

简并光学参量振荡器混沌反控制

冯秀琴[†] 沈 柯

(长春理工大学物理系, 长春 130022)

(2005 年 5 月 20 日收到, 2006 年 2 月 18 日收到修改稿)

提出一种实现简并光学参量振荡器混沌反控制的方法, 用正弦信号调制简并光学参量振荡器的基模衰减率, 使简并光学参量振荡器从定态输出转化为混沌态. 数值模拟结果表明, 选择不同的调制幅度和调制角频率, 只要满足系统的最大李雅谱诺夫指数大于零, 即可实现不同的混沌轨道重构. 通过比较最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制幅度和调制角频率变化曲线, 指出系统从周期态调制到混沌态比从无亚谐波输出的定态调制到混沌态更容易, 有更宽的调制幅度和调制角频率选择范围.

关键词: 简并光学参量振荡器, 混沌反控制, 调制

PACC: 0545, 4265

1. 引 言

混沌控制, 从广义上讲可以分为两类, 一类是当混沌有害时抑制混沌动力学行为; 另一类是当混沌有用时, 刻意产生或加强混沌动力学行为. 后者被称为混沌反控制(anti-control of chaos, chaotification) 混沌生成(chaos generation)或混沌合成(chaos synthesis)等. 人们已经在众多领域发现混沌是有用的, 如电力系统的崩溃保护、生物医学工程在人脑和心脏中的应用、信息加密及隐藏技术、保密通讯技术等. 因而混沌反控制的研究不仅具有重大的理论意义, 而且具有广泛的应用前景.

目前, 混沌反控制的研究引起人们的极大兴趣, 并取得一些有益的进展. 对于离散系统, Chen^[1]提出了利用状态反馈, 再进行模操作, 使得闭环系统具有 Devaney^[2]意义下混沌的方法. 随后 Wang 等^[3,4]证明了该方法不仅具有 Devaney 意义下的混沌, 而且具有 Li-Yorke^[5]意义下的混沌. 对于连续系统, Yang^[6]等研究了具有极限环的连续系统反控制问题. 禹思敏^[7]研究了在电路中通过构造一个转折点值可变的三段线性奇函数, 研究了一种新型混沌产生器, 随着转折点值在一定范围内的变化, 系统从倍周期分岔进入混沌状态, 产生不同类型的混沌吸引子.

光学中的混沌控制尤其是激光器的混沌控制研

究已经进行得相当深入, 王荣^[8]、Zhang 等^[9,10]研究了铒光纤激光器的混沌控制及其在保密通讯中的应用, 顾春明等^[11]利用延时反馈法研究了 CO₂ 激光器的混沌控制问题. 我们利用耦合法研究了简并光学参量振荡器的混沌控制及同步^[12,13]等等. 以上研究成果均属于抑制混沌行为过程. 由于光学混沌在保密通讯和激光器动力学中的广泛应用, 受以上混沌反控制思想的启发, 本文研究简并光学参量振荡器的混沌反控制, 即简并光学参量振荡器的混沌生成.

2. 简并光学参量振荡器参数调制

简并光学参量振荡器是非线性光学系统, 描述此系统的非线性方程为^[14]

$$\frac{dA_1}{dt} = -(1 + i\Delta_1)A_1 + A_1^* A_0, \quad (1)$$

$$\frac{dA_0}{dt} = -(\gamma + i\Delta_0)A_0 + E_A - A_1^2, \quad (2)$$

其中 A_1 和 A_0 分别表示亚谐波模和基模的复振幅, Δ_1 和 Δ_0 分别为亚谐波模和基模的调谐参数, γ 为基模的衰减率, E_A 为抽运光场强度. 当参数分别为 $\gamma = \Delta_0 = 1.0$, $\Delta_1 = -5.0$, $E_A \leq 7.4$ 时系统为定态, $7.4 < E_A < 10.0$ 时简并光学参量振荡器系统处于周期或准周期态, 当 $E_A > 10.0$ 时系统处于混沌或超混沌态^[12]. 尽管在一定的参数范围内, 当抽运光场

[†] E-mail: Fengxq@cust.edu.cn

较强时,系统会有混沌现象,但强泵浦不易实现,即使实现了同时伴随着较高的能量损耗.当系统处于周期态时,用正弦信号调制基模的衰减率,可以将低抽运情形下系统无亚谐波输出的定态或周期态转化为混沌态,实现不同的混沌轨道重构,以得到所需要的混沌轨道,即实现系统的混沌反控制.

实施调制后,基模的衰减率 γ 变为

$$\gamma = \gamma_0(1 + m \sin(\omega \cdot t + \psi)), \quad (3)$$

其中 m 为调制幅度, ω 为调制角频率, ψ 为调制正弦信号的初位相, γ_0 为系统未加调制时的基模的衰减率.在这种调制方法中,有三个可调参数,即调制幅度、调制角频率和调制初位相.为数值分析方便,需要把复数方程(1)和(2)转化为实数方程,为此做如下变换:

$$y_1 = \frac{1}{2}(A_1 + A_1^*), y_2 = \frac{1}{2}(A_1 - A_1^*),$$

$$y_3 = \frac{1}{2}(A_0 + A_0^*), y_4 = \frac{1}{2}(A_0 - A_0^*).$$

考虑到调制基模的衰减率后,得到如下实数偏微分方程,即被调制后简并光学参量振荡器的基本模型.

$$\frac{dy_1}{dt} = -y_1 + \Delta_1 y_2 + y_1 y_3 + y_2 y_4, \quad (4)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -y_2 - \Delta_1 y_1 + y_1 y_4 - y_2 y_3, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_3}{dt} = & -\gamma_0(1 + m \sin(\omega \cdot t + \psi))y_3 \\ & + \Delta_0 y_4 - y_1^2 - y_2^2 + E_A, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy_4}{dt} = & -\gamma_0(1 + m \sin(\omega \cdot t + \psi))y_4 \\ & - \Delta_0 y_3 - 2y_1 y_2. \end{aligned} \quad (7)$$

3. 数值模拟

由文献 [12] 可知简并光学参量振荡器在没加入调制时,其参数为 $\gamma = \Delta_0 = 1.0$, $\Delta_1 = -5.0$, 抽运强度 $E_A \leq 7.4$ 时,系统处于定态,图 1(a)为系统的定态输出光强度,基模光有稳定的输出,由于抽运强度太小,亚谐波光没有输出.当 $7.4 < E_A < 10.0$ 时,系统处于周期态,图 1(b)和(c)为系统的亚谐波模和基模的周期轨道.下面分别分析调制频率,调制幅度,调制初位相实现混沌反控制结果,参数取值均为 $\gamma_0 = \Delta_0 = 1.0$, $\Delta_1 = -5.0$.

3.1. 调制初位相

判断一个非线性系统是否处于混沌态,有效的

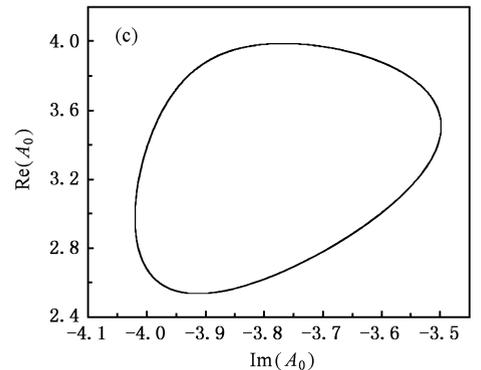
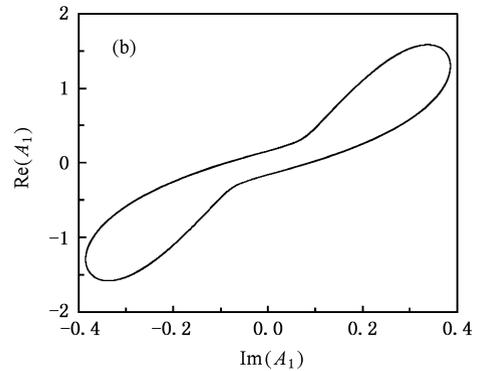
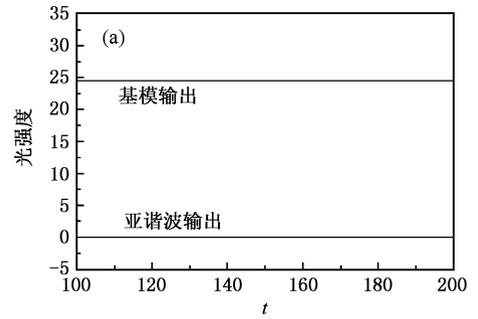


图 1 (a)简并光学参量振荡器定态输出 $E_A = 7.0$ (b)亚谐波模周期轨道 $E_A = 8.0$ (c)基模周期轨道 $E_A = 8.0$

方法是计算系统的李雅谱诺夫指数,当有一个以上李雅谱诺夫指数大于零时,系统处于混沌态.本文采用 Wolf^[15]的李雅谱诺夫指数计算方法.图 2 为 $E_A = 8.0$, $m = 0.4$, $\omega = 2.0$ 时最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随初位相的变化图,从图中可见最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 始终小于零,表明调制初位相不会使系统从周期态转化为混沌态.经过改变调制参数反复计算,都得到相同的结果,为计算方便,在以下的分析中取 $\psi = 0$.

3.2. 调制幅度

当 $E_A = 7.0$, $\omega = 2.0$ 时系统的最大李雅谱诺夫

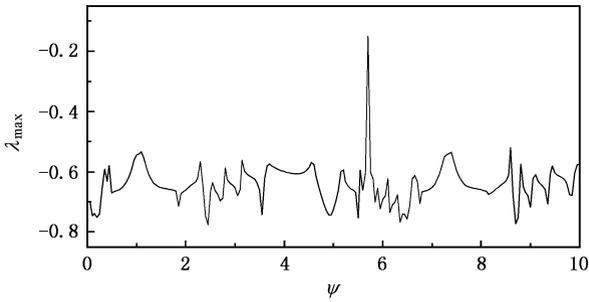


图 2 最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随初位相变化图

指数 λ_{\max} 随调制幅度的变化如图 3(a) 所示, 在 $0.39 < m < 0.424$ 和 $0.427 < m < 0.462$ 范围内, 系统的最大李雅谱诺夫指数为正, 随着调制幅度从 0 开始逐渐增大, 系统首先从无亚谐波输出的定态进入周期态, 增大到 $m = 0.39$ 时转化为混沌态. 图 3(b) 和 (c) 分别为 $m = 0.4$ 时亚谐波模对应的混沌吸引子和强度随时间变化的时间序列, 可见系统的输出随时间变化的随机性. 不仅仅亚谐波模输出为混沌信号, 基模输出同样为混沌信号, 图 3(d) 为对应的混沌吸引子, 说明简并光学参量振荡器系统处于混沌态.

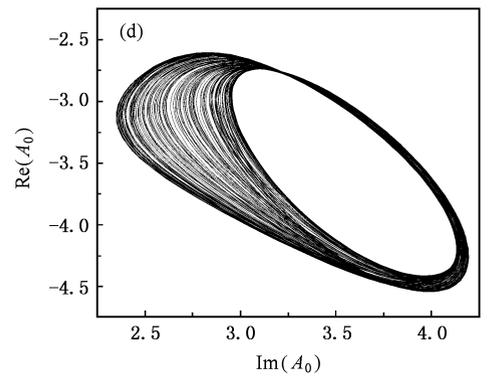
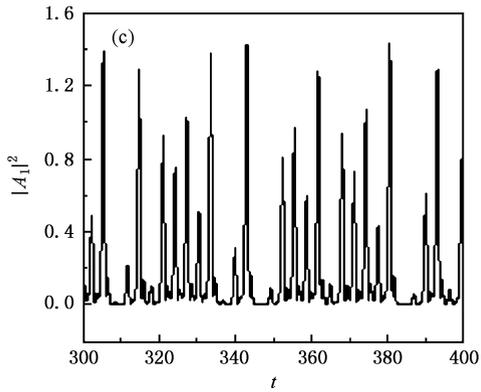
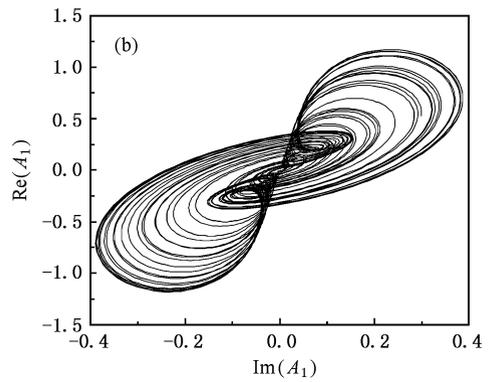
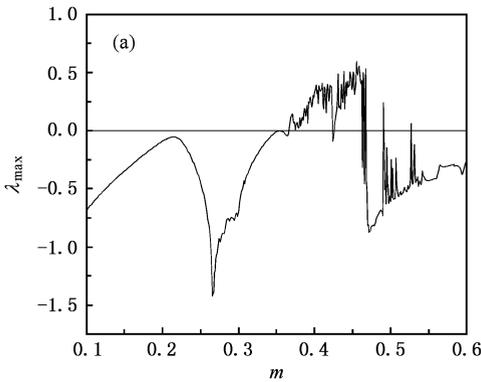


图 3 (a) 最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制信号幅度变化图; (b) 亚谐波模的混沌吸引子; (c) 亚谐波模强度变化的时间序列; (d) 基模的混沌吸引子. $E_A = 7.0, \omega = 2.0, m = 0.4$

3.3. 调制角频率

当 $E_A = 7.0, m = 0.5$ 时系统的最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制信号角频率的变化如图 4(a) 所示, 在 $1.68 < \omega < 1.82$ 和 $2.10 < \omega < 2.40$ 范围内, 除点 $\omega = 1.77$ 和 $\omega = 2.24$ 外, 系统的最大李雅谱诺夫指数为正, 图 4(b) 和 (c) 分别为 $\omega = 1.8$ 时亚谐波模对

应的混沌吸引子和功率谱, 对比图 3(b) 可以看出, 选取不同的调制幅度和调制角频率, 能够得到不同的混沌吸引子, 因此按实际需要通过改变调制信号的幅度和角频率可以实现混沌轨道重构, 得到所需的混沌信号. 图 4(d) 为 $E_A = 8.0, m = 0.3$ 时系统的最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制信号角频率的变化图, 比较图 4(a) 和 4(d) 可知, 系统从周期态经过调

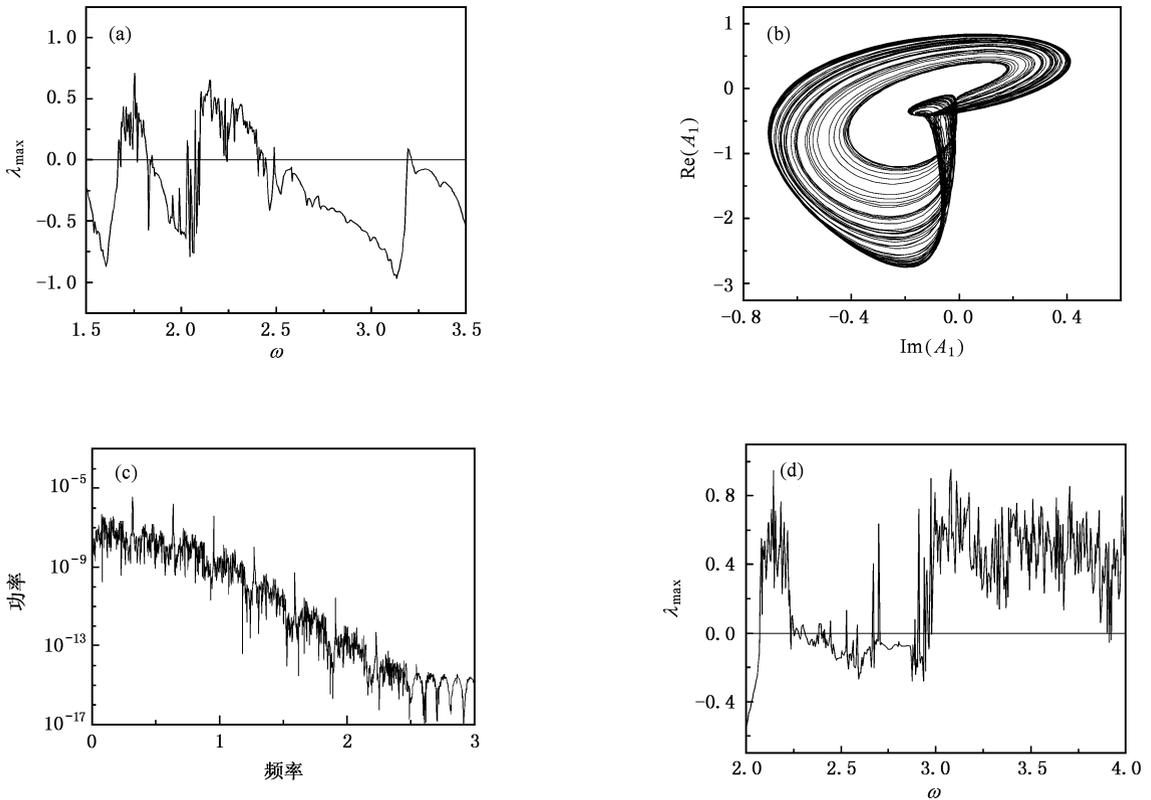


图4 (a)最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制信号角频率变化图, $E_A = 7.0$, $m = 0.5$ (b)亚谐波模的混沌吸引子 (c)亚谐波模的输出功率谱; (d)最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} 随调制信号角频率变化图, $E_A = 8.0$, $m = 0.3$

制后更容易转化为混沌态,有更宽的角频率和幅度调节范围.

4. 结 论

研究了简并光学参量振荡器系统混沌反控制的一种方法——参量调制法.通过计算系统的最大李雅谱诺夫指数 λ_{\max} ,判断并选择相应的调制信号角频率和幅度,用正弦信号对系统的基模衰减率进行调制,不仅可将系统从周期态转化为混沌态,而且可

将系统从无亚谐波输出的定态调制到周期态进一步转化为混沌态,这样在低抽运光强度作用下,简并光学参量振荡器系统产生不同的混沌轨道.对于混沌反控制的研究主要集中在离散系统和电路系统里^[13,46].本文所研究的参量调制法对简并光学参量振荡器系统进行混沌反控制,通过选择不同的调制幅度和调制角频率,可使系统从一般状态转化为混沌态,实现混沌轨道重构,在保密通讯和光学系统研究中具有一定的应用价值.

- [1] Chen G R, Lai D 1998 *Int. J. Bifur. Chaos* **8** 1585
 [2] Devaney R L 1987 *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems* (Addison-Wesley: NY) p85
 [3] Wang X F, Chen G R 1999 *Int. J. Bifur. Chaos* **9** 1453
 [4] Wang X F, Chen G R 2000 *Chaos* **10** 771
 [5] Li T Y, Yorke J A 1975 *Am. Math. Monthly* **82** 481
 [6] Yang L, Liu Z R, Chen G R 2002 *Int. J. Bifur. Chaos* **12** 1121
 [7] Yu S M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 4111 [in Chinese] 禹思敏 2004 物理学报 **53** 4111]

- [8] Wang R, Shen K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1024 (in Chinese) [王 荣、沈 柯 2001 物理学报 **50** 1024]
 [9] Zhang S H, Shen K 2003 *Chin. Phys.* **12** 149
 [10] Zhang S H, Shen K 2004 *Chin. Phys.* **13** 1215
 [11] Gu C M, Shen K 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 732 (in Chinese) 顾春明、沈 柯 1998 物理学报 **47** 732]
 [12] Feng X Q, Shen K 2004 *SPIE* **5646** 126
 [13] Feng X Q, Shen K 2004 *SPIE* **5646** 613

[14] Pettiaux N P , Li R D , Mandel P 1989 *Opt. Commun.* **72** 256

[15] Wolf A , Swift J B , Swinney H L *et al* 1985 *Physica D* **16** 285

Anti-control of chaos on the degenerate optical parametric oscillator

Feng Xiu-Qin , Shen Ke

(*Department of Physics , Changchun University of Science and Technology , Changchun 130022 , China*)

(Received 20 May 2005 ; revised manuscript received 18 February 2006)

Abstract

We present a method of anti-control of chaos on the degenerate optical parametric oscillator via modulating the reduced decay rate of the fundamental mode with a sinusoid wave to convert the steady state without output of subharmonic mode or periodic state into chaotic state. Numerical simulation shows that there are different chaotic orbits corresponding to different modulation amplitude and modulating angular frequency only if the maximum Lyapunov exponent of the system is positive. The maximum Lyapunov exponent as a function of modulation amplitude and modulating angular frequency is calculated respectively. We point out here that converting the steady state without output of subharmonic mode into chaotic state is more difficult than converting the periodic state into chaotic state because narrower range of modulation amplitude and modulating angular frequency can be used in the former case.

Keywords : degenerate optical parametric oscillator , anti-control of chaos , modulating

PACC : 0545 , 4265