

三维方腔温盐双扩散的格子 Boltzmann 方法数值模拟*

卢玉华 詹杰民†

(中山大学应用力学与工程系, 广州 510275)

(2005 年 12 月 9 日收到, 2006 年 1 月 17 日收到修改稿)

研究了温盐双扩散系统的多组分格子 Boltzmann 方法. 通过对二维方腔的温盐双扩散系统的数值模拟, 检验了方法的可行性及有效性, 所得到的结果与差分法结果符合良好. 继而将此方法推广到三维, 建立了三维温盐双扩散系统的格子 Boltzmann 方法, 对三维方腔双扩散问题进行了模拟和分析, 并与差分法模拟的结果进行了比较, 结果令人满意. 最后, 分析了格子 Boltzmann 方法在模拟双扩散对流问题中存在的局限性.

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 温盐双扩散, Boussinesq 近似, 数值模拟

PACC: 4725Q

1. 引 言

在自然界和各种工业生产中广泛存在着扩散现象, 多种物质的共同作用又会引起双扩散甚至多扩散现象. 自然界中, 海水受到温盐的共同作用产生的深海环流^[1], 大气中热与污染物的相互作用也是典型的双扩散对流现象. 工业生产过程中的化学反应过程, 晶体生长等也存在热与物质的双扩散对流.

双扩散对流系统一般指流体中存在温度扩散与浓度扩散(如盐度扩散), 并相互作用而引起的流体自然对流. 引起流动的驱动力是因存在温度梯度和浓度梯度而产生的浮力. 早期的研究是从一些特殊的海洋学问题开始的, 海洋表面动力性质相反的热通量和盐通量相互作用形成了温盐环流^[2, 3].

前人对封闭区域内的双扩散的研究, 根据温度和盐度分布特征, 大体上可以分为两类^[4]: 一是方腔中存在垂直盐度梯度和水平温度梯度, 关于这一类问题的实验结果^[5, 6]和数值模拟结果^[7, 8]都显示了多层的流动结构. 第二类情形是温度梯度和盐度梯度都是侧面(水平)作用的, 关于这一类的研究可以参考文献[9—11], 而这一类情况又可以根据温度梯度与盐度梯度是否产生同向的浮力来细分为协同情况

与对抗情况. Kamotani 等人^[12]利用电化学系统来做实验, 研究了低高宽比矩形中, 水平温度梯度和水平盐度梯度情况下, 浮力的协同情况和对抗情况的双扩散对流.

三维的方腔双扩散对流也引起了学者的关注, 文献[13]对以上所述的第二种边界情况进行了数值模拟, 模拟了几种浮力比的流动情况, 并且讨论了流动结构、传热传质以及 Le 数、浮力比和温度 Ra 数对流动的影响. 然而, 由于三维问题本身的复杂性和涉及的巨大计算量, 相关的研究还不多见.

格子 Boltzmann 方法作为一种较新的计算流体力学的方法得到了很快的发展, 而对方法本身的研究也是近年来一个热点. 以往的只耦合温度的格子 Boltzmann 模型主要用来模拟热流体流动, 如文献[14—16]等. 据作者所知, 耦合温度和浓度的二维模型仅以郭等人^[17]的工作较有代表性, 而三维双扩散流动问题的模拟结果尚未见报道. 因此本文尝试将耦合温度浓度的格子 Boltzmann 模型推广到三维计算.

2. 温盐双扩散的格子 Boltzmann 方法

格子 Boltzmann 方法(lattice Boltzmann method, LBM)可以看作是一种流体运动的微观模型, 同时,

* 国家自然科学基金(批准号: 40476012)资助的课题.

† E-mail: stszjm@zsu.edu.cn

它还可以看作是连续 Boltzmann 方程

$$\frac{\partial F}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) F = -\frac{1}{\lambda}(F - F^{\text{eq}}) \quad (1)$$

的一个特殊的离散格式

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau}(f_i - f_i^{\text{eq}}). \quad (2)$$

平衡态分布函数取为

$$f_i^{\text{eq}} = W_i \rho \left[1 + \chi(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) + \frac{9}{2}(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}u^2 \right], \quad (3)$$

其中 W_i 是 \mathbf{e}_i 的函数, 由模型所包含的速度数目来决定. 对于二维 D2Q9 模型,

$$W_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0, \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4, \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8. \end{cases}$$

而对于三维 D3Q15 模型则有

$$W_i = \begin{cases} 2/9 & i = 0, \\ 1/9 & i = 1, 2, \dots, 6, \\ 1/72 & i = 7, 8, \dots, 14. \end{cases}$$

在低 Ma 数(低速情况)条件下, 应用 Chapman-Enskog 展开的多尺度技术, 可以将方程(2)化为 N-S 方程^[18].

下面先介绍多组分(或者多相)的格子 Boltzmann 方法^[19]. 各组分可以是相溶的或者是部分不相溶, 这取决于各组分之间相互作用的强度. 在这个多组分的格子 Boltzmann 模型中, 每个组分的分布函数依照方程(2)来演化. 假设一个多组分系统由 S 种组分构成, 则使用 S 类分布函数 f_i^σ 来描述各类组分 ($\sigma = 1, 2, \dots, S$), 其演化方程为 S 条方程:

$$f_i^\sigma(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i^\sigma(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_\sigma}(f_i^\sigma - f_i^{\sigma, \text{eq}}) \quad (4)$$

$$\sigma = 1, 2, \dots, S.$$

各个组分的平衡态分布函数除了宏观量需要分别计算外, 形式和表达式(3)一样. 在相互作用比较弱或者没有相互作用的情况下, 可以认为各组分的平衡态分布函数中的速度是同一个速度, 都为 \mathbf{u}' . 根据总动量在每一碰撞步守恒, 得到

$$\mathbf{u}' = \sum_{\sigma=1}^S \frac{m_\sigma \rho_\sigma \mathbf{u}_\sigma}{\tau_\sigma} / \sum_{\sigma=1}^S \frac{m_\sigma \rho_\sigma}{\tau_\sigma}, \quad (5)$$

其中 m_σ , τ_σ 和 $\rho_\sigma = \sum f_i^\sigma$ 分别为组分 σ 的分子质量, 松弛时间和数密度. $m_\sigma \rho_\sigma \mathbf{u}_\sigma = m_\sigma \sum f_i^\sigma \mathbf{e}_i$ 为组分 σ 的动量.

对于某一个组分, 不妨以第 S 种组分为例, 令

$m_S \rightarrow 0$ 可以使得组分 S 的速度、数密度等物理量成为被动量(passive scalar), 这样, 组分 S 对整个系统里面的混合物的总动量就没有贡献. 所以组分 S 仅仅是“被动地”对流以及扩散到整个流场, 对流动没有影响.

很多学者应用这种多组分的格子 Boltzmann 方法来求解耦合温度的流动问题^[20-22]. 因为温度场的变化是由流体的运动带动的, 所以把温度看成是一个被动标量, 其运动由一个对流扩散方程来控制. 在一个混合的多组分流体系统中, 每一组分的扩散也符合同样的方程, 因此可以把温度场看作是流体系统的一个附加的组分.

基于这个思想, 可以把浓度也考虑进去看成是另一被动量, 这样就构造出一个三组分的格子 Boltzmann 模型. 在此模型中使用三个格子 Boltzmann 方程, 分别用来模拟速度场、温度场和浓度场, 并根据 Boussinesq 近似将三个方程耦合起来, 从而构成一个复合的格子 Boltzmann 模型.

三个方程的耦合通过在模拟速度场的方程右端增加一个体力项 F_i 来实现:

$$F_i = \frac{\Delta t}{c_s^2} W_i \rho \mathbf{G} \cdot \mathbf{e}_{iy} \quad (6)$$

其中 c_s 为声速, $c_s^2 = \frac{c^2}{3}$, $c = \frac{\Delta r}{\Delta t}$. 因而用 LBM 模拟温盐双扩散的演化方程为

$$f_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_f}(f_i - f_i^{\text{eq}}) + F_i, \quad (7a)$$

$$g_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_g}(g_i - g_i^{\text{eq}}), \quad (7b)$$

$$h_i(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - h_i(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_h}(h_i - h_i^{\text{eq}}), \quad (7c)$$

其中 f , g 和 h 分别是粒子、温度和盐度的分布函数. 应用 Chapman-Enskog 展开的多尺度技术, 可以从(7)各式子推导出温盐双扩散的控制方程(推导过程另文给出). 微观量与宏观量之间的关系为

$$\rho = \sum_i f_i, \quad (8)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{e}_i f_i, \quad (9)$$

$$T = \sum_i g_i, \quad (10)$$

$$S = \sum_i h_i, \quad (11)$$

各输运系数与格子 Boltzmann 方程中的松弛时间之间的关系为

$$\nu = c_s^2 \left(\tau_f - \frac{1}{2} \right) \Delta t, \quad (12a)$$

$$\alpha = c_s^2 \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right) \Delta t, \quad (12b)$$

$$D = c_s^2 \left(\tau_h - \frac{1}{2} \right) \Delta t, \quad (12c)$$

3. 边界条件的处理

对于密度分布函数,在边界处采用虚拟边界格式^[23]进行处理,该方法通过增加一个虚拟边界,边界上的点看作内点进行演化,而虚拟边界上的值由内点和实际边界上的值通过线性外推来确定.而对于温度分布函数和盐度分布函数,在温度和盐度已知的边界处,采用文献[24]所用的处理方法——非平衡态外推格式,边界节点的温度分布函数和盐度分布函数由以下式子确定:

$$g_i(\mathbf{x}_b) = g_i^{\text{ec}}(\mathbf{x}_b) + g_i(\mathbf{x}_n) - g_i^{\text{ec}}(\mathbf{x}_n), \quad (13)$$

$$h_i(\mathbf{x}_b) = h_i^{\text{ec}}(\mathbf{x}_b) + h_i(\mathbf{x}_n) - h_i^{\text{ec}}(\mathbf{x}_n), \quad (14)$$

其中 \mathbf{x}_b 表示边界(boundary)处的节点,而 \mathbf{x}_n 表示与边界处节点相邻(neighbor)并通过方向 i 关联的节点.而在温度和盐度未知的边界处,边界节点的温度分布函数和盐度分布函数则分别采用温度分布和盐度分布的平衡态分布函数来代替.

4. 二维方腔双扩散数值模拟

本文先用 LBM 模拟了二维的方腔温盐双扩散(见图 1),并将此结果与有限差分法(FDM)模拟的

结果进行了对比(见图 2).我们所用的 FDM 可以参考文献[25],由于该差分法是四阶精度,准确性较高.

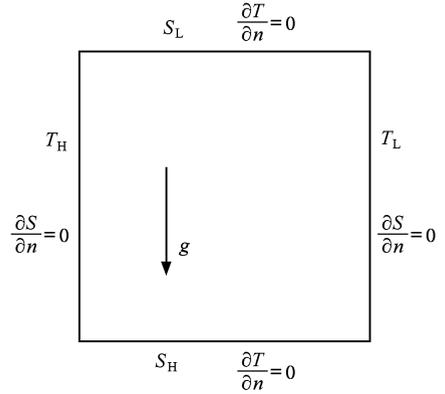


图 1 二维方腔温盐双扩散示意图

定义无量纲参数如下:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Le = \frac{\alpha}{D},$$

$$Ra = \frac{g\beta_T\Delta TL^3}{\nu\alpha}, \lambda = \frac{\beta_S\Delta S}{\beta_T\Delta T}.$$

算例中选取的参数为 $Pr=0.71, Le=1, Ra=10^4, \lambda=-3$.

引入整体相对误差,定义为 $E = \frac{\sum |\psi - \psi^*|}{\sum |\psi^*|}$,

其中 ψ 为 LBM 的数值解, ψ^* 为 FDM 的数值解.根据整体相对误差的定义分别得到表 1 的数据.

表 1 整体相对误差

浓度整体误差	温度整体误差	速度整体误差
0.01197	0.00833	0.01059

由表 1 的数据可以看到,用 LBM 模拟二维双扩散对流与其他方法的结果符合良好,所模拟出来的

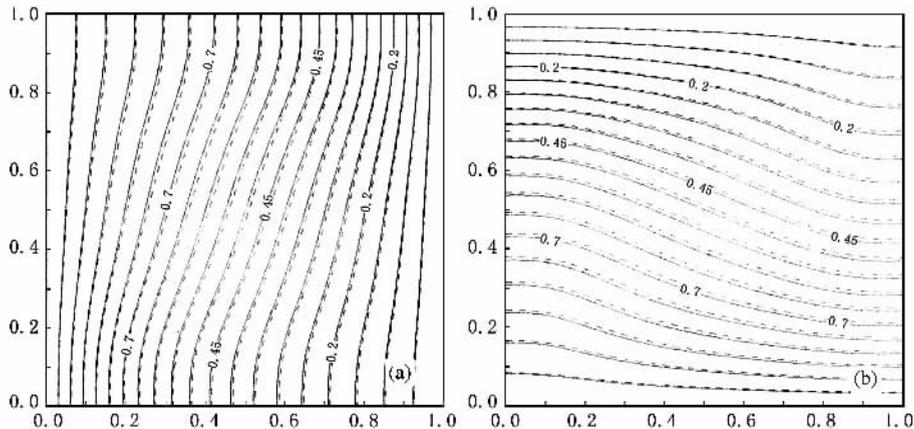


图 2 等温图和等盐度图(虚线为 LBM 结果,实线为 FDM 结果)

结果是可靠的.

上至下盐度由 S_L 变化到 S_H .

5. 三维方腔双扩散数值模拟

由于目前未见有可用作比较的三维方腔双扩散 LBM 模拟结果, 而对该问题用其他方法模拟的结果也不多见, 因此为了便于比较, 我们用 SIMPLE 方法编制了一套二阶精度的程序(有关成果另文介绍), 与 LBM 所模拟的结果进行了比较, 互相验证方法的可靠性. 计算中, 进行了两种不同工况的模拟和比较: 1) 垂直盐度梯度和水平温度梯度; 2) 盐度梯度和温度梯度都是水平的. 下面分别进行详细阐述.

1) 所模拟的三维方腔如图 3 所示. 左右边壁为温度边界: 左边界温度为 T_H , 右边界温度为 T_L , $T_H > T_L$, 在其余边壁为绝热条件, 即 $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$; 上下边壁为盐度边界: 上边界盐度为 S_L , 下边界盐度为 S_H , $S_H > S_L$, 在其余边壁为不可穿透条件, 即 $\frac{\partial S}{\partial n} = 0$. 在垂直方向(z 方向)上盐度按照线性分布, 也就是由

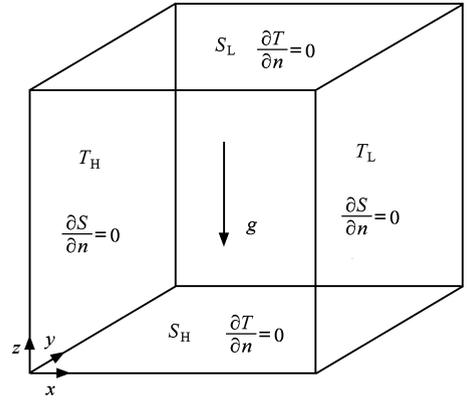


图 3 三维方腔温盐双扩散(工况 1)

取三个方向的中剖面的速度矢量图、温度分布图和盐度分布图进行分析(见图 4, 图 5). 算例中选取的参数仍然为 $Pr = 0.71$, $Le = 1$, $Ra = 10^4$, $\lambda = -3$. 每一组图从上至下依次为垂直于 x , y 和 z 轴的中剖面, 从左到右依次为速度矢量图、温度分布图和盐度分布图.

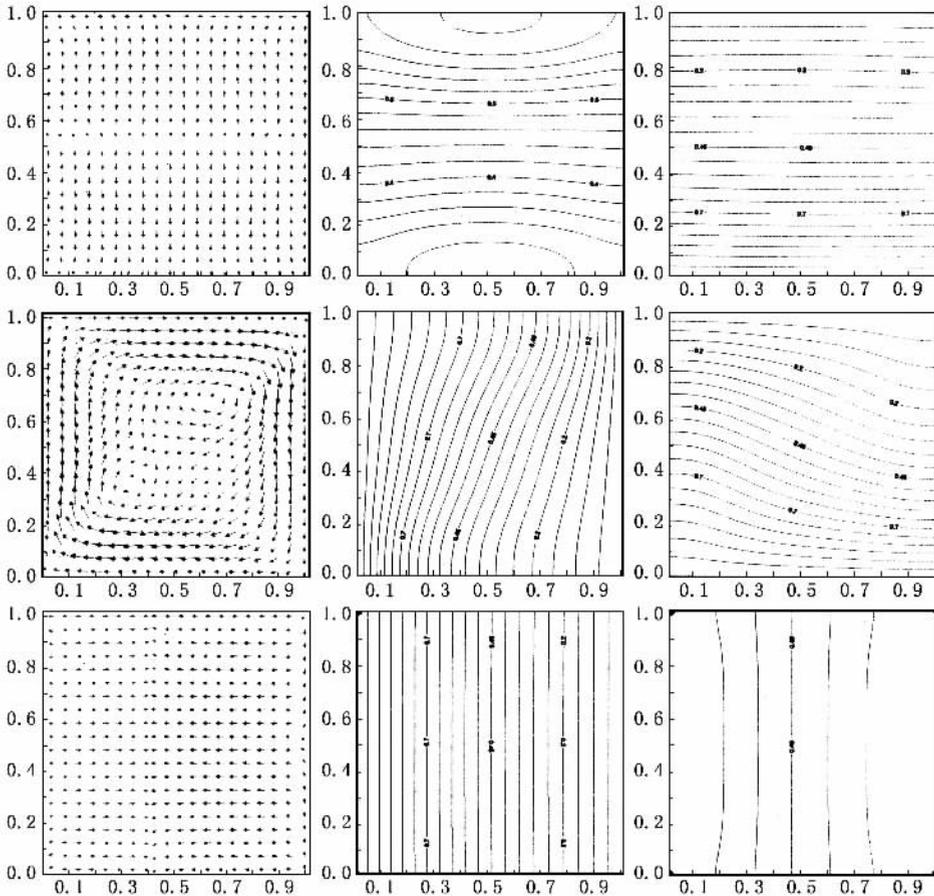


图 4 三维有限差分法模拟结果

从图 4 和图 5 的 y 方向中剖面(第二行)的温度、盐度和速度图,趋势大致跟二维情况一样,可参考图 2. 需要特别说明的是在图 4、图 5 中, x 方向和 z 方向的中剖面的速度矢量图(即是第一行第一列和第三行第一列)所示的速度大小跟 y 方向中剖面的相比小很多,这是因为,在方腔的中央,速度会比在距离边壁近的地方的小,这一点也可以从 y 方向中剖面速度矢量图看得出来. 在 x 方向的中剖面中,可以看到上半部分($z > 0.5$)的流体有向上流动的趋势,下半部分($z < 0.5$)流体有向下流动的趋势,这一点可以对照 y 剖面系列图来理解,方腔内形成中心附近的左下右上各一个涡旋,形成双胞胎流. 向上的流动趋势主要体现在右上涡旋的左侧,而向下的流动趋势主要体现在左下涡旋的右侧. 对于 z 剖面也可以依此来理解.

另外,由于存在盐度的影响(盐度上低下高),实际上是阻碍(或减缓)了流体的传热,具体表现在 y 剖面的等温线比较平缓,此时传热主要是靠传导. 我们知道,不存在盐度影响的情况下,当 Ra 较小时,

流动主要是由热壁和冷壁之间的热传导引起的,在这种情况下等温线几乎是垂直的. 随着 Ra 的增大,传热机理逐渐由热传导占统治地位变为对流占统治地位,因此等温线在方腔中央逐渐变得水平,并且只在热壁和冷壁附近的薄边界层内保持垂直. 如果没有盐度的存在,在相同温度 Ra ($Ra = 10^4$)情况下,等温线应当不再平缓,本应该对流占优却因盐度的存在而仍然维持在传导占优的状态,所以等温线还是几乎垂直的. 同时,与不存在盐度情况下的自然对流比较可以发现,有盐度存在时在 $Ra = 10^4$ 已经形成双胞胎流,位置是左下右上各一个涡旋,而没有盐度时要到 $Ra = 10^5$ 的数量级才出现,位置是左上右下各一个涡旋.

2)所模拟的三维方腔如图 6 所示. 左右边壁为温度和盐度边界:左边界温度为 T_H ,盐度为 S_H ,右边界温度为 T_L ,盐度为 S_L , $T_H > T_L$, $S_H > S_L$,在其余边壁为绝热条件和不可穿透条件,即 $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial S}{\partial n} = 0$. 算例中选取的参数为 $Pr = 0.71$, $Le = 2$, $Ra =$

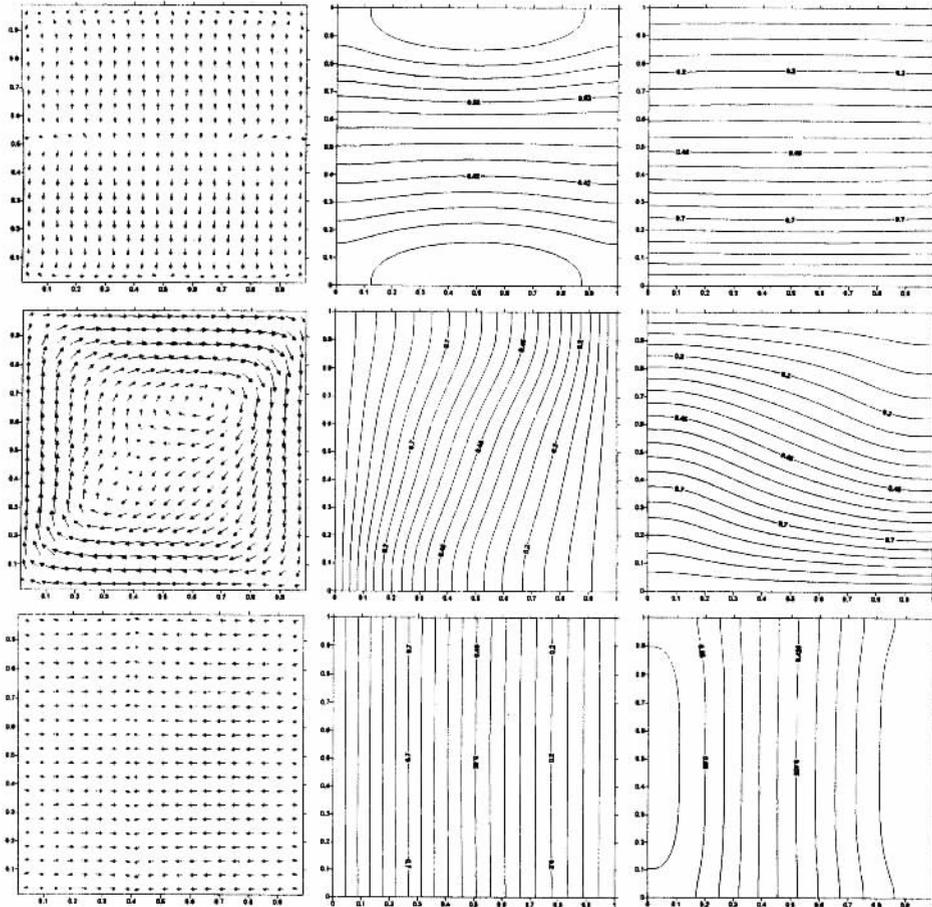


图 5 三维 LBM 模拟结果

$10^5, \lambda = -0.5$. 模拟结果如图 7、图 8 所示.

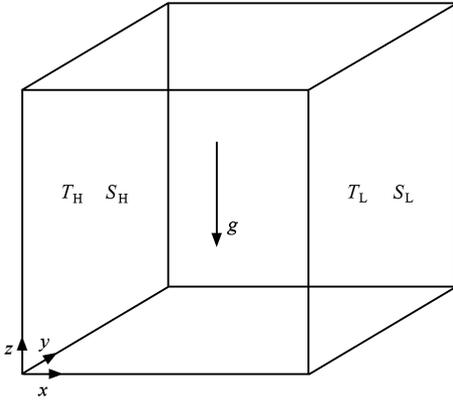


图 6 三维方腔温盐双扩散(工况 2)

从 y 方向的中剖面的速度矢量图、温度分布图和盐度分布图(依次为图 7 或图 8 的第二行)来看, 趋势大致跟二维情况的方腔双扩散对流一样. 在 x 方向的中剖面(图 7 图 8 的第一行第一幅图), 可以看到上半部分($z > 0.5$)的流体有向下流动的趋势, 下半部分($z < 0.5$)流体有向上流动的趋势, 这一点

可以对照 y 方向中剖面速度矢量图(图 7 或图 8 的第二行第一幅图)来理解, 方腔内形成中心附近的左上右下各一个涡旋, 形成双胞胎流. 向下的流动趋势主要体现在左上涡旋的右侧, 而向上的流动趋势主要体现在右下涡旋的左侧. 对于 z 方向中剖面的速度矢量图也可以依此来理解.

6. 数值稳定性讨论

用流函数涡量法来模拟流体问题, 避开压力与其他量的耦合求解, 能够有效地模拟二维不可压流动. 但由于流函数的二维限制, 方法不能用于求解三维问题. 而 LBM 这种方法提供了又一个模拟三维问题的可行途径. 但是 LBM 在稳定性和精度方面尚存在需要完善的地方, 同时对于三维模拟来说, LBM 的并行算法的实现显得尤为重要.

在用 LBM 对双扩散对流进行数值模拟时, 发现 LBM 在这一方面尚存在一定的局限性, 那就是在模拟大 Pr 数和大 Le 数时, 数值稳定性问题将显得非常突出.

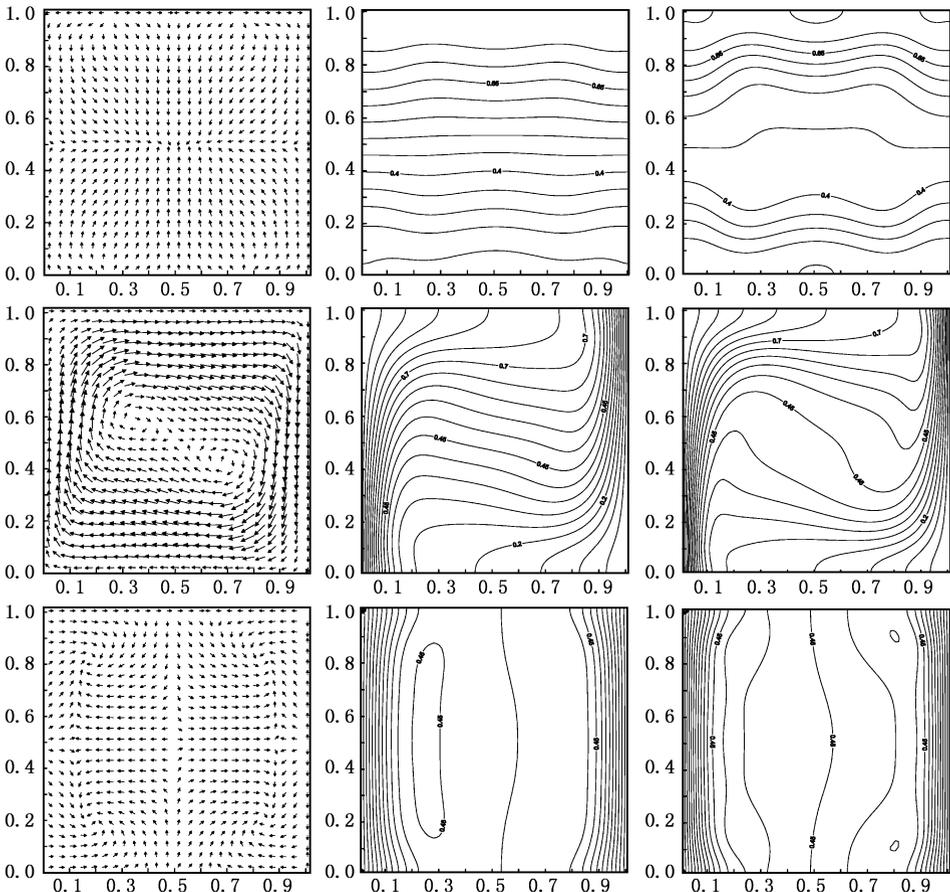


图 7 三维有限差分法模拟结果(中剖面)

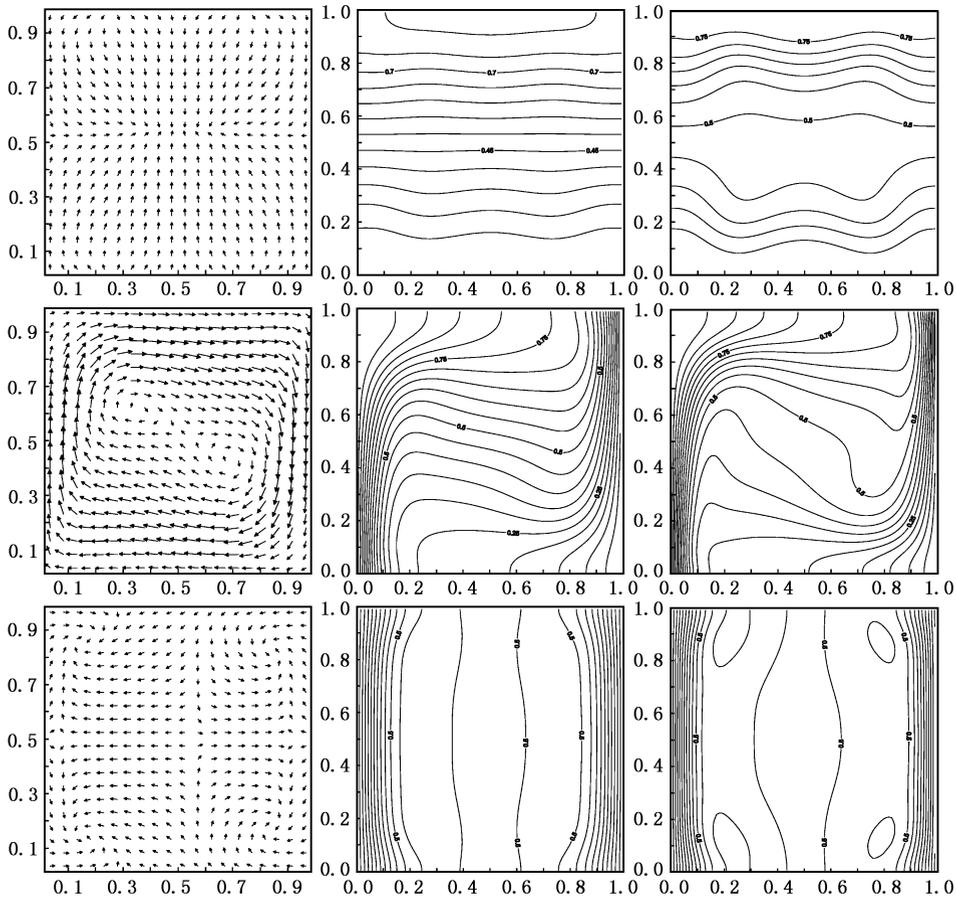


图 8 三维 LBM 模拟结果(中剖面)

在此 LBM 模拟中,声速 $c_s^2 = \frac{1}{3}$, Δt 取为 1. 由

(12) 各式可改写为

$$\tau_f = \frac{6\nu + 1}{2} = 0.5 + 3\nu, \quad (15a)$$

$$\tau_g = \frac{6\alpha + 1}{2} = 0.5 + 3\alpha, \quad (15b)$$

$$\tau_h = \frac{6D + 1}{2} = 0.5 + 3D. \quad (15c)$$

又根据无量纲的关系有

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, Le = \frac{\alpha}{D}.$$

LBM 中,从(15)式可以看出,为了保证 ν, α 和 D 都是正数,具有真实的物理意义,松弛因子必须大于 0.5. 如果松弛因子接近临界值 0.5, 方程的收敛性能就不好. 关于这一点文献 [26] 也提到,为了得到一个可靠的模拟结果,松弛时间(松弛因子) τ 不能太接近所研究的问题的 τ 的最低极限. 在任何情况下,为了保证正的黏性值,松弛时间必须不能小于 0.5. 另一方面,因为 LBM 中的声速是 1 的同量级,松弛时

间代表的是特征碰撞时间,因而 τ 具有与平均自由程(mean free path)同样的量级(在格子单位下),为此 τ 也不能太大以致于不能保证平均自由程远比物理特征长度小这一条件. 这一条件是格子 Boltzmann 方程从微观统计尺度还原为宏观的 N-S 方程的必要条件(在多重尺度展开的过程中,展开系数 ϵ 为 Knudsen 数,定义为 $\epsilon = \frac{\lambda}{L}$. 这里 λ 为平均分子自由程, L 为宏观长度,而展开系数必须为很小的量).

以 $Pr = 10, Le = 10$ 为例子来说明,此时 $\nu : \alpha : D = 100 : 10 : 1$,从(15a)–(15c)看得出来,即使是折中来看,假如(15b)式中 $3\alpha = 0.1$,三个松弛因子分别是 $\tau_f = 0.5 + 1 = 1.5, \tau_g = 0.5 + 0.1 = 0.6, \tau_h = 0.5 + 0.01 = 0.51$. 再假如(15c)式中 $3D = 0.1$,那么三个松弛因子分别是 $\tau_f = 0.5 + 10 = 10.5, \tau_g = 0.5 + 1 = 1.5, \tau_h = 0.5 + 0.1 = 0.6$. 如果希望既能保证松弛因子不接近 0.5,又能保证方程计算的收敛性,这恐怕不是一个轻易能得到完善解决的矛盾. 这三个不同松弛因子耦合的方程稳定性就更加不好把握. 所以

LBM 在模拟大 Pr 数和大 Le 数方面还是有欠缺的, 这是 LBM 本身的特性所制约的.

7. 结 论

以往格子 Boltzmann 方法基本应用于速度场或速度与温度的耦合流场的计算, 而对速度、温度和物质浓度的耦合求解也仅限于二维的计算; 本文对三

维问题进行尝试, 具体模拟了三维方腔内温盐双扩散系统问题. 通过计算以及和其他计算结果比较, 一方面说明了格子 Boltzmann 方法用于双扩散对流的三维数值模拟是可行的, 可以解决用其他算法存在的计算量大的问题, 另一方面, 使用 Boltzmann 方法时有局限性, 即对大 Pr 数和大 Le 数的流场而言, 数值稳定性将是需要面对的问题.

- [1] Zhan J M, Li Y S, Zheng J T 2002 *Chinese Journal of Computational Mechanics* **19** 353 (in Chinese) [詹杰民、李毓湘、郑 婷 2002 计算力学学报 **19** 353]
- [2] Zheng J T, Zhan J M 2002 *Advances in Mechanics* **32** 415 (in Chinese) [郑 婷、詹杰民 2002 力学进展 **32** 415]
- [3] Zhan J M, Li Y S 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 828 (in Chinese) [詹杰民、李毓湘 2002 物理学报 **51** 828]
- [4] Mamou M, Vasseur P, Bilgen E 1996 *Heat and Mass Transfer* **32** 115
- [5] Kamakura K, Ozoe H 1993 *Int. J. Heat Mass Transfer* **36** 2125
- [6] Lee J, Hyun M T, Kang Y S 1990 *Int. J. Heat Mass Transfer* **33** 869
- [7] Kamakura K, Ozoe H 1993 *Numer. Heat Transfer* **23** 61
- [8] Lee J W, Hyun J M 1991 *Int. J. Heat Mass Transfer* **34** 2423
- [9] Trevisan O V, Bejan A 1987 *Int. J. Heat Transfer* **109** 104
- [10] Hyun J M, Lee J W 1990 *Int. J. Heat Mass Transfer* **33** 1605
- [11] Shyy W, Chen M H 1991 *Phys. Fluids A* **3** 2592
- [12] Kamotani Y, Wang L W, Ostrach S, Jiang H D 1985 *Int. J. Heat Mass Transfer* **28** 165
- [13] Sezai I, Mohamad A A 2000 *Phys. Fluids* **12** 2210
- [14] Lü X Y, Li H B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 422 (in Chinese) [吕晓阳、李华兵 2001 物理学报 **50** 422]
- [15] Feng S D, Tsutahara M, Ji Z Z 2001 *Chin. Phys.* **10** 587
- [16] Zhao Y, Ji Z Z, Feng T 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 671 (in Chinese) [赵 颖、季仲贞、冯 涛 2004 物理学报 **53** 671]
- [17] Guo Z L, Li Q, Zheng C G 2002 *Chinese Journal of Computational Physics* **19** 483 (in Chinese) [郭照立、李 青、郑楚光 2002 计算物理 **19** 483]
- [18] Wolf-Gladrow D A 2000 *Lattice-gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: An Introduction* (Lecture Notes in Mathematics) (Berlin: Springer) p174
- [19] Shan X W, Chen H D 1993 *Physical Review E* **47** 1815
- [20] Inamuro T, Yoshino M, Inoue H, Mizuno R, Ogino F 2002 *Journal of Computational Physics* **179** 201
- [21] Guo Z L, Shi B C, Zheng C G 2002 *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **39** 325
- [22] Shan X W 1997 *Physical Review E* **55** 2780
- [23] Chen S Y, Martínez D, Mei R W 1996 *Phys. Fluids* **8** 2527
- [24] Zou Q S, He X Y 1997 *Phys. Fluids* **9** 1591
- [25] Zhan J M, Li Y S 2003 *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* **13** 1031
- [26] Hou S L, Zou Q S, Chen S Y, Doolen G, Cogley A C 1995 *J. Comput. Phys.* **118** 329

Three-dimensional numerical simulation of thermosolutal convection in enclosures using lattice Boltzmann method^{*}

Lu Yu-Hua Zhan Jie-Min[†]

(*Department of Applied Mechanics and Engineering, Zhongshan University, Guangzhou 510275, China*)

(Received 9 December 2005 ; revised manuscript received 17 January 2006)

Abstract

Lattice Boltzmann method of two-and three-dimensional thermosolutal convection is investigated in this paper. Lattice Boltzmann method with multiple components was applied to simulate two-dimensional thermosolutal convection flow on a square cavity. The numerical results agree well with those of high order finite difference method. It shows that the numerical scheme is efficient. Therefore the lattice Boltzmann method is extended to investigate three-dimensional thermosolutal convection flow in cubic cavity. The comparison between the proposed lattice Boltzmann method and a finite difference method shows a satisfactory agreement. The limitation of the lattice Boltzmann model in the double-diffusive convection is discussed.

Keywords : lattice Boltzmann method , thermosolutal convection , Boussinesq approximation , numerical simulation

PACC : 4725Q

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 40476012)

[†] E-mail : stszjm@zsu.edu.cn