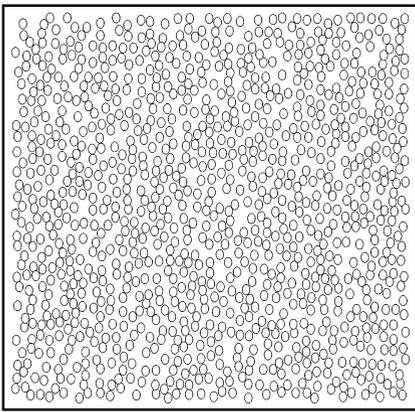


图 1 二维随机介质中散射颗粒的空间分布

如果仅限于讨论二维横磁(TM)模,光波的电场与磁场分量满足如下 Maxwell 方程组<sup>[21]</sup>

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (1a)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (1b)$$

$$\epsilon_i \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (1c)$$

式中,  $\epsilon_0$  和  $\mu_0$  分别是真空介电常数和真空磁导率,  $\epsilon_i = n_i^2$  ( $i = 1, 2$ ),  $P$  为极化强度.设激光系统中的四

个能级为基态能级  $E_1$  (抽运过程的低能级), 抽运高能级  $E_4$ 、激光上能级  $E_3$  (亚稳能级) 和激光下能级  $E_2$ , 设单位体积中各能级的粒子数分别为  $N_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ), 则此四能级系统的速率方程为<sup>[20, 21]</sup>

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{\tau_{21}} - W_p N_1, \quad (2a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{E_z}{\hbar\omega_1} \frac{dP}{dt}, \quad (2b)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{43}} - \frac{N_3}{\tau_{32}} + \frac{E_z}{\hbar\omega_1} \frac{dP}{dt}, \quad (2c)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = -\frac{N_4}{\tau_{43}} + W_p N_1. \quad (2d)$$

式中,  $W_p$  为抽运速率,  $\tau_{21}, \tau_{32}$  和  $\tau_{43}$  分别是能级 2, 3 和 4 的寿命,  $\omega_1 = (E_3 - E_2)/\hbar$  是辐射光的中心频率 ( $E_z/\hbar\omega_1$ )  $dP/dt$  是受激辐射速率, 极化强度  $P$  满足如下方程<sup>[20, 21]</sup>:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \Delta\omega_1 \frac{dP}{dt} + \omega_1^2 P = \kappa \Delta N E_z. \quad (3)$$

它建立了 Maxwell 方程与速率方程的联系, 其中  $\Delta N = N_2 - N_3$  是单位体积激光上、下能级的粒子数差值.若  $\Delta N < 0$ , 表明在外部抽运的作用下出现了粒子数反转, 可以对入射光进行放大.  $\Delta\omega_1 = 1/\tau_{32} + 2/T_2$  表示激光辐射频谱的半高全宽, 其中  $T_2$  为横向弛豫时间,  $\kappa$  为常数, 满足  $\kappa = 6\pi\epsilon_0 c^3 (\omega_1^2 \tau_{32})$ .

当随机介质给定后, 采用有限时域差分法数值求解方程 (1)–(3), 可以获得不同时刻、不同空间点上  $E_z, H_x$  和  $H_y$  的值.考虑到系统的开放性, 采用完全匹配层(PML)吸收边界的方式进行计算<sup>[26]</sup>.空间步长和时间步长分别为  $\Delta x = \Delta y = 10 \text{ nm}$  和  $\Delta t = \Delta x / (2c) \approx 1.67 \times 10^{-17} \text{ s}$ .以空间步长为间隔将介质划分成许多小方格, 在时间区间  $[t, t + n\Delta t]$  内, 将每一个时刻所有格点处的  $E_z$  值相加, 获得不同时刻的电场值.然后做 Fourier 变换, 就能得到该时间段内随机介质中电场的频谱强度分布.在下面的讨论中, 需要针对具体情况计算冷腔 (抽运速率  $W_p = 0$ ) 或热腔 ( $W_p \neq 0$ ) 条件下的频谱强度分布, 为加以区别, 分别称之为强度谱和发射谱.

在计算时, 需要给出方程 (1)–(3) 中各参数的具体数值.我们采用文献 [20, 21] 中给出的数据, 即  $T_2 = 2 \times 10^{-14} \text{ s}$ ,  $N_T = \sum_{i=1}^4 N_i = 3.313 \times 10^{24} \text{ m}^{-3}$ ,  $\tau_{21} = 5 \times 10^{12} \text{ s}$ ,  $\tau_{32} = 10^{-10} \text{ s}$ ,  $\tau_{43} = 10^{-13} \text{ s}$  和  $\nu_1 = \omega_1/2\pi = 6.45 \times 10^{14} \text{ Hz}$  ( $\lambda_1 = 464.46 \text{ nm}$ ).

### 3. 随机激光模式的阈值与饱和特性

#### 3.1. 模式选取

为了研究准态模的阈值与饱和特性,首先要选取某些准态模作为具体研究对象.为此,先计算出图 1 所示的介质在冷腔条件下( $W_p = 0$ )的强度谱.此时,只需在极化强度  $P = 0$  的条件下求解方程(1).为了在初始时刻激发这一被动系统,采用一个具有任意振幅的宽频带高斯脉冲作为激发源<sup>[18,21,24]</sup>.图 2 给出了系统被激励以后 2.5 和 6 ps 时刻的强度谱,其中峰值所处的位置,对应着准态模的中心波长.值得注意的是,为了与氧化锌颗粒薄膜随机激光实验相对应<sup>[25]</sup>,图 2 显示的是波长  $\lambda$  在 400—550 nm

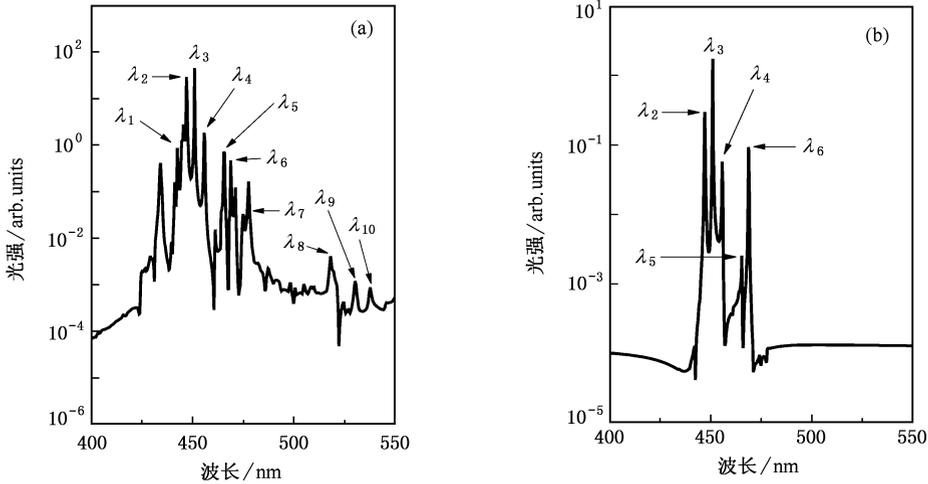


图 2 图 1 所示的随机介质在不同时刻的强度谱 (a) 2.5 ps (b) 6 ps

#### 3.2. 模式空间分布

为了分析准态模的特性与其空间分布的关系,可将以上 10 个模式在冷腔条件下的空间分布计算出来.为此,用单色波做激励源来激发图 1 所示的被动系统.使单色波的谐振波长分别等于这 10 个模式的中心波长,在极化强度  $P = 0$  的条件下求解方程(1)得到这 10 个模式电场振幅的空间分布,如图 3 所示.

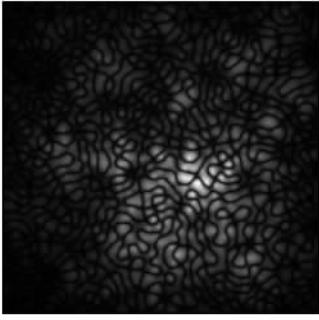
#### 3.3. 准态模的阈值与饱和特性曲线

当给图 1 所示的随机介质提供增益后,它就变成了随机激活介质.在不同的  $W_p$  下,数值求解方程(1)–(3),得到模式的峰值强度随  $W_p$  的变化曲线,

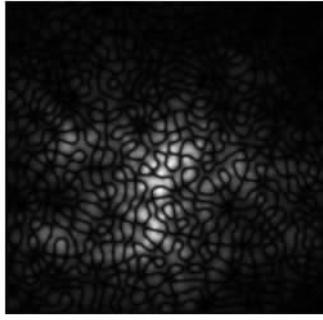
波段内的强度谱,它只是相应的宽频域强度谱中的一部分<sup>[21,24]</sup>.我们从图 2(a)所示的强度谱中选出 10 个模式,其中心波长分别为  $\lambda_1 = 433.57$  nm,  $\lambda_2 = 447.04$  nm,  $\lambda_3 = 451.04$  nm,  $\lambda_4 = 455.74$  nm,  $\lambda_5 = 465.45$  nm,  $\lambda_6 = 468.78$  nm,  $\lambda_7 = 474.21$  nm,  $\lambda_8 = 518.27$  nm,  $\lambda_9 = 530.43$  nm 和  $\lambda_{10} = 537.39$  nm.由于图 2(b)对应的演化时间比图 2(a)的长,表明图 2(b)中存留的 5 个模式,即模式 2—模式 6,与另外 5 个模式相比,具有较低的损耗,因而应该具有较低的阈值.下面以这 10 个准态模为对象,详细研究它们的阈值与饱和特性.具体做法是在不同的抽运速率  $W_p$  下,计算图 1 所示介质的发射谱,进而得到模式的峰值强度(即中心波长处的强度)随  $W_p$  的变化曲线,从中得到模式的阈值与饱和特性.

从中就能分析出模式的阈值与饱和特性,如图 4 和图 5 所示.在图 4 中,我们给出了模式 3 和模式 7 的峰值强度随  $W_p$  的变化曲线,从中可以清楚地看出模式强度随  $W_p$  的变化呈现出典型的阈值与饱和特性.

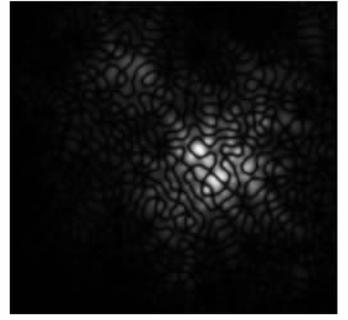
图 4 反映出模式 3 和模式 7 的阈值抽运速率在  $10^8$  s<sup>-1</sup> 量级.为了严格确定各个模式的阈值大小,图 5 给出了这 10 个模式在阈值附近的变化曲线,从中得到模式 1—模式 10 的阈值抽运速率分别为  $W_{p1} = 9.0 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p2} = 7.5 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p3} = 6.5 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p4} = 8.2 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p5} = 5.7 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p6} = 1.7 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p7} = 8.7 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p8} = 9.29 \times 10^8$  s<sup>-1</sup>,  $W_{p9} = 9.35 \times 10^8$  s<sup>-1</sup> 和  $W_{p10} = 9.59$



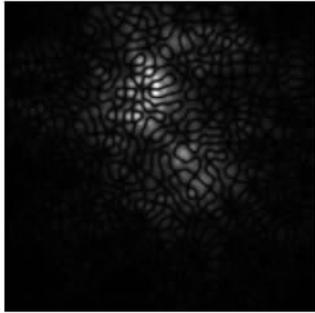
模式1



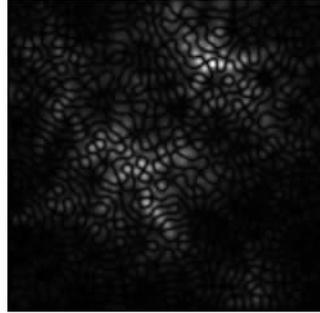
模式2



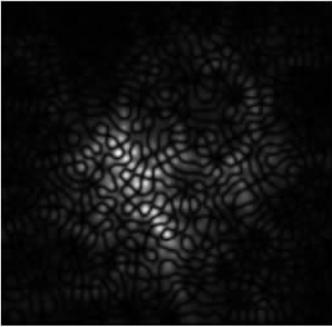
模式3



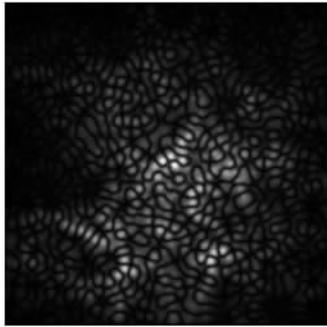
模式4



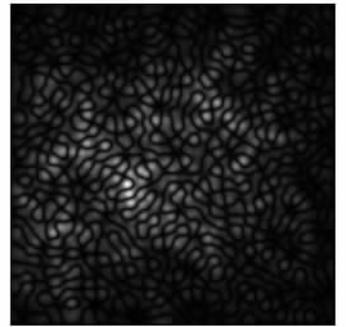
模式5



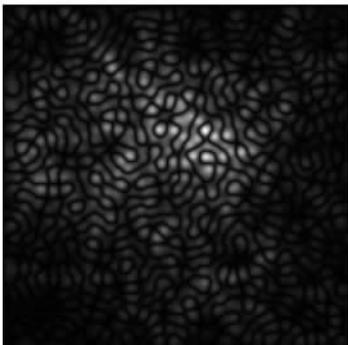
模式6



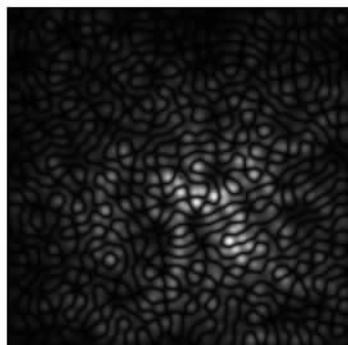
模式7



模式8



模式9



模式10

图 3 二维随机介质中准态模电场振幅的空间分布

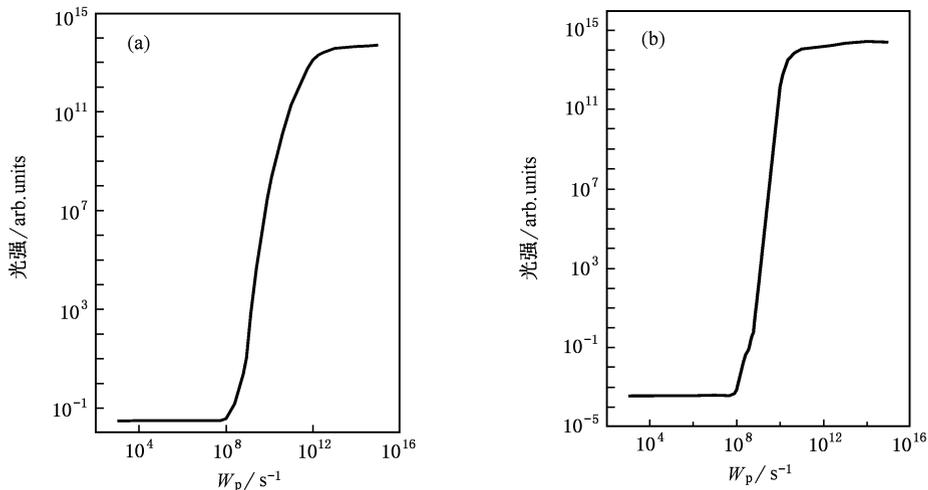


图 4 准态模的峰值强度随抽运速率的变化曲线 (a)模式 3 (b)模式 7

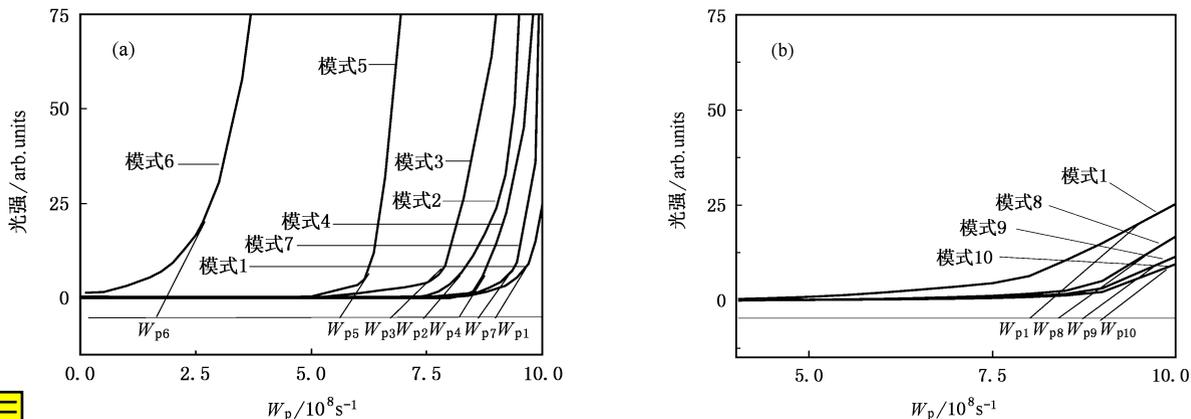


图 5 准态模的峰值强度随抽运速率在阈值附近的变化曲线 (a)模式 1—模式 7 (b)模式 1 和模式 8—模式 10

$\times 10^8 \text{ s}^{-1}$ . 显然,不同的准态模具有不同的阈值,按阈值从低到高的排列顺序是模式 6、模式 5、模式 3、模式 2、模式 4、模式 7、模式 1、模式 8、模式 9、模式 10.

### 4. 选模方式

图 2 所示的二维随机介质在冷腔下的强度谱,揭示了随机激光器的纵模特性.此特性与随机介质的尺寸、外形以及抽运速率、面积等因素有关.改变这些参数,就有可能改变强度谱,从而改变纵模数量,以实现模式选择并在一定的条件下获得单模运转.同时,这些冷腔模能否被有效激发,还与抽运强度及方式有关.所以,调整抽运参数也可以实现模式选择.

#### 4.1. 通过减小介质尺寸实现短腔选模

在传统激光器中,通过缩短谐振腔长度可以增大相邻纵模间隔,使得在荧光谱线内只存在一个纵模,实现单纵模振荡.与此类似,在随机激光器中,可以通过缩小随机介质的尺寸来减少强度谱中的模式数,从而实现模式选择或单模运转.为此,需要在不同尺寸下分析介质的强度谱.然而,强度谱不仅与介质尺寸有关,也与其中散射颗粒的随机分布有关.如果我们生成一系列具有不同尺寸的介质,来研究尺寸对强度谱的影响,由于散射颗粒在这些介质中的随机分布也不同,因而无法分辨强度谱的改变是由哪个因素造成的.为解决这一问题,我们首先生成一块边长为  $L = 5.5 \mu\text{m}$  的方形随机介质,再以其中心为原点,截留边长分别  $L = 3 \mu\text{m}$  和  $L = 2 \mu\text{m}$  的另两

块方形介质, 这样, 就可以在不改变介质中散射颗粒随机分布的前提下, 计算方形介质在不同边长下的强度谱, 如图 6 所示. 结果表明, 模式数随着尺寸的减小而明显减少, 并有可能只剩下一个模式.

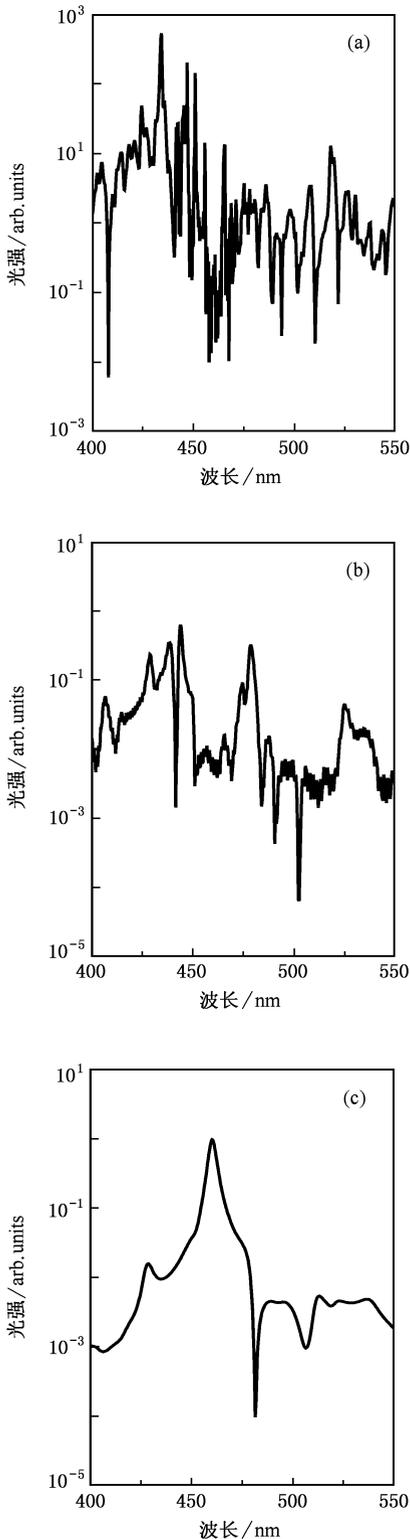


图 6 具有相同随机结构, 不同边长的方形随机介质在 2.5 ps 时的强度谱 (a)  $L = 5.5 \mu\text{m}$  (b)  $L = 3 \mu\text{m}$  (c)  $L = 2 \mu\text{m}$

上述结果说明, 可以通过改变介质尺寸来实现随机激光器的短腔选模. 其物理根源是在不改变散射颗粒随机分布情况下, 随机介质尺寸的变小使得其内部散射颗粒变少, 导致增益区域变小, 引起损耗变大, 造成其中得以存在的模式数目也就随之变少.

#### 4.2. 通过改变介质外形实现形态选模

随机介质的强度谱不仅与其尺寸有关, 而且与其外形有关<sup>[18]</sup>. 自然有可能通过改变介质外形来实现一种基于形态的选模方法. 为此, 需要通过改变介质的外形来分析介质的强度谱对形态的依赖关系. 然而, 和上述研究强度谱对介质尺寸的依赖特性一样, 强度谱不仅依赖于介质外形, 也与其中散射颗粒的随机分布有关. 所以, 需要构造一系列具有不同外形但具有相同随机结构的介质来研究强度谱的形态依赖特性<sup>[18]</sup>. 以图 1 所示的介质为基础, 首先计算它的强度谱以及其中的模式对应的空间分布, 结果已显示在图 2 和图 3 中. 为了有针对性地对图 2 中的模式进行选择, 可以从分析模式的空间分布入手,

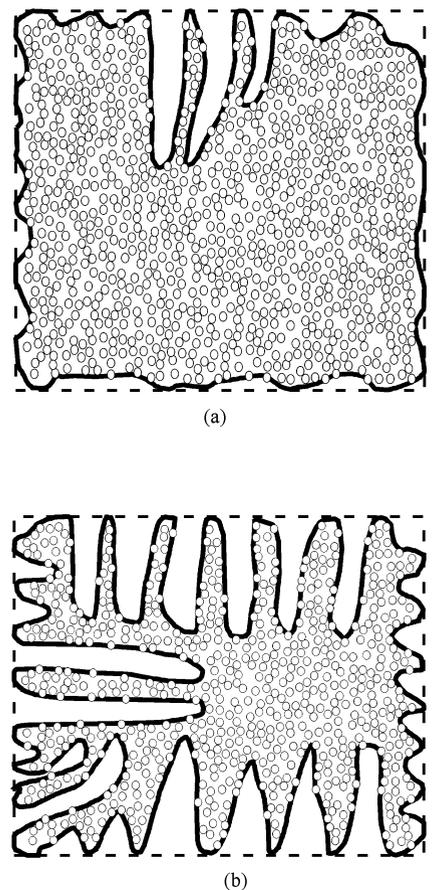


图 7 具有相同随机分布, 不同外形的系列二维随机介质 (a)  $C = 3.782$  (b)  $C = 23.99$ . 集中度  $C = l^2 / (4\pi S)$ , 其中  $l$  为介质周长,  $S$  为介质面积

通过适当改变介质的外形来达到保留或者剔除某些模式的目的. 例如, 计划剔除模式 4, 首先观察它的空间分布, 由于模式 4 在空间上主要集中在上半部中央地带, 如要剔除它应将这部分介质剔除掉. 为此, 在图 1 的基础上经过变形得到另一介质, 如图 7

(a) 所示. 通过计算, 得到此介质在 6 ps 时刻的强度谱, 如图 8(a) 所示. 对比图 8(a) 与图 2(b) 可以看出, 模式 4 被有效地剔除, 只留下了模式 3 和模式 6. 由于模式 5 与模式 4 在空间上有很大的重叠, 也被剔除掉.

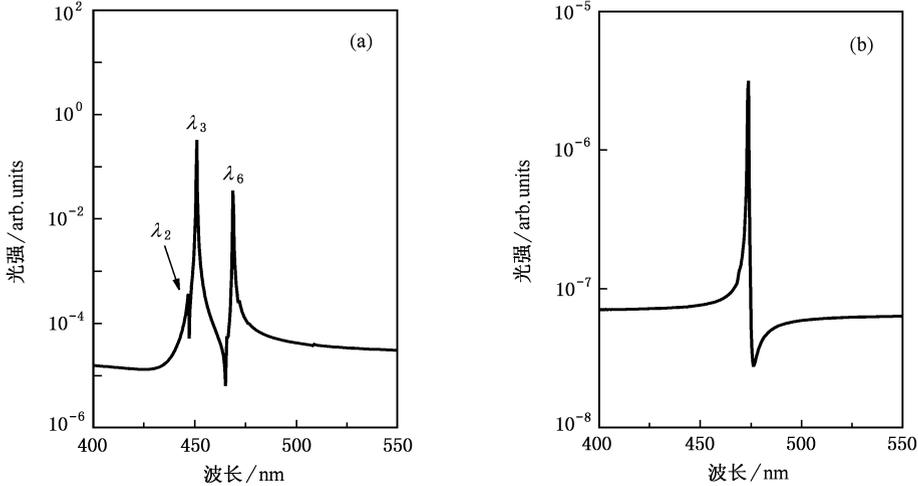


图 8 二维随机介质的强度谱对形态的依赖关系 (a) 和 (b) 分别对应图 7 中的 (a) 和 (b)

可见, 通过改变介质的外形能够有效地进行模式选取. 如果想实现单模运转, 可以对介质做更大范围的挖取, 使其损耗增大到只有阈值最低的一个模式得以存留, 如图 7(b) 所示. 图 8(b) 给出了此介质在 6 ps 时刻的强度谱, 其中只有一个模式得以存留.

的阈值特性. 在这 10 个模式中, 模式 6 的阈值最低, 模式 10 的阈值最高. 给图 1 所示的介质提供增益, 固定其他参数, 逐步增大抽运速率  $W_p$ , 当  $W_p = 7 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  时, 模式 6 将首先振荡, 如图 9(a) 所示. 继续增大  $W_p$ , 当  $W_p = 10^{11} \text{ s}^{-1}$  时, 模式 3—模式 6 都得以振荡, 如图 9(b) 所示. 可见, 通过调整抽运速率, 可以实现随机激光器的模式选择与单模运转.

### 4.3. 通过改变抽运速率实现增益控制选模

在第 3 节中研究了图 2 所示的 10 个激光模式

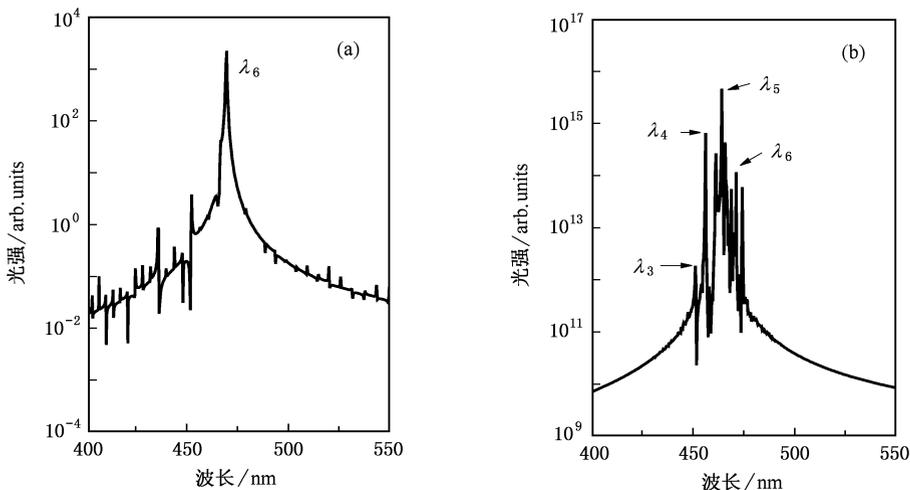
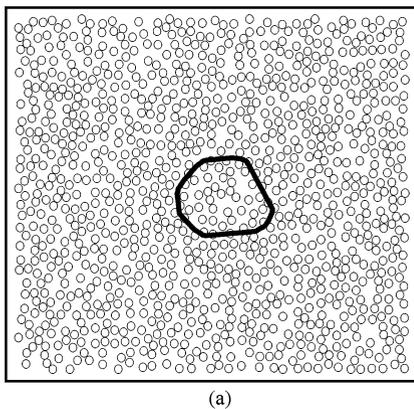


图 9 不同抽运速率下图 1 所示的方形随机介质的发射谱 (a)  $W_p = 7 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$  (b)  $W_p = 10^{11} \text{ s}^{-1}$

#### 4.4. 通过改变抽运范围实现局域抽运选模

在上述的研究中,当给介质提供增益时抽运区域覆盖了整个随机介质.从第3节关于模式空间分布的分析可知,不同的模式占据着不同的空间范围.如果抽运区域不是覆盖整个介质,而是某个局部(如图10(a)中圆圈内所示的部分),将会产生怎样的结果?对比图3(c)和10(a),这样的抽运范围恰好与模式3的核心空间区域相重叠.所以,这样的抽运方式有可能优先激发模式3.图10(b)给出了当 $W_p = 10^{12} \text{ s}^{-1}$ 时介质在6 ps时刻的发射谱.就以上选出的10个模式而言,模式10的阈值最高,为 $W_{p10} = 9.59 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ ,远小于当前提供的抽运速率.这意味着如果当前的抽运是整体的而不是局域的,那么这10个



模式都应该在发射谱中出现.但从图10(b)可以看到,只有模式2、模式3、模式5和模式6这4个模式仍然存在,可见局域抽运能够有效地实现模式选择.虽然当前的局域抽运是针对模式3设计的,但模式2、模式5和模式6空间分布的核心区域与当前的抽运区域有很大的重叠,所以这些模式都得以存留.对模式4而言,对比图3(d)和图10(a)可以看出,模式4的空间分布与抽运区域的重叠很小,无法获得有效增益,因此没被有效激发.至于另外5个模式,即模式1和模式7—模式10,虽然其空间分布与抽运区域也有重叠,但是,由于这5个模式的空间分布范围远大于当前的抽运区域,使得这5个模式不能得到有效的增益,因此无法克服损耗而振荡,从而都没有被有效激发.

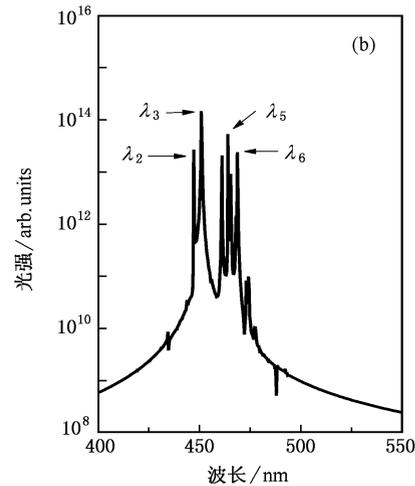


图10 二维随机介质的局域抽运及其发射谱 (a)抽运区域 (b)发射谱

## 5. 结 论

将 Maxwell 方程组与速率方程相结合而建立起的随机激光时域理论,能有效地分析随机激光模式的阈值及饱和特性.随机激光模式具有与传统激光模式相类似的阈值及饱和特性.

利用随机激光器的独特结构和运转方式,提出了4种选模方法.这4种方法是基于减小介质尺寸

的短腔选模、基于改变抽运速率的增益控制选模、基于改变介质外形的形态选模和基于改变抽运范围的局域抽运选模,其中后两种方法在传统激光器中难以采用.

需要特别强调的是,对给定的介质参数 $L, r, \Phi, n_1$ 和 $n_2$ ,可以有无穷多种不同随机结构与之对应.通过对若干样本的计算表明,虽然模式的数量、中心波长和阈值会因随机结构的不同而不同,但上述结论具有普遍性,与具体的随机结构无关.

- [1] Ling Y, Cao H, Burin A L *et al* 2001 *Phys. Rev. A* **64** 063808  
 [2] Soest G V, Tomita M, Lagendijk A 1999 *Opt. Lett.* **24** 306  
 [3] Bahoura M, Morris K J, Noginov M A 2002 *Opt. Commun.* **201** 405

- [4] Noginov M A, Noginova N, Egarievwe S U *et al* 1998 *J. Opt. Mater.* **10** 297  
 [5] Noginov M A, Zhu G, Frantz A A *et al* 2004 *J. Opt. Soc. Am. B*

- 21 191
- [ 6 ] Burin A L , Ratner M A , Cao H *et al* 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 215503
- [ 7 ] Burin A L , Ratner M A , Cao H *et al* 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 093904
- [ 8 ] Patra M 2003 *Phys. Rev. E* **67** 016603
- [ 9 ] Patra M , 2003 *Phys. Rev. E* **67** 065603
- [ 10 ] Liu J S , Wang H 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4224 ( in Chinese ) [ 刘劲松、王宏 2004 物理学报 **53** 4224 ]
- [ 11 ] Liu J S , Wang C , Wang K J *et al* 2004 *Chin. Laser* **31** S26 ( in Chinese ) [ 刘劲松、王春、王可嘉等 2004 中国激光 **31** S26 ]
- [ 12 ] Cao H , Xu J Y , Chang S H *et al* 2000 *Phys. Rev. E* **61** 1985
- [ 13 ] Jiang X Y , Soukoulis C M 1999 *Phys. Rev. B* **59** 6159
- [ 14 ] Li Q , Ho K M , Soukoulis C M 2001 *Physica B* **296** 78
- [ 15 ] Jiang X Y , Soukoulis C M 2002 *Phys. Rev. E* **65** 025601
- [ 16 ] Hawkins R J , Kallman J S 1994 *Opt. Quantum Electron.* **26** S207
- [ 17 ] Wang H , Liu J S , Yuan X 2005 *J. Mod. Opt.* **52** 1309
- [ 18 ] Liu J S , Wang C , Lu J T *et al* 2004 *Phys. Lett. A* **333** 395
- [ 19 ] Ito T , Tomita M 2002 *Phys. Rev. E* **66** 027601
- [ 20 ] Jiang X , Soukoulis C M 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 70
- [ 21 ] Vanneste C , Sebbah P 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 183903
- [ 22 ] Sebbah P , Vanneste C 2002 *Phys. Rev. B* **66** 144202
- [ 23 ] Soukoulis C M , Jiang X , Xu J Y *et al* 2002 *Phys. Rev. B* **65** 041103
- [ 24 ] Cao H , Jiang X Y , Ling Y *et al* 2003 *Phys. Rev. B* **67** R161101
- [ 25 ] Liu J S , Liu H , Wang C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3116 ( in Chinese ) [ 刘劲松、刘海、王春 2005 物理学报 **54** 3116 ]
- [ 26 ] Cao H , Xu J Y , Zhang D Z *et al* 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 5584
- [ 27 ] Berenger J P 1995 *J. Comput. Phys.* **114** 185

## Threshold and saturation properties of two-dimensional random lasers and mode selection<sup>\*</sup>

Liu Jin-Song<sup>†</sup> Liu Hai Wang Chun Lü Jian-Tao Fan Ting Wang Xiao-Dong

( State Key Laboratory of Laser Technology , Huazhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China )

( Received 11 July 2005 ; revised manuscript received 20 December 2005 )

### Abstract

Based on the time dependent theory of random lasers , which was established via combining Maxwell equations with the rate equations of a four-level atomic system , the output intensity of lasing modes varying with the pump rate and area as well as the medium 's size and shape is simulated for two-dimensional random media by use of the finite difference time domain method. Results show that the pump-rate dependence of the output intensity presents not only a threshold property , but also a saturation property , just like that of the lasing modes in conventional lasers. Based on the dependence of mode property on the medium 's and pump 's parameters , the mode-selection approaches are proposed for two-dimensional random lasers , which are quite different from those performed in conventional lasers.

**Keywords** : random lasers , mode selection , optical properties in disorder media

**PACC** : 4220 , 4260D , 4265C , 4255

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60378001 ) and the Key Program of the Natural Science Foundation of Hubei Province , China ( Grant No. 2001ABA003 ).

<sup>†</sup> E-mail : jslu4508@vip.sina.com