第 56 卷 第 10 期 2007 年 10 月
1000-3290/2007/56(10)/5575-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.10,October,2007

事件空间中非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性与 Mei 守恒量*

贾利群[1)†] 郑世旺[2)] 张耀宇[3)]

1)(江南大学理学院,无锡 214122)

2)(商丘师范学院物理与信息工程系,商丘 476000)

3)(平顶山学院电气信息工程学院,平顶山 467002)

(2006 年 5 月 14 日收到;2007 年 1 月 27 日收到修改稿)

研究了事件空间中非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.给出了事件空间中非 Chetaev 型非完整系统的运动微分方程、Mei 对称性的定义和判据、Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量的条件以及 Mei 守恒量的形式.并举例说明了结论的应用.

关键词:事件空间,非完整系统,Mei 对称性,Mei 守恒量

PACC:0320

1. 引 言

近年来,对称性与守恒量的研究取得了极大的进展[1—22],事件空间中完整力学系统的对称性与守恒量的研究,也取得了较大的成果.由 Noether 对称性利用 Noether 定理,可求得 Noether 守恒量,由 Lie 对称性通过 Noether 对称性,可找到 Noether 守恒量[23],由 Mei 对称性通过 Noether 对称性,也可找到 Noether 守恒量[24].文献[25]在事件空间中研究完整力学系统由特殊的 Lie 对称性、Noether 对称性和 Mei 对称性导致的 Hojman 守恒量.本文研究事件空间中非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.在参数 τ 不变时变量 x_α 的群的无限小变换下,定义了(弱或强)Mei 对称性,给出了 Mei 对称性的判据方程、限制方程和附加限制方程,得到了非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 守恒量.

2. 事件空间中非 Chetaev 型非完整系统的运动微分方程

假设双面理想非 Chetaev 型非完整约束下的力学系统的位形由 n 个广义坐标 q_s $(s=1,\cdots,n)$ 确定. 建立由广义坐标 $q_1,q_2,\cdots,q_n$ 和时间 t 构成的 $(n+1)$ 维扩充的位形空间——事件空间.引入记号

$$x_1 = t,\ x_{s+1} = q_s \qquad (s=1,\cdots,n), \tag{1}$$

则所有的变量 x_α $(\alpha=1,\cdots,n+1)$ 可作为某参数 τ 的已知函数.令 $x_\alpha = x_\alpha(\tau)$ 是 C^2 类曲线,使得

$$\frac{\mathrm{d}x_\alpha}{\mathrm{d}\tau} = x'_\alpha \qquad (\alpha = 1,\cdots,n+1) \tag{2}$$

不同时为零,有

$$\dot{x}_\alpha = \frac{\mathrm{d}x_\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{x'_\alpha}{x'_1} \qquad (\alpha = 1,\cdots,n+1). \tag{3}$$

假设系统在位形空间中的 Lagrange 函数 $L = L(t,q_s,\dot{q}_s)$,非势广义力 $Q_s = Q_s(t,q_s,\dot{q}_s)$,,则事件空间中的 Lagrange 函数为

$$\Lambda(x_\alpha,x'_\alpha) = x'_1 L\left(x_\alpha,\frac{x'_2}{x'_1},\cdots,\frac{x'_{n+1}}{x'_1}\right). \tag{4}$$

事件空间中的广义力定义为

$$P_1 = -Q_s x'_{s+1} \qquad (s=1,\cdots,n),$$

$$P_{s+1} = x'_1 Q_s\left(x_\alpha,\frac{x'_2}{x'_1},\cdots,\frac{x'_{n+1}}{x'_1}\right) \qquad (s=1,\cdots,n). \tag{5}$$

假设系统在位形空间中的运动受有 g 个双面

* 国家自然科学基金(批准号:10572021,10372053)资助的课题.

† E-mail:jlq0@sina.com

理想非 Chetaev 型非完整约束,即

$$f_\beta(t, q_s, \dot{q}_s) = 0$$
$$(\beta = 1, \cdots, g; s = 1, \cdots, n), \quad (6)$$

则在事件空间中方程(6)可表示为

$$F_\beta(x_\alpha, x'_\alpha) = 0$$
$$(\beta = 1, \cdots, g; \alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (7)$$

方程(7)为事件空间中的双面理想非 Chetaev 型非完整约束,方程(7)中

$$F_\beta(x_\alpha, x'_\alpha) = f_\beta\left(x_1, \cdots, x_{n+1}, \frac{x'_2}{x'_1}, \cdots, \frac{x'_{n+1}}{x'_1}\right). \quad (8)$$

设约束方程(7)加在事件空间中的虚位移 δx_α 上的限制条件为

$$F_{\beta\alpha}(x_\alpha, x'_\alpha)\delta x_\alpha = 0$$
$$(\beta = 1, \cdots, g; \alpha = 1, \cdots, n+1). \quad (9)$$

(9)式和下文均采用 Einstein 求和约定.一般情况,$F_{\beta\alpha}$ 与 $\frac{\partial F_\beta}{\partial x'_\alpha}$ 无关,如果两者相等,则非 Chetaev 型非完整约束成为 Chetaev 型非完整约束.

引入 Lagrange 乘子 $\lambda_\beta(\beta = 1, \cdots, g)$,则事件空间中的非 Chetaev 型非完整系统的运动微分方程可表示为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial \Lambda}{\partial x'_\alpha} - \frac{\partial \Lambda}{\partial x_\alpha} = P_\alpha + \lambda_\beta F_{\beta\alpha}$$
$$(\alpha = 1, \cdots, n+1). \quad (10)$$

令

$$\Gamma_\alpha = \lambda_\beta F_{\beta\alpha}$$
$$(\beta = 1, \cdots, g; \alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (11)$$

Γ_α 为事件空间中的广义非完整约束反力.引入事件空间中的 Euler 算子

$$\mathrm{E}_\alpha = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial}{\partial x'_\alpha} - \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \quad (\alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (12)$$

则方程(10)可改写为

$$\mathrm{E}_\alpha(\Lambda) = P_\alpha + \Gamma_\alpha$$
$$(\alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (13)$$

称方程(13)为与事件空间中非 Chetaev 型非完整系统(7),(10)相应的完整系统的运动微分方程.显然,方程(13)的$(n+1)$个方程不相互独立.假设可由方程(13)解出后面 n 个 x''_{s+1},记作

$$x''_{s+1} = h_s(x_\alpha, x'_\alpha, x''_1) \quad (s = 1, \cdots, n). \quad (14)$$

3. Mei 对称性的定义

引进参数 τ 不变时变量 x_α 的群的无限小变换

$$\tau^* = \tau,\ x^*_\alpha(\tau^*) = x_\alpha(\tau) + \Delta x_\alpha$$
$$(\alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (15)$$

或其展开式

$$\tau^* = \tau,\ x^*_\alpha(\tau^*) = x_\alpha(\tau) + \varepsilon\xi_\alpha(x_\beta, x'_\beta)$$
$$(\alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (16)$$

式中 ε 为无限小参数,ξ_α 为无限小变换生成元.

设在经历无限小变换(16)后,事件空间中的 Λ,P_α,Γ_α 和 F_β 分别变为 Λ^*,P^*_α,Γ^*_α 和 F^*_β,将 Λ^*,P^*_α,Γ^*_α 和 F^*_β 在(x_α, x'_α)点沿系统运动轨道曲线作 Taylor 级数展开,有

$$\begin{aligned}
\Lambda^* &= \Lambda\left(x^*_\alpha, \frac{\mathrm{d}x^*_\alpha}{\mathrm{d}\tau^*}\right) \\
&= \Lambda(x_\alpha, x'_\alpha) + \varepsilon\tilde{X}^{(1)}(\Lambda) + O(\varepsilon^2), \\
P^*_\alpha &= P_\alpha\left(x^*_\beta, \frac{\mathrm{d}x^*_\beta}{\mathrm{d}\tau^*}\right) \\
&= P_\alpha(x_\beta, x'_\beta) + \varepsilon\tilde{X}^{(1)}(P_\alpha) + O(\varepsilon^2) \\
&\quad (\alpha = 1, \cdots, n+1), \\
\Gamma^*_\alpha &= \Gamma_\alpha\left(x^*_\beta, \frac{\mathrm{d}x^*_\beta}{\mathrm{d}\tau^*}\right) \\
&= \Gamma_\alpha(x_\beta, x'_\beta) + \varepsilon\tilde{X}^{(1)}(\Gamma_\alpha) + O(\varepsilon^2) \\
&\quad (\alpha = 1, \cdots, n+1), \\
F^*_\beta &= F_\beta\left(x^*_\alpha, \frac{\mathrm{d}x^*_\alpha}{\mathrm{d}\tau^*}\right) \\
&= F_\beta(x_\alpha, x'_\alpha) + \varepsilon\tilde{X}^{(1)}(F_\alpha) + O(\varepsilon^2) \\
&\quad (\beta = 1, \cdots, g).
\end{aligned} \quad (17)$$

方程(17)中沿系统运动轨道曲线的无限小变换生成元向量的一次扩展 $\tilde{X}^{(1)}$ 为

$$\tilde{X}^{(1)} = \xi_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + \frac{\bar{\mathrm{d}}\xi_\alpha}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial}{\partial x'_\alpha}, \quad (18)$$

(18)式中对参数 τ 的全导数采用沿系统运动轨道曲线的方式,有

$$\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau} = x'_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha} + x''_1\frac{\partial}{\partial x'_1} + h_s\frac{\partial}{\partial x'_{s+1}}. \quad (19)$$

定义 1 如果用经无限小变换(16)变换后的动力学函数 Λ^*,P^*_α 和 Γ^*_α 分别代替变换前的动力学函数 Λ,P_α 和 Γ_α,系统的运动微分方程(13)的形式保持不变,即

$$\mathrm{E}_\alpha(\Lambda^*) = P^*_\alpha + \Gamma^*_\alpha$$
$$(\alpha = 1, \cdots, n+1), \quad (20)$$

则称这种对称性为与事件空间非 Chetaev 型非完整系统(方程(7),(10))相应的完整系统的 Mei 对称性.

定义 2 如果用经无限小变换(16)变换后的动

力学函数 Λ^*，P_α^*，Γ_α^* 和 F_β^* 分别代替变换前的动力学函数 Λ，P_α，Γ_α 和 F_β，系统的运动微分方程(13)和非 Chetaev 型非完整约束方程(7)的形式都保持不变，即

$$F_\beta^* = F_\beta\left(x_\alpha^*, \frac{\mathrm{d}x_\alpha^*}{\mathrm{d}\tau^*}\right) = 0 \quad (\beta = 1,\cdots,g) \tag{21}$$

和方程(20)同时成立，则称这种对称性为非 Chetaev 型非完整系统的弱 Mei 对称性.

容易证明，事件空间中的约束方程(7)加在虚位移 δx_α 上的条件(9)式可改写为

$$F_{\beta\alpha}\xi_\alpha = 0$$
$$(\beta = 1,\cdots,g;\alpha = 1,\cdots,n+1). \tag{22}$$

定义 3　如果用经无限小变换(16)变换后的动力学函数 Λ^*，P_α^*，Γ_α^* 和 F_β^* 分别代替变换前的动力学函数 Λ，P_α，Γ_α 和 F_β，系统的运动微分方程(13)和非 Chetaev 型非完整约束方程(7)的形式都保持不变，并要求无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(22)的限制，则称这种对称性为非 Chetaev 型非完整系统的强 Mei 对称性.

4. Mei 对称性的判据

将方程(17)的前三个方程代入方程(20)，忽略 ε^2 及更高阶小项，并注意到方程(13)，可得

$$\mathrm{E}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha) + \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_\alpha)$$
$$(\alpha = 1,\cdots,n+1),$$

由于该方程在利用 Euler 算子求动力学函数对参数 τ 的全导是沿系统运动轨道曲线进行的，所以方程中的 Euler 算子可由(12)式变换为

$$\tilde{\mathrm{E}}_\alpha = \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial}{\partial x'_\alpha} - \frac{\partial}{\partial x_\alpha}$$
$$(\alpha = 1,\cdots,n+1), \tag{23}$$

$\tilde{\mathrm{E}}_\alpha$ 称为事件空间的广义 Euler 算子.因此，有

$$\tilde{\mathrm{E}}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha) + \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_\alpha)$$
$$(\alpha = 1,\cdots,n+1), \tag{24}$$

将方程(17)的第四个方程代入方程(21)，忽略 ε^2 及更高阶小项，并注意到方程(7)，可得

$$\tilde{X}^{(1)}(F_\beta) = 0 \qquad (\beta = 1,\cdots,g). \tag{25}$$

于是，有如下判据：

判据 1　对与非 Chetaev 型非完整系统相应的完整系统(方程(13))，如果变换方程(16)的无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(24)，则相应的对称性为系统的 Mei 对称性.

称方程(24)为与非 Chetaev 型非完整系统相应的完整系统的 Mei 对称性的判据方程.

判据 2　对非 Chetaev 型非完整系统，如果变换方程(16)的无限小变换生成元 ξ_α 满足方程(24)和(25)，则相应的对称性为系统的弱 Mei 对称性.

方程(24)和(25)分别称为非 Chetaev 型非完整系统 Mei 对称性的判据方程和限制方程.

判据 3　对非 Chetaev 型非完整系统，如果变换(16)的无限小变换生成元 ξ_α 同时满足方程(22)，(24)和(25)，则相应的对称性为系统的强 Mei 对称性.

方程(22)称为非 Chetaev 型非完整系统 Mei 对称性的附加限制方程.

5. Mei 对称性导致的 Mei 守恒量

非奇异非 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性可直接导致 Mei 守恒量，下述命题给出得到 Mei 守恒量的条件和 Mei 守恒量的表达式.

命题 1　如果非奇异非 Chetaev 型非完整系统(弱或强)Mei 对称性的生成元 ξ_α 和规范函数 $G_\mathrm{M} = G_\mathrm{M}(x_\alpha, x'_\alpha)$ 满足如下结构方程：

$$\tilde{X}^{(1)}[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] + \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\xi_\alpha + \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}t}G_\mathrm{M} = 0, \tag{26}$$

则系统的 Mei 对称性导致的 Mei 守恒量为

$$I_\mathrm{M} = \frac{\partial\tilde{X}^{(1)}}{\partial x'_\alpha}\xi_\alpha + G_\mathrm{M} = \mathrm{const}. \tag{27}$$

证明　将(27)式按(19)式对参数 τ 求导，并利用方程(26)，得

$$\begin{aligned}
\frac{\bar{\mathrm{d}}I_\mathrm{M}}{\mathrm{d}\tau} &= \left[\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha}\right]\xi_\alpha + \frac{\partial\tilde{X}^{(1)}}{\partial x'_\alpha}\frac{\bar{\mathrm{d}}\xi_\alpha}{\mathrm{d}\tau} + \frac{\bar{\mathrm{d}}G_\mathrm{M}}{\mathrm{d}\tau} \\
&= \tilde{X}^{(1)}[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] - \xi_\alpha\frac{\partial\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha} \\
&\quad + \frac{\bar{\mathrm{d}}G_\mathrm{M}}{\mathrm{d}\tau} + \xi_\alpha\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha} \\
&= \left[\frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}\frac{\partial\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x'_\alpha} - \frac{\partial\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)}{\partial x_\alpha}\right. \\
&\quad \left. - \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\right]\xi_\alpha \\
&= \{\tilde{\mathrm{E}}_\alpha[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] - \tilde{X}^{(1)}(P_\alpha + \Gamma_\alpha)\}\xi_\alpha,
\end{aligned}$$

将判据方程(24)代入上式，可得

$$\frac{\bar{\mathrm{d}}I_\mathrm{M}}{\mathrm{d}\tau} = 0,$$

证毕.

6. 算 例

在事件空间中,系统的 Lagrange 函数、非势广义力、约束方程以及约束加在虚位移上的限制条件分别为

$$\Lambda = \frac{1}{2}[(x_2')^2 + (x_3')^2 - x_2 + x_3], \tag{28}$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = 0, \tag{29}$$

$$F = x_3' - x_1 x_2' = 0, \tag{30}$$

$$\delta x_2 - \delta x_3 = 0. \tag{31}$$

试研究系统的 Mei 对称性和 Mei 守恒量.

由(9)式可得

$$F_{11}\delta x_1 + F_{12}\delta x_2 + F_{13}\delta x_3 = 0, \tag{32}$$

(32) 式和 (31) 式比较,得

$$F_{11} = 0, F_{12} = 1, F_{13} = -1. \tag{33}$$

利用(33)式,由方程(10)可得

$$\begin{aligned} x_2'' + 1 &= \lambda_1 F_{12} = \lambda_1, \\ x_3'' - 1 &= \lambda_1 F_{13} = -\lambda_1, \end{aligned} \tag{34}$$

由方程(30),(34)和(11)式可得

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \lambda_1 F_{11} = 0, \\ \Gamma_2 &= \lambda_1 F_{12} = \lambda_1 = -\frac{x_1' x_2' - 2}{1 + x_1}, \\ \Gamma_3 &= \lambda_1 F_{13} = -\lambda_1 = \frac{x_1' x_2' - 2}{1 + x_1}. \end{aligned} \tag{35}$$

(35)式代入方程(34),并注意到方程(14),得

$$\begin{aligned} x_2'' &= -\left(1 + \frac{x_1' x_2' - 2}{1 + x_1}\right) = h_1, \\ x_3'' &= 1 + \frac{x_1' x_2' - 2}{1 + x_1} = h_2. \end{aligned} \tag{36}$$

取无限小变换生成元为

$$\xi_1 = 0, \xi_2 = x_2' + x_3', \xi_3 = 0, \tag{37}$$

则可算得

$$\begin{gathered} \frac{\bar{\mathrm{d}}}{\mathrm{d}\tau}\xi_2 = 0, \\ \tilde{X}^{(1)}(\Lambda) = -\frac{1}{2}(x_2' + x_3'), \\ \tilde{\mathrm{E}}_1[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{\mathrm{E}}_2[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = \tilde{\mathrm{E}}_3[\tilde{X}^{(1)}(\Lambda)] = 0, \\ \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_1) = \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_2) = \tilde{X}^{(1)}(\Gamma_3) = 0, \\ \tilde{X}^{(1)}(F) = 0. \end{gathered} \tag{38}$$

利用(38)式容易验证判据方程(24)和限制方程(25)成立.将(33)式和(37)式代入方程(22)可知,附加限制方程(22)不成立,故由判据 2 知,(37)式表述的无限小变换生成元是所求非完整系统的弱 Mei 对称性的无限小变换生成元,因此系统具有弱 Mei 对称性.由结构方程(26)可得

$$G_{\mathrm{M}} = 0. \tag{39}$$

利用(27)式可得系统 Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量为

$$I_{\mathrm{M}} = -\frac{1}{2}(x_2' + x_3') = \mathrm{const}. \tag{40}$$

7. 结 论

本文采用沿系统运动轨道曲线求函数对参量 τ 全导数的方法,给出事件空间中非 Chetaev 型非完整系统 Mei 对称性的定义和判据.还研究了 Mei 守恒量,得到了事件空间中非 Chetaev 型非完整系统由 Mei 对称性直接导致的 Mei 守恒量的条件以及守恒量的形式,主要结论是判据 1、判据 2、判据 3 和命题 1.

从方程(10),(13),(17),(20),(23)和(26)等可看出 如果事件空间中的非势广义力 $P_\alpha = 0$,本文的研究结论则退化为事件空间中非 Chetaev 型非完整保守系统的 Mei 对称性结论 如果事件空间中的广义非完整约束反力 $\Gamma_\alpha = 0$,本文的研究结论则退化为完整非保守系统的 Mei 对称性结论 如果 $P_\alpha = \Gamma_\alpha = 0$,本文的研究结论则退化为完整保守系统的 Mei 对称性结论 如果 $F_{\beta\alpha} = \frac{\partial F_\beta}{\partial x_\alpha'}$,本文的研究结论则退化为事件空间中 Chetaev 型非完整系统的 Mei 对称性结论.因此,本文的研究结论具有普遍意义.

[1] Mei F X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1207 (in Chinese) [梅凤翔 2000 物理学报 **49** 1207]

[2] Mei F X, Shang M 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1901 (in Chinese) [梅凤翔、尚 玫 2000 物理学报 **49** 1901]

[3] QiaoY F, Zhao S H 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 1 (in Chinese) [乔永芬、赵淑红 2001 物理学报 **50** 1]

[4] Li Y C, Zhang Y, Liang J H, Mei F X 2001 *Chin. Phys.* **10** 376

[5] Wang S Y, Mei F X 2002 *Chin. Phys.* **11** 5

[6] Zhang Y 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 461 (in Chinese) [张 毅 2002 物理学报 **51** 461]
[7] Zhang H B 2002 *Chin. Phys.* **11** 765
[8] Xu Z X 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 2423 (in Chinese) [许志新 2002 物理学报 **51** 2423]
[9] Luo S K 2003 *Chin. Phys.* **12** 140
[10] Mei F X 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1048 (in Chinese) [梅凤翔 2003 物理学报 **52** 1048]
[11] Fu J L, Chen L Q 2003 *Chin. Phys.* **12** 695
[12] Chen X W, Li Y M 2003 *Chin. Phys.* **12** 936
[13] Ge W K, Zhang Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2105 (in Chinese) [葛伟宽、张 毅 2003 物理学报 **52** 2105]
[14] Zhang Y, Mei F X 2003 *Chin. Phys.* **12** 1058
[15] Fu J L, Chen L Q 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2664 (in Chinese) [傅景礼、陈立群 2003 物理学报 **52** 2664]
[16] Luo S K 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2941 (in Chinese) [罗绍凯 2003 物理学报 **52** 2941]
[17] Fang J H, Chen P S, Zhang J, Li H 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2945 (in Chinese) [方建会、陈培胜、张 军、李 红 2003 物理学报 **52** 2945]
[18] Luo S K 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 5 (in Chinese) [罗绍凯 2004 物理学报 **53** 5]
[19] Zhang Y 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 331 (in Chinese) [张 毅 2004 物理学报 **53** 331]
[20] Jia L Q, Zheng S W 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3829 (in Chinese) [贾利群、郑世旺 2006 物理学报 **55** 3829]
[21] Zheng S W, Jia L Q, Yu H S 2006 *Chin. Phys.* **15** 1399
[22] Jia L Q, Zhang Y Y, Zheng S W 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 649 (in Chinese) [贾利群、张耀宇、郑世旺 2007 物理学报 **56** 649]
[23] Mei F X 1999 *Applications of Lie Groups and Lie Algebras to Constrained Mechanical Systems* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [梅凤翔 1999 李群和李代数对约束力学系统的应用 (北京 科学出版社)]
[24] Mei F X 2003 *J. Jiangxi Normal Univ.* **27** 1 (in Chinese) [梅凤翔 2003 江西师范大学学报 **27** 1]
[25] Xu X J, Mei F X, Qin M C 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1009 (in Chinese) [许学军、梅凤翔、秦茂昌 2005 物理学报 **54** 1009]

Mei symmetry and Mei conserved quantity of nonholonomic systems of non-Chetaev's type in event space*

Jia Li-Qun[1)†] Zheng Shi-Wang[2)] Zhang Yao-Yu[3)]

1) (*School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China*)

2) (*Department of Physics and Information Engineering, Shangqiu Teachers College, Shangqiu 476000, China*)

3) (*Electric and Information Engineering College, Pingdingshan University, Pingdingshan 467002, China*)

(Received 14 May 2006; revised manuscript received 27 January 2007)

Abstract

This paper studies the Mei symmetry and Mei conserved quantity of non-Chetaev's type in the event space. The differential equations of motion of non-holonomic systems of non-Chetaev's type in event spaces are established. The definition and the criteria of Mei symmetry are given. The condition and the form of Mei conserved quantity are deduced directly from the Mei symmetry. An example is given to illustrate the application of the results.

Keywords: event space, nonholonomic system, Mei symmetry, Mei conserved quantity

PACC: 0320

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10572021, 10372053).

† E-mail: jlq0@sina.com