

一维线阵离轴高斯光束通过湍流大气的传输特性^{*}

季小玲[†] 汤明

(四川师范大学物理学院, 成都 610066)

(2005 年 12 月 15 日收到, 2006 年 3 月 23 日收到修改稿)

研究了一维(1D)线阵离轴高斯光束通过湍流大气的传输特性, 推导出了其光强传输方程. 研究表明, 1D 线阵离轴高斯光束通过湍流大气传输经历了三个阶段, 即在近场其光强分布为类似于入射光的锯齿状分布, 随着传输距离的增加逐渐变为平顶分布, 最后在远场成为类高斯分布. 湍流的增强会使光束传输经历三阶段的进程加快. 并且, 湍流使得不同子光束数的 1D 线阵离轴高斯光束的归一化光强分布相接近. 此外, 子光束数越多的 1D 线阵离轴高斯光束受到湍流的影响越小, 1D 线阵离轴高斯光束较高斯光束受到湍流的影响要小.

关键词: 一维(1D)线阵离轴高斯光束, 湍流大气, 传输特性

PACC: 9265, 4200

1. 引 言

激光在湍流大气中的传输是一个有重要理论和实际应用意义的问题^[1,2]. 大气湍流会改变光束的传输特性和降低光束的质量, 对此已进行了许多研究. 例如, 文献[3—5]分别用不同方法研究了湍流对部分空间相干光光束扩展的影响, 并从理论上证明了部分空间相干光较完全相干光受到湍流大气的影响要小. 文献[6,7]分别研究了厄米-高斯和拉盖尔-高斯光束、余弦高斯和双曲余弦高斯光束在湍流大气中的传输特性. 文献[8]研究了大气湍流对多色部分空间相干光传输特性的影响. 文献[9]研究了部分相干双曲余弦高斯光束通过湍流大气的光束扩展问题. 文献[10]研究了湍流对部分空间相干光光束质量, 包括湍流对光束能量集中度和最大峰值光强等的影响. 另一方面, 在实际工作中, 从一台激光器输出的激光要达到高功率(能量)和一定的光束质量的技术指标是很困难的. 光束合成技术的主要目的是获得高的激光输出功率, 并保持良好的光束质量. 因此, 研究合成光束的传输特性, 特别是在湍流大气中的传输特性具有十分重要的实际意义. 文献[11]研究了 1D 线阵离轴高斯光束在自由空间的相干合成和非相干合成. 本文基于广义惠更斯-菲

涅尔原理, 采用光束的非相干合成的方法, 研究湍流对一维线阵离轴高斯光束传输特性的影响, 得到一些有意义的结果, 并给予了合理的物理解释.

2. 传输方程

假设在直角坐标系下 $z=0$ 平面处有 N 束束腰宽度均为 w_0 的高斯光束沿 x 轴排列, 相邻子光束间的间距均为 x_d . 这 N 束子光束构成了一个 1D 线阵, 如图 1 所示. 为了便于与一束位于坐标原点的高斯光束相比较, N 取奇数. 第 n 束子光束在 $z=0$ 平面处的场分布为

$$E_n(x, z=0) = \exp\left[-\frac{(x - nx_d)^2}{w_0^2}\right], \quad (1)$$

式中 $n \in \left[-\frac{N-1}{2}, \frac{N-1}{2}\right]$. 当 $N=1$ 时, 图 1 所示的 1D 线阵简化为位于坐标原点的高斯光束.

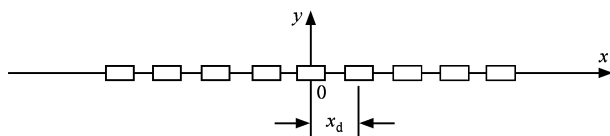


图 1 直角坐标系下 1D 离轴高斯光束线阵示意图

^{*} 四川省教育厅自然科学基金(批准号: 2005A093)资助的课题.

[†] E-mail: jixl100@163.com

因此,1D 线阵离轴高斯光束在 $z = 0$ 平面处的非相干合成光强分布为

$$K(x, z = 0) = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp\left[-\frac{\chi(x - nx_d)^2}{w_0^2}\right]. \quad (2)$$

根据广义惠更斯-菲涅尔原理 (1) 式表征的离轴高斯光束通过湍流大气传输的光强分布为

$$\begin{aligned} I_n(x, z) &= \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 dx'_2 \exp\left[-\frac{(x'_1 - nx_d)^2}{w_0^2}\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{(x'_2 - nx_d)^2}{w_0^2}\right] \\ &\times \exp\left[-\frac{(x'_1{}^2 - 2x'_1 x'_2 + x'_2{}^2)}{\rho_0^2}\right] \\ &\times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x'_1{}^2 - 2x'_1 x - x'_2{}^2 + 2x'_2 x)]\right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中波数 $k = 2\pi/\lambda$ (λ 为波长) 并且^[12]

$$\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{3/5}, \quad (4)$$

其中 C_n^2 是折射率结构常数, 它表征湍流的强弱.

对 (3) 式进行分离变量, 并利用积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\beta^2 x + \gamma x) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta} \exp\left(\frac{\gamma^2}{4\beta^2}\right). \quad (5)$$

经过复杂的积分运算后得到

$$I_n(x, z) = \frac{B}{G} \exp\left[-\frac{2B^2}{G} \left(\frac{x}{w_0} - \frac{nx_d}{w_0}\right)^2\right], \quad (6)$$

式中

$$B = \frac{k}{2z}, \quad (7)$$

$$G = \sqrt{\frac{1}{w_0^4} + \frac{2}{w_0^2 \rho_0^2} + \frac{k^2}{4z^2}}. \quad (8)$$

因此,1D 线阵离轴高斯光束通过湍流大气的非相干合成光强传输方程可从 (6) 式直接得到

$$K(x, z) = \frac{B}{G} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp\left[-\frac{2B^2}{G^2} \left(\frac{x}{w_0} - \frac{nx_d}{w_0}\right)^2\right]. \quad (9)$$

(9) 式的两个特例:

1) 当 $N=1$ 时 (9) 式简化高斯光束通过湍流大气的非相干合成光强传输方程

$$K(x, z) = \frac{B}{G} \exp\left[-\frac{2B^2}{G^2} \left(\frac{x}{w_0}\right)^2\right]. \quad (10)$$

(10) 式与文献 7 的 (9) 式是一致的.

2) 当 $C_n^2 = 0$ 即 $\rho_0^{-2} = 0$ 时 (9) 式简化 1D 线阵离轴高斯光束通过自由空间的光强传输方程

$$I_{\text{free}}(x, z) = \frac{B_{\text{free}}}{G_{\text{free}}} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp\left[-\frac{2B_{\text{free}}^2}{G_{\text{free}}^2} \left(\frac{x}{w_0} - \frac{nx_d}{w_0}\right)^2\right], \quad (11)$$

式中

$$B_{\text{free}} = B = \frac{k}{2z}, \quad (12)$$

$$G_{\text{free}} = \sqrt{\frac{1}{w_0^4} + \frac{k^2}{4z^2}}. \quad (13)$$

(11) 式与文献 11 的 (17) 式是一致的.

根据 B, G 与 $B_{\text{free}}, G_{\text{free}}$ 的关系 (即 (7) (8) 式和 (12) (13) 式的关系) (9) 式表征的 1D 线阵离轴高斯光束通过湍流大气的非相干合成光强传输方程还可以表示为

$$K(x, z) = \frac{B_{\text{free}}}{\sqrt{\alpha} G_{\text{free}}} \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \exp\left[-\frac{2B_{\text{free}}^2}{G_{\text{free}}^2} \left(\frac{x}{\alpha w_0} - \frac{nx_d}{\alpha w_0}\right)^2\right], \quad (14)$$

式中

$$\alpha = 1 + \frac{2K(w_0^2 \rho_0^2)}{1/w_0^4 + k^2/(4z^2)}. \quad (15)$$

显然, $\alpha > 1$. (14) 式表明, 与在自由空间中传输一样, 1D 线阵离轴高斯光束在湍流大气中传输其光强可以看成等间距 x_d (与入射面 $z = 0$ 处子光束间距相同) 的离轴高斯光束的非相干合成. 不同的是, 湍流大气中的子光束的束宽增大为自由空间中的 α 倍, 即湍流使得每一子光束扩展. 因此, 湍流使得 1D 线阵离轴高斯光束扩展.

3. 数值计算结果及物理解释

计算参数取为 $w_0 = 0.025\text{m}$, $k = 10^{-7}\text{m}^{-1}$, $x_d = 0.05\text{m}$. 图 2(a) (b) (c) 和 (d) 分别 1D 线阵离轴高斯光束在入射面 $z = 0$ 平面处, 以及通过湍流大气在 $z = 0.4\text{km}$, 3km 和 12km 平面处的归一化光强分布 $K(x, z)/K(0, z)$. 图 2(b) (c) 和 (d) 表明, 1D 线阵离轴高斯光束通过湍流大气传输其光强变化经历了三个阶段: 在近场处光束仍保持与入射光相似的锯齿状光强分布 (图 2(b), $z = 0.4\text{km}$). 光束继续向前传输, 其光强分布逐渐变为平顶分布 (图 2(c), $z = 3\text{km}$). 最后, 在远场处光束就成为类高斯分布 (图 2(d), $z = 12\text{km}$). 图 3 为不同湍流强度下 1D 线阵离轴高斯光束的归一化光强分布. 图 3(a) 表明, 在 $z = 2.8\text{km}$ 处, $C_n^2 = 0$ 时光束仍保持与入射光相似的锯齿状光强分布. 随着湍流强度的增强, 其光强顶部变化变缓. 当 $C_n^2 = 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ 时光强已成为平顶分

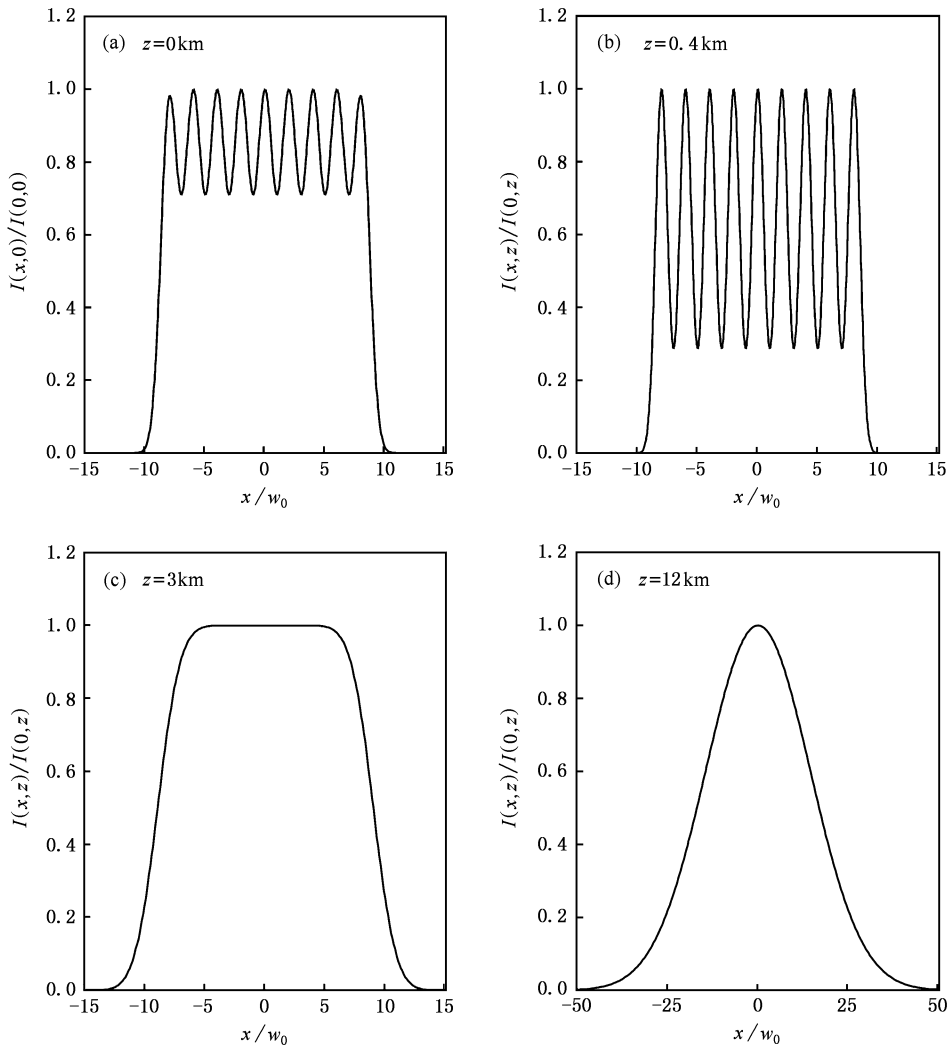


图 2 不同位置处 1D 线阵离轴高斯光束归一化光强分布 $I(x,z)/I(0,z)$, $N=9$, $C_n^2=10^{-14} \text{m}^{-2/3}$

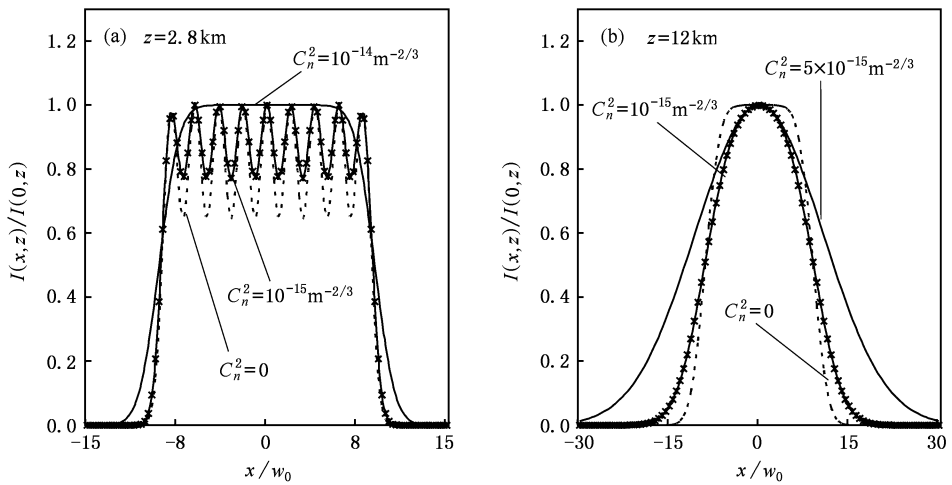


图 3 不同湍流强度下 1D 线阵离轴高斯光束归一化光强分布 $I(x,z)/I(0,z)$, $N=9$

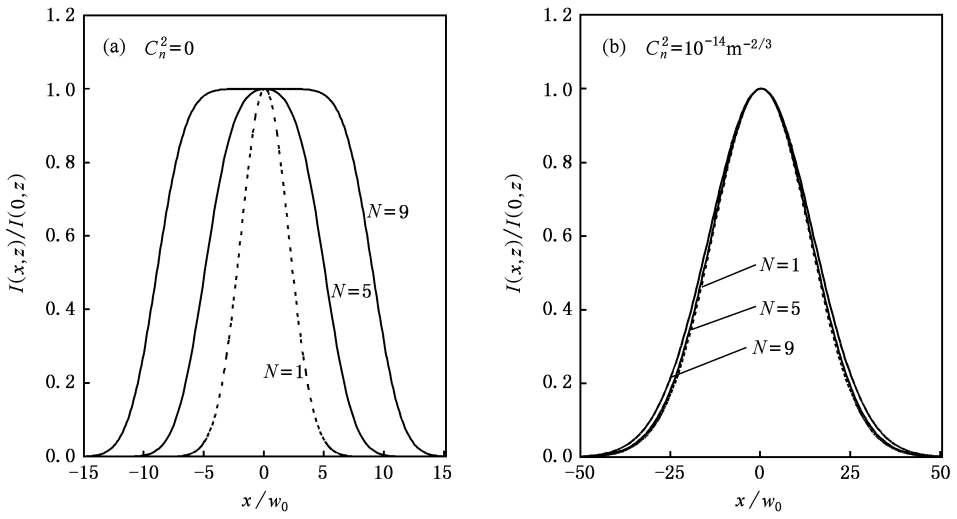


图 4 不同 N 的 1D 线阵离轴高斯光束归一化光强分布 $I(x, z)/I(0, z)$, $z = 12\text{km}$

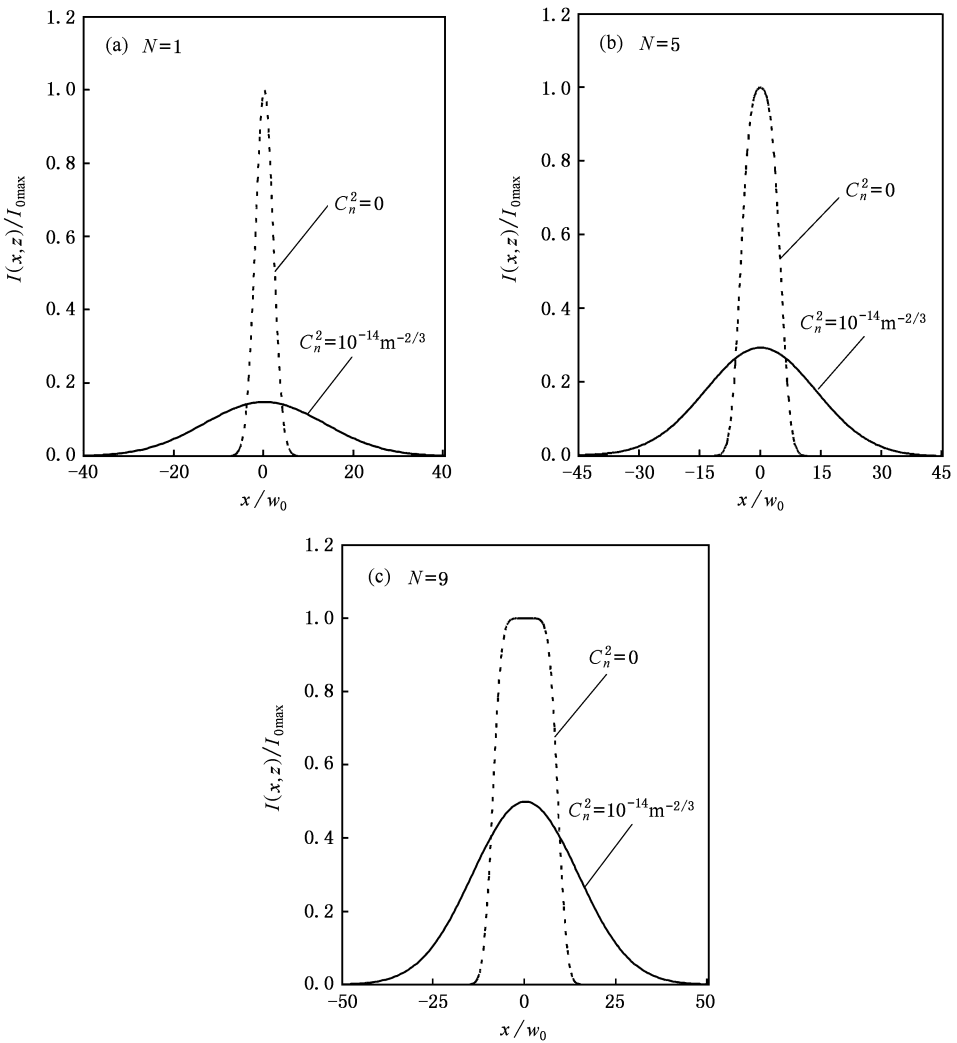


图 5 不同 N 的 1D 线阵离轴高斯光束在有、无湍流情况下的归一化光强分布 $I(x, z)/I_{0\text{max}}$, $z = 12\text{km}$

布. 由图 3(b) 可知, 在 $z = 12\text{km}$ 处, $C_n^2 = 0$ 时光强为平顶分布. 随着湍流强度的增强, 光强的平顶分布消失. 当 $C_n^2 = 5 \times 10^{-15} \text{m}^{-2/3}$ 时光强已成为类高斯分布. 因此, 相对于自由空间传输而言, 湍流会使 1D 线阵离轴高斯光束光强传输经历三阶段的进程加快, 即相当于缩短了传输距离. 实际上, 这是因为湍流使得每一子光束扩展所致(正如(14)式所表明的). 图 4 为不同 N 的 1D 线阵离轴高斯光束的在 $z = 12\text{km}$ 处的归一化光强分布. 图 4 表明, 在自由空间中, 光束随着 N 的增大而扩展(图 4(a)); 而在湍流大气中, 不同 N 光束的光强分布非常接近(图 4(b)). 图 3(a)(b) 和 (c) 分别为高斯光束 ($N = 1$) 与 1D 线阵离轴高斯光束 ($N = 5$ 和 $N = 9$) 的归一化光强分布 $I(x, z)/I_{0\text{max}}$, 其中 $I_{0\text{max}}$ 为各自光束 $C_n^2 = 0$ 时的最大峰值光强. 图 5 表明, 湍流使得光束的最大峰值光强下降, 光束扩展. 此外, 由图 5 还可进一步得到, $N = 1, 5$ 和 9 的光束在湍流大气中传输其最大峰值光强分别为自由空间中对应值的 $0.15, 0.29$ 和 0.50 倍; $N = 1, 5$ 和 9 的光束在湍流大气中传输其光强分布曲线上总功率(能量) 86.5% 处的二点间距离之半定义的束宽分别为自由空间中对应值的 $6.74, 3.95$ 和 2.61 倍. 因此, N 越大的 1D 线阵离轴高斯光束受到湍流的影响越小; $N > 1$ 的 1D 线阵离轴高斯光束较 $N = 1$ 的高斯光束受到湍流的影响要小. 造成这一结果的物理原因是光束数越多的 1D 线阵离轴高斯光束在自由空间中传输光束扩展越

大; 1D 线阵离轴高斯光束在自由空间中传输光束扩展比高斯光束的大(图 4(a)). 正如像文献 4 指出, 相干性越差的部分空间相干光在自由空间中光束扩展越大, 因而其光束受到的湍流影响越小, 以及文献 [6] 指出, 厄米-高斯光束在自由空间中传输光束扩展较高斯光束的大, 所以厄米-高斯光束较高斯光束受到的湍流影响小.

4. 结 论

本文基于广义惠更斯-菲涅尔原理, 并采用光束的非相干合成的方法, 详细研究了一维线阵离轴高斯光束通过湍流大气的传输特性, 推导出了其光强传输方程. 研究表明, 1D 线阵离轴高斯光束通过湍流大气传输其光强变化经历了三个阶段, 即在近场其光强分布为类似于入射光的锯齿状分布, 随着传输距离的增加逐渐变为平顶分布, 最后在远场成为类高斯分布. 而湍流的增强会使光束传输经历三阶段的进程加快, 即相当于缩短了传输距离. 并且, 湍流使得不同 N 的 1D 线阵离轴高斯光束的归一化光强分布相接近. 此外, 湍流使 1D 线阵离轴高斯光束的最大峰值光强下降, 光束扩展, 即光束质量变差. 但是, 子光束数越多的 1D 线阵离轴高斯光束受到湍流的影响越小; 1D 线阵离轴高斯光束较高斯光束受到湍流的影响要小. 本文所得结论对高功率(能量)激光远程能量输运之类问题的研究有实际意义.

- [1] Fante R L 1985 *Progress in Optics XXII: Wave propagation in random media: a systems approach*, Chap. VI edited by Wolf E (Elsevier, Amsterdam)
- [2] Andrews L C, Phillips R L 1998 *Laser Beam Propagation through Random Media* (SPIE Press, Bellingham, Washington)
- [3] Wu J 1990 *J. Mod. Opt.* **37** 671
- [4] Gbur G, Wolf E 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 1592
- [5] Shirai T, Dogariu A, Wolf E 2003 *J. Opt. Soc. Am. A* **20** 1094
- [6] Young C Y, Gilchrest Y V, Macon B R 2002 *Opt. Eng.* **41** 1097

- [7] Eyyuboğlu H T, Baykal Y 2004 *Optics Express* **12** 4659
- [8] Ji X L, Xiao X, Lü B D 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3996 (in Chinese) [季小玲, 肖希, 吕百达 2004 物理学报 **53** 3996]
- [9] Ji X L, Huang T X, Lü B D 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 978 (in Chinese) [季小玲, 黄太星, 吕百达 2006 物理学报 **55** 978]
- [10] Ji X L, Lü B D 2005 *Opt. Commun.* **251** 231
- [11] Lü B D, Ma H 1999 *Optik* **110** 575
- [12] Wang S C H, Plonus M A 1979 *J. Opt. Soc. Am.* **69** 1297

Propagation properties of one-dimensional off-axis Gaussian beams through the turbulent atmosphere^{*}

Ji Xiao-Ling Tang Ming-Yue

(*Department of Physics , Sichuan Normal University , Chengdu 610066 , China*)

(Received 15 December 2005 ; revised manuscript received 23 March 2006)

Abstract

The propagation properties of one-dimensional off-axis Gaussian beams through the turbulent atmosphere are studied in detail. The propagation equation of intensity is derived. It is shown that one-dimensional off-axis Gaussian beams in turbulent atmosphere undergo three stages of evolution with increasing propagation distance z , i.e., their saw-tooth beam profile is similar to the initial one in the near field, then becomes a flat-topped profile with increasing z , and at last turns into Gaussian-like profile in the far field. The turbulence accelerates the evolution of the stages which one-dimensional off-axis Gaussian beams undergo. Furthermore, the normalized intensity distributions of one-dimensional off-axis Gaussian beams with different beam numbers become close to each other due to turbulence. In addition, one-dimensional off-axis Gaussian beams with higher beam numbers are less sensitive to the effects of turbulence than those with lower beam numbers, and one-dimensional off-axis Gaussian beams are less sensitive to the effects of turbulence than Gaussian beams.

Keywords : one-dimensional off-axis Gaussian beam , turbulent atmosphere , propagation property

PACC : 9265 , 4200

^{*} Project supported by the Natural Science Foundation from the Education Bureau of Sichuan Province , China (Grant No. 2005A093).