

非线性光学格子中的光束演化研究^{*}

卓 辉 傅喜泉[†] 吴锦花 文双春

(湖南大学计算机与通信学院,长沙 410082)

(2006 年 1 月 23 日收到 2006 年 3 月 15 日收到修改稿)

研究光学格子中(即在光传输的横截面上存在周期格子势的调制)光束的演化,利用变分原理,求出了光束宽度、振幅、频率啁啾参量随传播距离的演化形式.发现光束宽度与调制周期的比值必须小于一定的值才能形成孤子的传输,同时还得到了光束在不同的条件下存在着不同的传输过程.光学格子中周期格子的作用有类似非线性的良好的特性,周期格子的引入提供了可以更好地控制格子孤子的形成和传输的参考条件.

关键词:光孤子,光学格子,变分法

PACC: 4265S, 4265J, 4270, 4265

1. 引 言

研究光孤子在新型孤子通信、全光光器件等方面具有重要的应用前景.近年,光学格子中激光传输以及孤子形成是光孤子物理的热点问题之一^[1-3],光学格子指所谓在光传输面上存在周期性或者有规律的微结构调制的周期性结构光学介质.在生物^[4]、化学物理^[5]、非线性光学^[6-11]、爱因斯坦凝聚(BEC)^[12]等领域的许多研究者都对光学格子中激光传输问题进行了探讨,光学格子的周期性调制具有产生和控制光信息流作用,它具有重要科学意义和应用价值.当光束在光学格子中传输时将经历一个空间上的折射率周期调制,这一行为类似于电子在半导体中的传输^[13],并表现出在离散系统中传输时所具有的一些典型特征.利用这些特征可有效地制作高速全光开关和光逻辑器件,实现全光路由,达到全光控制.自从 Fleischer 等^[14]在实验中观测到光致非线性光学格子孤子以来,在光折变介质中光致波导阵列形成格子孤子的研究备受关注^[15-17].目前,非线性光波导阵列和连续非线性介质中的孤子传输特性已有了大量的研究^[1,13,18-23],但对具有离散可调制性结构的非线性介质中的格子孤子的形成和传输研究甚少.本文研究的传输系统由折射率在横向上

周期性调制的连续非线性介质构成,其折射率的连续可调导致该结构具有灵活可调的离散性^[24]. Buljan, Kartashov 等人研究了衍射的可控性为光束的空间控制提供了新的手段^[10,12,22,25-30],这是采用其他方法所无法实现的.同时, Kartashov 等研究的光束的可控特性是居于满足格子孤子的条件下进行的,但没有对格子孤子的形成条件不精确满足时光束的演化做出详尽分析.本文主要从一般情形下光束的宽度、振幅、频率啁啾参量这些描述孤子的特征参量随传输距离的演化形式来分析格子孤子的形成条件,并探讨了改变各种参数来减少光束的功率而同样达到无衍射传输.

2. 传输方程与变分法

在横向 x 方向上折射率具有线性周期调制的自聚焦克尔型非线性介质中,光束沿纵向 z 方向的传输在弱调制近似下满足下面的非线性薛定谔方程^[10]:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \gamma |\psi|^2 \psi + h p(x) \psi = 0, \quad (1)$$

式中 $k = n_0 \omega / c = 2\pi n_0 / \lambda$, n_0 是线性折射率, λ 是入射光束的波长, γ 是介质非线性系数, $h = \beta k / n_0$, β 为调制系数.下面用变分法来讨论方程(1)的传输特性,方程(1)的拉格朗日密度 L_g 为

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10576012)国家自然科学基金重点项目(批准号:60538010)国家 863 计划(批准号:2004AA84ts12)湖南省自然科学基金(批准号:06JJ20017)和高等学校博士学科点专项科研基金(批准号:20040532005)资助的课题.

[†] 通信联系人, E-mail: fuxq@263.net

$$L_g = \frac{i}{2} \left(\psi \frac{\partial \psi^*}{\partial z} - \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{1}{2k} \left| \frac{\partial \psi}{\partial x} \right|^2 - \frac{\gamma}{2} |\psi|^4 - h\mu(x) |\psi|^2. \quad (2)$$

这里设方程(1)的解为带有参数的高斯尝试函数

$$\psi(z, x) = A(z) \exp \left[-\frac{x^2}{2a^2(z)} + i b(z)x^2 \right] \quad (3)$$

其中 $A(z)$ 为振幅, 是一个复数, $a(z)$ 是光束宽度, $b(z)$ 是频率啁啾参量. 这里设周期格子为余弦调制 $\mu(x) = \cos[(2\pi/T)x]$, T 为格子周期, 得到

$$L = \int_{-\infty}^{\infty} L_g dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left[i a \left(A \frac{dA^*}{dz} - A^* \frac{dA}{dz} \right) + |A|^2 a^3 \frac{db}{dz} - \frac{|A|^4 \gamma a}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2k} a^3 |A|^2 \left(4b^2 + \frac{1}{a^4} \right) - 2ha |A|^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right) \right]. \quad (4)$$

由变分原理 $\delta \int_{-\infty}^{\infty} L dz = 0$, 并利用(4)式得到

$$\frac{\delta L}{\delta A^*} = 0 \Rightarrow \frac{d(iaA)}{dz} = -ia \frac{dA}{dz} + Aa^3 \frac{db}{dz} + \frac{1}{2k} Aa^3 \left(4b^2 + \frac{1}{a^4} \right) - \sqrt{2}\gamma |A|^2 Aa - 2haA \exp \left(-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right), \quad (5)$$

$$\frac{\delta L}{\delta A} = 0 \Rightarrow -\frac{d(iaA^*)}{dz} = ia \frac{dA^*}{dz} + A^* a^3 \frac{db}{dz} + \frac{1}{2k} A^* a^3 \left(4b^2 + \frac{1}{a^4} \right) - \sqrt{2}\gamma |A|^2 A^* a - 2haA^* \exp \left(-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right) \quad (6)$$

$$\frac{\delta L}{\delta a} = 0 \Rightarrow i \left(A^* \frac{dA}{dz} - A \frac{dA^*}{dz} \right) = 3|A|^2 a^2 \frac{db}{dz} + \frac{6}{k} |A|^2 a^2 b^2 - \frac{|A|^2}{2ka^2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \gamma |A|^4 - 2ha |A|^2 \exp \left(-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right) \left(1 - \frac{2\pi^2 a^2}{T^2} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\delta L}{\delta b} = 0 \Rightarrow \frac{d(|A|^2 a^3)}{dz} = \frac{4|A|^2 a^3 b}{k}. \quad (8)$$

由(5)(6)式得

$$\frac{d(a|A|^2)}{dz} = 0 \Rightarrow a|A|^2 = a_0|A_0|^2 = E_0, \quad (9)$$

其中 a_0, A_0 是初始的光束宽度、光束振幅.

由(8)(9)式得

$$\frac{da}{dz} = \frac{2}{k} ab. \quad (10)$$

由(5)(6)(7)(10)式得

$$\frac{d^2 a}{dz^2} = \frac{1}{k^2 a^3} - \frac{\gamma E_0}{\sqrt{2}ka^2} - \frac{4\pi^2 ha}{kT^2} \exp \left[-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right]. \quad (11)$$

对(11)式这样的关于 $a(z)$ 的变分方程形式, 可以模拟一个粒子在势阱中运动的情形, 将其写成运动方程形式

$$\frac{1}{2} \left(\frac{da}{dz} \right)^2 + 2 \frac{1}{k^2 a^2} - \frac{\gamma E_0}{\sqrt{2}ka} - \frac{2h}{k} \exp \left[-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right] + c = 0, \quad (12)$$

c 是积分常数, 这里定义相对光束宽度 $y = a/a_0$, 则

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dy}{dz} \right)^2 + V(y) = 0, \quad (13)$$

其中 $V(y)$ 为有效势, 是反应衍射与非线性相互作用对光束宽度的变化影响的函数, 可以反映光学格子中光束的变化趋势.

$$V(y) = \frac{\mu}{y^2} + \frac{\nu}{y} - 2\sqrt{2}\mu h f y^2 + m, \quad (14)$$

其中 $\mu = 1/(2k^2 a_0^4)$, $\nu = -\gamma E_0/(\sqrt{2}a_0^3)$, $m = -\mu[1 - 2\sqrt{2}\mu h f + (\nu/\mu)]$, $\tau = a_0/T$, $f = \exp(-\pi^2 \tau^2)$, 这里假定“粒子从静止开始运动”, 即 $z=0$ 时, $a(0) = a_0$, $(da/dz)|_{z=0} = 0$. 显然, 如果能从(12)式求出光束宽度 $a(z)$, 从(10)式就可求得啁啾参量 $b(z)$, 即

$$b(z) = \frac{k}{2} \frac{d \ln a}{dz}. \quad (15)$$

设振幅 $A(z) = |A(z)| \exp[i\phi(z)]$, 由(7)(9)式能求得振幅 $A(z)$, 这里 $\phi(z)$ 为

$$\frac{d\phi}{dz} = -\frac{1}{2ka^2} + \frac{5}{4\sqrt{2}} \gamma |A|^2 + h \exp \left(-\frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right) \left(1 + \frac{\pi^2 a^2}{T^2} \right). \quad (16)$$

下面着重讨论光束宽度 $a(z)$ 的演化.

3. 光束宽度演化的讨论

初始时 $y=1$, $V(y)=0$, 下面分析光束通过光学格子后出现的不同情况时有效势的特点:

1) 当 $y \rightarrow 0$ 时, $V \rightarrow \infty$. 这意味着介质的非线性比衍射强得多时光束就会被压缩, $y \rightarrow 0$, 实际上就是非线性远远大于衍射时光束被压缩成很窄, 即光束成丝现象, $V \rightarrow \infty$, 意味着压缩得很快.

2) 当 $y \rightarrow \infty$ 时, $V \rightarrow -\mu[1 - 2\sqrt{2}\mu h f + (\nu/\mu)]$ (17)

表示当衍射比介质的非线性强得多时光束会被展宽, $y \rightarrow \infty$ 实际上就是非线性近于零时的现象, V 趋近于一个常数, 描述着展宽的速度不变. 如果这个常数大于零, 一势阱形成(非线性、衍射效应、周期光格子作用三者可能达到平衡, 当然, y 不会趋于无穷大).

3) 当 $y = 1$ 时, 这是粒子的初始位置, 有

$$V(1) = -2\mu - \nu - 4\sqrt{2\mu hf \ln f}. \quad (18)$$

从(18)式可知: 势函数曲线在 $y = 1$ 导数的正负和零决定了势阱形成在 $y = 1$ 的左边还是右边和就在 $y = 1$ 处如图 1. 可见, 介质的衍射、非线性和周期光格子结构对光束传输的影响都体现在动力学方程上, 而上述对于有效势的描述集中反映了这种作用, 特别是调制深度和调制周期发现有着重要的作用.

3.1. 线性特性理论

对线性情况, 这时 $\gamma = 0 \rightarrow \nu = 0$, 其有效势可记为

$$V(y) = \frac{\mu}{y^2} - 2\sqrt{2\mu hf} y^2 - \mu[1 - 2\sqrt{2\mu hf}]. \quad (19)$$

一般的情形下光束会展宽如图 1(a). 周期光格子结构显然抵消了一部分衍射效应, 但由于弱调制最终没能与衍射效应达到平衡.

从(17)式令 $\gamma = 0$, 可看出如果 $-\mu(1 - 2\sqrt{2\mu hf}) > 0$ 时, 能形成一势阱, 有利于形成孤子, 即满足

$$\tau = \frac{a_0}{T} < \sqrt{\ln(2\sqrt{2\mu hf})} \pi. \quad (20)$$

由此可见这里的周期调制起到了非线性作用, 这就好比一个小球被限制在阱中运动一样, 只要小球的大小比阱宽小于一定的值就行.

特别地由(18)式, 如存在

$$\mu = 8h^2 f^2 (\ln f)^2, \quad (21)$$

则 $V(1) = 0$, 即周期调制与衍射达到平衡如图 1(b). 从这些特点可以看出周期调制也就类似非线性特性, 其他的特性也可以参考下面的非线性理论的讨论.

3.2. 非线性特性理论

从(17)式, 如果 $(\nu/\mu) + 1 - 2\sqrt{2\mu hf} < 0$, 能形成势阱, 即

$$\tau = \frac{a_0}{T} < \sqrt{\ln\left(\frac{2\sqrt{2\mu hf}}{1 + \nu/\mu}\right)} \pi, \quad (22)$$

这时一定能约束住光束的展宽; 反之, 大于零时, 光

束将会一直展宽. 也就是要想实现空间孤子的传输, 必要求入射时光束宽度不能大于调制周期的 $\sqrt{\ln[2\sqrt{2\mu hf}(1 + \nu/\mu)]} \pi$ 倍.

对于非线性特性理论这里用 ν/μ 的三个区域来讨论:

1) 如果 $\nu/\mu > -(2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f})$, 同时 $\nu/\mu > 2\sqrt{2\mu hf} - 1$ 时, 虽然非线性能抵消一部分衍射效应, 但最终不能达到完全的平衡, 不能形成孤子, 如图 1(c).

2) 如果 $-(2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f}) < \nu/\mu < 2\sqrt{2\mu hf} - 1$ 时, 会发生光束宽度振荡的变化, 不过其宽度是先展宽后压缩到初始的宽度的一种传输, 如图 1(d).

3) 由(18)式, 如果当 $y = 1$ 时, 令其等于零, 得

$$\nu/\mu = -(2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f}), \quad (23)$$

恰好有非线性和周期格子调制的共同作用效应与衍射效应达到了平衡, 这就是格子孤子传输, 这时非线性系数与衍射系数的比为 $\gamma k = (2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f}) (\sqrt{2} a_0 E_0)$, 显然当 γ, k 给定时, 可以通过控制周期势的调制参数 β 和 T 来达到平衡实现稳定的孤子传输, 如图 1(f).

4) 如果 $\nu/\mu < -(2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f})$, 这时光束宽度也会振荡的变化, 而且是一种光束宽度压缩的情形, 有利于光束自聚焦的形成, 如图 1(e).

从上面的分析, 可以看出只要满足(22)式, 就能形成不同形式光束变化的传输, 然而在 μ, ν 给定时, 改变 τ 也总会存在一个 τ 使得 $\nu/\mu > 2\sqrt{2\mu hf} - 1$, 从而使光束一直展宽, 不能形成空间孤子, 即 τ 就存在着一个能形成空间孤子的极限值; 然而处于区域 4) 时, 无论怎样增大 τ , 都会有(22)式成立, 都能形成空间孤子, 这是由于即使 τ 很大, 也会快速地衰减而被某一波导俘获, 这是由于非线性比较强的结果. Kartashov 等人通过数值模拟的结果就是满足条件 3) 的一种孤子传输, 从 3) 也可分析出入射波长对传输的影响: 由 $\gamma k = (2 + 4\sqrt{2\mu hf \ln f}) (\sqrt{2} a_0 E_0)$, 当 $\lambda = \sqrt{2\pi} \gamma n_0 a_0 E_0 (1 + 2\sqrt{2\mu hf \ln f})$ 时实现完全稳定的孤子. 从上面的分析可见, h 也给孤子的形成有一定的影响, 从(23)式发现, 随着 h 的增大, τ 的极限值也会随着变大, 即越容易满足形成空间孤子的条件. 这就好比小球在一个比较深的阱中运动, 阱越深, 小球越不能摆脱阱的束缚.

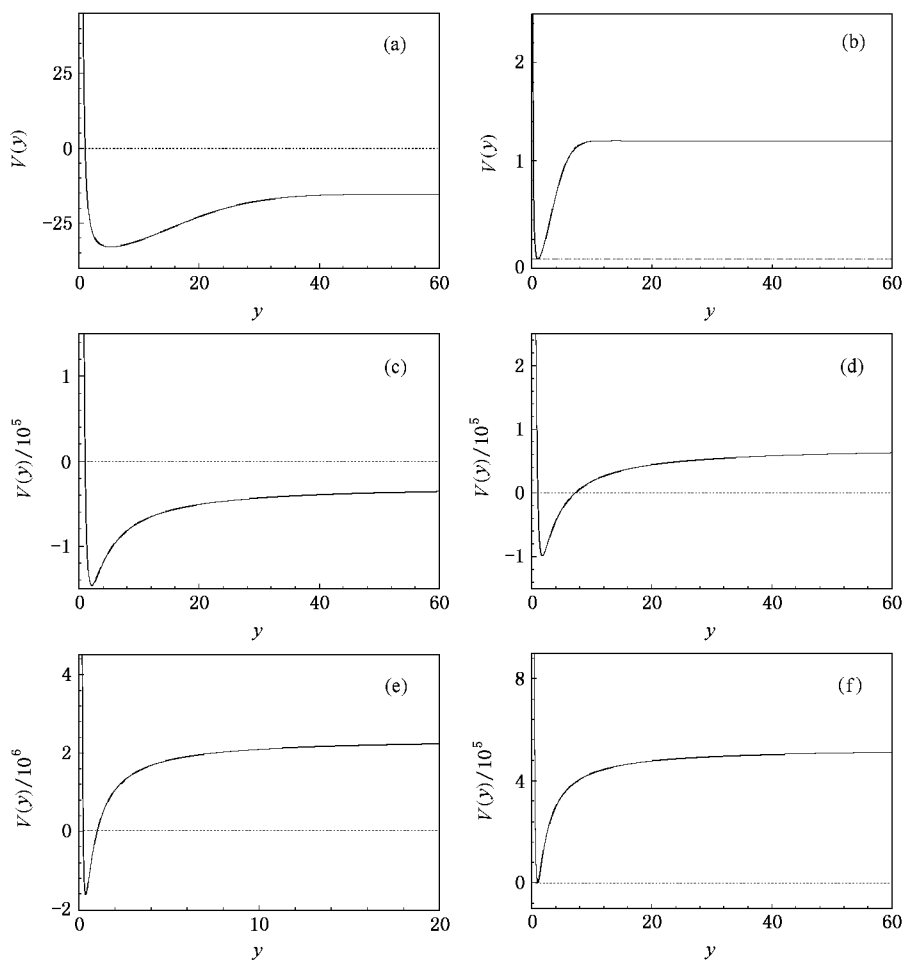


图1 有效势在不同情况下的变化情况 (a)在无非线性的作用下画出的势函数 $V(y)$, $\gamma = 0, T \neq 0$ (b)是在无非线性的作用,但有周期调制与衍射达到了平衡,实现空间孤子传输 (c)在非线性的效应比较弱时画出的 $V(y)$ (d)是在衍射和不太强的非线性与周期格子势共同作用而画出的势函数 $V(y)$,这时 $-(2 + 4\sqrt{2\mu h f \ln f}) < \nu/\mu < 2\sqrt{2\mu h f} - 1$ (e)是在衍射效应和强非线性与格子势的效应共同作用时 ($\nu/\mu < -(2 + 4\sqrt{2\mu h f \ln f})$) 画出的势函数 $V(y)$ (f)是在衍射和非线性与周期格子的共同作用而平衡时 ($\nu/\mu = -(2 + 4\sqrt{2\mu h f \ln f})$) 画出的势函数 $V(y)$

4. 结 论

对非线性介质中存在周期格子势的分析可以得到这样的结论:对具有周期调制的介质,存在着一个描述非线性与衍射相比较而产生的光束宽度变化趋势的函数,通过对这个函数的分析得到了许多关于光束传输的特征.光在这种介质中传播时,在一定的条件下,可形成空间孤子,但是不同的条件下,光

束变化的特点是不同的;光束的传输完全由 ν/μ 的三个区域来确定;周期格子的调制周期和初始光束宽度的比值 τ 也是孤子形成的一个好的参数,只有当 $\frac{a_0}{T} < \sqrt{\ln[2\sqrt{2\mu h} \kappa(1 + \nu/\mu)]} \pi$ 才能形成空间孤子;周期格子的作用与非线性特性很相似,都可以与衍射达到平衡,从而可形成用周期格子的作用来实现用较小的功率光束就能与衍射达到平衡,形成孤子传输.



- [1] Wen S C , Qian L J , Fan D Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1640 (in Chinese)[文双春、钱列加、范滇元 2003 物理学报 **52** 1640]
- [2] Jiang J H , Li Z P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2991 (in Chinese)[江金环、李子平 2004 物理学报 **53** 2991]
- [3] Liu J S , Zang D Y 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 880 (in Chinese)[刘劲松、张都应 2001 物理学报 **50** 880]
- [4] Davydov A S 1973 *J. Theor. Biol.* **38** 559
- [5] Su W P , Schieffer J R , Heeger A J 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 1698
- [6] Christodes D N , Joseph R I 1988 *Opt. Lett.* **13** 794
- [7] Trombettoni A , Smerzi A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 2353
- [8] Pedri P , Santos L , Öhberg P , Stringari S 2003 *Phys. Rev. E* **68** 43601
- [9] Martikainen J P , Stoof H T C 2003 *Phys. Rev. A* **68** 013610
- [10] Scharf R , Bishop A R 1993 *Phys. Rev. E* **47** 1375
- [11] Mihalache D , Mazilu D , Lederer F , Malomed B A *et al* 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 023902
- [12] Buljan H , Cohen O , Fleischer J W , Schwartz T *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 223901
- [13] Christodoulides D N , Lederer F , Silberberg Y 2003 *Nature* (London) **424** 817
- [14] Fleischer J W , Segev M , Efremidis N K *et al* 2003 *Nature* **422** 147
- [15] Fleischer J W , Bartal G , Cohen O *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123904
- [16] Neshev D , Ostrovskaya E , Kivshar Y *et al* 2003 *Opt. Lett.* **28** 710
- [17] Neshev D N , Alexander T J , Ostrovskaya E A *et al* 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 123903
- [18] Wen S C , Xu W C , Guo Q , Liu S H 1997 *Sci. China Series A* **40** 1300
- [19] She W L , Lee W K 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 886 (in Chinese)[余卫龙、李荣基 2001 物理学报 **50** 886]
- [20] Liu J S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3016 (in Chinese)[刘劲松 2004 物理学报 **53** 3016]
- [21] Wen S C , Fan D Y 2001 *Chin. Phys.* **10** 1032
- [22] Xu C B , Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3025 (in Chinese)[许超彬、郭旗 2004 物理学报 **53** 3025]
- [23] Liu J S 2001 *Chin. Phys.* **10** 1037
- [24] Cohen O , Schwartz T , Fleischer J W *et al* 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 113901
- [25] Kartashov Y V , Zelenina A S , Torner L , Nysloukh V A 2004 *Opt. Lett.* **29** 766
- [26] Kartashov Y V , Nysloukh V A , Torner L 2005 *J. Opt. Soc. Am. B* **22** 1356
- [27] Zhiyang Xu , Kartashov Y V , Torner L 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 113901
- [28] Xie Y Q , Guo Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3020 (in Chinese)[谢逸群、郭旗 2004 物理学报 **53** 3020]
- [29] Anderson D 1983 *Phys. Rev. A* **27** 3135
- [30] Jisha C P , Kuriakose V C , Orseizian K P 2005 *Phys. Rev. E* **71** 56615

Investigation of the beam evolution in nonlinear optical lattice ^{*}

Zhuo Hui Fu Xi-Quan[†] Wu Jin-Hua Wen Shuang-Chun

(*School of Computer and Communication , Hunan University , Changsha 410082 , China*)

(Received 23 January 2006 ; revised manuscript received 15 March 2006)

Abstract

The paper studies the beam evolution of optical lattice , i. e. media with transverse periodic lattice modulation in the propagation radiation. Using the variational principle ,the forms are obtained for the evolution during propagation of beam width , beam amplitude and frequency chirp. Next ,the conditions for soliton formation in nonlinear optical lattice are discussed and the different propagation processes with different beam conditions are obtained. There are analogous characteristics in the actions of periodic lattice potential of optical lattice and nonlinear media. The periodic potential offers a better method to control the lattice soliton formation and propagation.

Keywords : optical soliton , optical lattice , variational approach

PACC : 4265S , 4265J , 4270 , 4265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10576012 and 60538010) , the National High Technology Research and Development Program of China (Grant No. 2004AA84ts12) , the Natural Science Foundation of Hunan Province , China (Grant No. 06JJ20017) , and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (Grant No. 20040532005).

[†] Corresponding author. E-mail : fuxq@263.net