第 56 卷 第 10 期 2007 年 10 月
1000-3290/2007/56(10)/5655-06

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.56,No.10,October,2007

一个新混沌系统的脉冲控制与同步

罗润梓

(南昌大学数学系,南昌 330031)

(2006 年 12 月 21 日收到;2007 年 2 月 5 日收到修改稿)

考虑黄玮提出的新混沌系统,给出了该系统的脉冲控制与同步的充分条件,并通过仿真实验验证了所给充分条件的正确性.在所给的充分条件中,所选取的矩阵 B 不必是对称矩阵,因此所给条件有更大的实用性.

关键词:混沌系统,控制,同步,脉冲
PACC:0545

1. 引 言

1963 年,Lorenz 发现了第一个三维的混沌自治系统——Lorenz 系统[1].从那时起,混沌就吸引了人们越来越多的目光,研究混沌的人与日俱增,有关混沌的新系统、新理论以及应用的文献也不断涌现.在混沌的反控制研究中 Chen 和 Ueta 发现了一个与之相似但拓扑不等价的三维自治混沌系统——Chen 混沌系统[2]. Lü 等人发现了另一个混沌系统——Lü 系统[3].根据 Vaněček 的分类,上述三种混沌系统属于三种不同的类型.Lorenz 系统满足 $a_{12}a_{21}>0$,Chen 系统满足 $a_{12}a_{21}<0$,Lü 系统满足 $a_{12}a_{21}=0$. 其中 a_{12} 和 a_{21} 为系统的线性部分所对应的常数矩阵 $A=(a_{ij})_{3\times3}$ 的相应元素.我们称 Chen 系统为 Lorenz 系统的对偶系统(dual system),称 Lü 系统为转移系统(transition system),因为它在 Lorenz 系统与 Chen 系统之间架起了一座联系的桥梁.上述三个系统是典型的混沌系统,它们分别属于三种不同的类型,代表三种不同的混沌运动,因此这三个混沌系统成为混沌控制和同步研究中经常采用的研究模型,得到了人们的广泛关注[4—13].

2005 年,黄玮[14]提出了一个含有三个参数的新混沌系统,此系统由以下微分方程描述:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \theta_1(x_2-x_1),\\ \dot{x}_2 &= -x_1x_3+f_1(\theta_1,\theta_2)x_1+f_2(\theta_1,\theta_2)x_2,\\ \dot{x}_3 &= x_1x_2-\theta_3x_3,\end{aligned}\qquad(1)$$

其中 $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ 是正的系统参数,$f_1(\theta_1,\theta_2)$,$f_2(\theta_1,\theta_2)$是 θ_1,θ_2 的线性函数. 当 $f_1(\theta_1,\theta_2)=\theta_2$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=-1$ 时,系统(1)为 Lorenz 系统;当 $f_1(\theta_1,\theta_2)=\theta_2-\theta_1$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=\theta_2$ 时,系统(1)为 Chen 系统;当 $f_1(\theta_1,\theta_2)=0$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=\theta_2$ 时,系统(1)为 Lü 系统.

图 1 和图 2 分别是当 $\theta_1=35$,$\theta_3=3$,$f_1(\theta_1,\theta_2)=-7$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=20$ 和 $\theta_1=35$,$\theta_3=5$,$f_1(\theta_1,\theta_2)=-7$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=20$ 时系统(1)的相图.

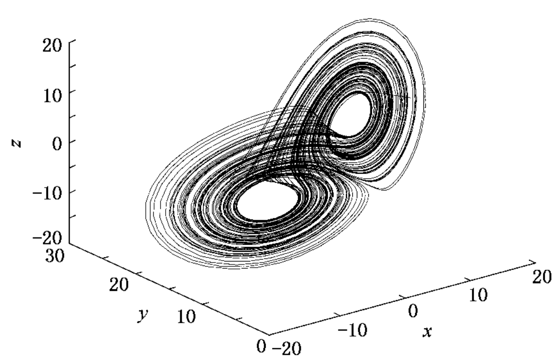

图 1 在 $\theta_1=35$,$\theta_3=3$,$f_1(\theta_1,\theta_2)=-7$,$f_2(\theta_1,\theta_2)=20$ 时系统(1)的相图

近年来,非线性动力系统中混沌控制的研究受到了极大的关注,国内外对于各种经典混沌系统的控制与同步问题做了各种各样的研究工作.由于系统(1)包含了三个经典的混沌系统,因此对该系统控制与同步研究有着重要的理论与应用价值.

自从 Pecora 和 Carroll 提出驱动–响应同步方法[15],线性和非线性反馈控制[16—18]、自适应控制[19—21]、主动控制[22]、脉冲控制[23,24]、模糊控制[25,26]等多种不同方法都被成功地应用于混沌系统的控制与同步当中.脉冲控制方法具有控制所需能量少,控

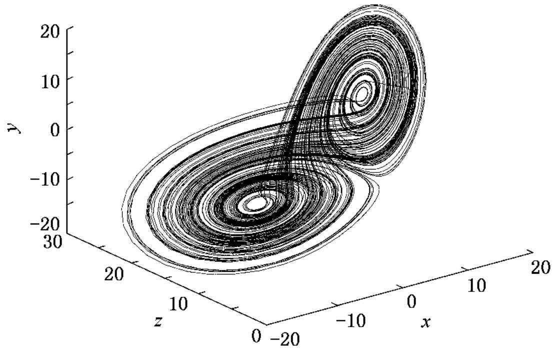

图 2 在 $\theta_1=35,\theta_3=5,f_1(\theta_1,\theta_2)=-7,f_2(\theta_1,\theta_2)=20$ 时系统(1)的相图

制响应速度快,且有较强的抗干扰能力和鲁棒性等特点.本文将运用脉冲控制方法研究新混沌系统的混沌控制与同步.

2. 脉冲微分方程的基本理论

脉冲微分系统可以描述如下:

$$\begin{aligned}&\dot X=f(t,X(t)),\quad t\neq\tau_i,\\&\Delta X(t)\triangleq X(t^+)-X(t^-)=U_i(X),\\&t=\tau_i,\ i=1,2,\cdots,\end{aligned}\tag{2}$$

其中,$X\in R^n$ 是状态变量,$f:R_+\times R^n\to R^n$ 连续;$U_i:R^n\to R^n$ 连续;$0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_i<\tau_{i+1}<\cdots$,当 $i\to\infty$ 时 $\tau_i\to\infty$.

为了得到系统(2)稳定的充分条件,需要用到以下定义和定理.

定义 1 设 $V:R_+\times R^n\to R_+$,如果满足以下条件:

1) V 在 $(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^n$ 上连续,且对每个 $X\in R^n$,$i=1,2,\cdots$,$\lim_{(t,Y)\to(\tau_i^+,X)}V(t,Y)=V(\tau_i^+,X)$ 存在;

2) V 在 X 是局部 Lipschitz 的.则称 V 属于 V_0 类.

定义 2 对 $(t,X)\in(\tau_{i-1},\tau_i]\times R^n$,我们定义

$$D^+V(t,X)=\lim_{h\to0}\sup\frac{1}{h}[V(t+h,\ X+hf(t,X))-V(t,X)].$$

下面介绍在脉冲微分系统的稳定性分析中起着重要作用的比较系统.

定义 3 设 $V\in V_0$,对 $(t,X)\in(\tau_{k-1},\tau_i]\in R^n$,若

$$\begin{aligned}&D^+X(t,X)\leqslant g(t,V(t,X)),\quad t\neq\tau_i,\\&V(t,X+U_i(X))\leqslant\Psi_i(V(t,X)),\quad t=\tau_i,\end{aligned}$$

其中 $g:R_+\times R_+\to R$ 连续,$\Psi_i:R_+\to R_+$ 非降,则下列系统

$$\begin{aligned}&\dot\omega=g(t,\omega),\quad t\neq\tau_i\\&\omega(\tau_i^+)=\Psi_i(\omega(\tau_i)),\quad i=1,2,\cdots,\\&\omega(t_0^+)=\omega_0\geqslant0,\end{aligned}\tag{3}$$

称作系统(2)的比较系统.

定义 4 如果 $\alpha\in C[R_+,R_+]$,$\alpha(0)=0$ 且函数 $\alpha(X)$ 严格单调递增,则称函数 $\alpha(X)$ 属于 $\mathscr{N}$ 类.

下面给出几个定理,这些定理在后面的证明过程中要用到.

定理 1[11] 假设以下三个条件被满足:

1) $V:R_+\times R^n\to R_+$,$V\in V_0$,$K(t)D^+V(t,X)+D^+K(t)V(t,X)\leqslant g(t,K(t)V(t,X))$,$t\neq\tau_k$,这里 g 是 $X\in R^n$ 在 $(\tau_{k-1},\tau_k]\times R^n$ 上的连续函数,$k=1,2,\cdots$,且 $\lim_{(t,Y)\to(\tau_k^+,X)}g(t,Y)=g(\tau_k^+,X)$ 存在,$K(t)\geqslant m>0$,$\lim_{t\to\tau_k^-}K(t)=K(\tau_k)$,$\lim_{t\to\tau_k^+}K(t)$ 存在,$k=1,2,\cdots$,$D^+K(t)=\lim_{h\to0^+}\sup\frac{1}{h}[K(t+h)-K(t)]$;

2) $K(\tau_k+0)V(\tau_k+0,X+U(k,X))\leqslant\Psi_k(K(\tau_k)V(\tau_k,X))$,$k=1,2,\cdots$;

3) $V(t,0)=0$,$\alpha(\|X\|)\leqslant V(t,X)$,$\alpha(X)\in\mathscr{N}$,

则比较系统(3)的平凡解的全局稳定性蕴含着系统(2)的平凡解的对应稳定性.

定理 2[11] 设 $g(t,\omega)=\dot\lambda(t)\omega$,$\lambda\in C^1[R_+,R_+]$,$\Psi_k(\omega)=d_k\omega$,$d_k\geqslant0$,$\forall k$,则当定理 1 成立且下列条件满足时,系统(2)的平凡解是全局渐近稳定的:

1) $\lambda(t)$ 是单调不减函数,$\lim_{t\to\tau_k^-}\lambda(t)=\lambda(\tau_k)$,$\lim_{t\to\tau_k^+}\lambda(t)=\lambda(\tau_k^+)$ 存在,对所有的 $k=1,2,\cdots$,成立;

2) $\sup_k\{d_k\exp(\lambda(\tau_{k+1})-\lambda(\tau_k^+))\}=\varepsilon_0<\infty$;

3) 存在 $r>1$ 使得 $\lambda(\tau_{2k+3})+\lambda(\tau_{2k+2})+\ln(rd_{2k+2}d_{2k+1})\leqslant\lambda(\tau_{2k+2}^+)+\lambda(\tau_{2k+1}^+)$ 成立,对所有的 $d_{2k+2}d_{2k+1}$,$k=1,2,\cdots$;或者存在 $r>1$ 使得 $\lambda(\tau_{k+1})+\ln(rd_k)\leqslant\lambda(\tau_k^+)$ 对所有的 k 成立;

4) $V(t,0)=0$,且存在 $\alpha(\cdot)\in\mathscr{N}$ 使得 $\alpha(\|X\|)\leqslant V(t,X)$ 成立,这里 $\|\cdot\|$ 表示 R^n 上的欧

几里德范数.

3. 新混沌系统的脉冲控制

设系统(1)为

$$\dot{X} = \boldsymbol{A}X + \Phi(X), \tag{4}$$

其中

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -\theta_1 & \theta_1 & 0 \\ f_1(\theta_1,\theta_2) & f_2(\theta_1,\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & -\theta_3 \end{pmatrix},$$

$$\Phi(X) = \begin{pmatrix} 0 \\ -X_1X_3 \\ X_1X_2 \end{pmatrix},$$

则其相应的控制系统为

$$\begin{aligned} &\dot{X} = \boldsymbol{A}X + \Phi(X), \quad t \neq \tau_i, \\ &\Delta X(t)|_{t=\tau_i} = U_i(X) = \boldsymbol{B}X, \\ &t = \tau_i, i = 1,2,\cdots, \end{aligned} \tag{5}$$

且满足如下条件：

$$\Delta_1 = \sup_i \{\tau_{2i+1} - \tau_{2i}\} < \infty, \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\Delta_2 = \sup_i \{\tau_{2i} - \tau_{2i-1}\} < \infty, \\ &\tau_{2i+1} - \tau_{2i} < \varepsilon(\tau_{2i} - \tau_{2i-1}), \end{aligned} \tag{7}$$

这里 ε 是一个给定的常数.

由于混沌系统(1)存在正整数 $M_i (i=1,2,3)$ 使得 $|X_i(t)| \leqslant M_i$ 对所有的 t 成立,因此有如下定理：

定理 3　设 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵,$\boldsymbol{P}$ 是 n 阶正定矩阵,λ_1,λ_2 分别是 $\boldsymbol{P}$ 的最小和最大特征值.令 $\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{PA} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}$,其中 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵,q 是 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{Q}$ 的最大特征值,d 是 $\boldsymbol{P}^{-1}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})$ 的最大特征值,若存在 $\xi > 1$ 和在 $t \neq \tau_i$ 处可微的不增函数 $K(t) \geqslant m > 0$ 满足

$$-\frac{D^+K(t)}{K(t)} \leqslant q + r \leqslant \frac{1}{(1+\varepsilon)\Delta_2} \times \ln\frac{K(\tau_{2i}^+)K(\tau_{2i-1}^+)}{K(\tau_{2i+1})K(\tau_{2i})\xi d^2}, \tag{8}$$

或者

$$-\frac{D^+K(t)}{K(t)} \leqslant q + r \leqslant \frac{1}{\max\{\Delta_1,\Delta_2\}} \times \ln\frac{K(\tau_i^+)}{K(\tau_{i+1})\xi d}, \tag{9}$$

这里

$$r = \begin{cases} 2\sqrt{\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}}\max\{M_1,M_2,M_3\}, & \boldsymbol{P} \neq \boldsymbol{I}, \\ 0, & \boldsymbol{P} = \boldsymbol{I}. \end{cases} \tag{10}$$

则系统(6)的原点是渐近稳定的：

证明　设 $V(t,X) = X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X$.

当 $t \neq \tau_i$ 时,分两种情况讨论：

1)若 $\boldsymbol{P} \neq \boldsymbol{I}$,则可得

$$\begin{aligned} &K(t)D^+V(t,X) + D^+K(t)V(t,X) \\ &= K(t)[X^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P} + \boldsymbol{PA})X + X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\Phi(X) \\ &\quad + \Phi^{\mathrm{T}}(X)\boldsymbol{P}X] + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &= K(t)[X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PP}^{-1}\boldsymbol{Q}X + X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\Phi(X) \\ &\quad + \Phi^{\mathrm{T}}(X)\boldsymbol{P}X] + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &\leqslant K(t)[qV(t,X) + 2\sqrt{X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X}\sqrt{\Phi^{\mathrm{T}}(X)\boldsymbol{P}\Phi(X)}] \\ &\quad + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &\leqslant K(t)[qV(t,X) + 2\sqrt{\lambda_2}\sqrt{X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X}\sqrt{\Phi^{\mathrm{T}}(X)\Phi(X)}] \\ &\quad + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &\leqslant K(t)[qV(t,X) + 2\sqrt{\lambda_2}\max\{M_1,M_2,M_3\} \\ &\quad \times \sqrt{X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X}\sqrt{X^{\mathrm{T}}X}] + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &\leqslant K(t)[qV(t,X) + 2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}\max\{M_1,M_2,M_3\} \\ &\quad \times \sqrt{X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X}\sqrt{X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}X}] + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &= \left[q + 2\sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}}\max\{M_1,M_2,M_3\}\right. \\ &\quad \left. + \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\right]K(t)V(t,X). \end{aligned}$$

2)若 $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{I}$,则可得

$$\begin{aligned} &K(t)D^+V(t,X) + D^+K(t)V(t,X) \\ &= K(t)[X^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A})X + X^{\mathrm{T}}\Phi(X) \\ &\quad + \Phi^{\mathrm{T}}(X)X] + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &= K(t)X^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}X + \dot{K}(t)V(t,X) \\ &\leqslant \left(q + \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\right)K(t)V(t,X). \end{aligned}$$

当 $t = \tau_i$ 时, 可得

$$\begin{aligned} &K(\tau_i + 0)V(\tau_i + 0, X + \boldsymbol{B}X) \\ &\leqslant K(\tau_i)(X + \boldsymbol{B}X)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(X + \boldsymbol{B}X) \\ &= K(\tau_i)X^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{B})X \\ &\leqslant dK(\tau_i)V(\tau_i, X). \end{aligned}$$

因此,可以得到下面的比较系统：

$$\dot{\omega}(t) = \left(q + r + \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\right)\omega(t), \quad t \neq \tau_i,$$

$$\omega(\tau_i^+) = d\omega(\tau_i),$$

$$\omega(t_0^+) = \omega_0 \geqslant 0,$$

下面考虑定理 2 的三个条件.条件 1)是显然成立的.由

$$\sup_i \{d_i \exp(\lambda(\tau_{i+1}) - \lambda(\tau_i^+))\}$$

$$= \sup_i \left\{ d\exp\left[(q + r)(\tau_{i+1} - \tau_i) + \ln \frac{K(\tau_{i+1})}{K(\tau_i^+)} \right] \right\}$$

$$\leqslant d\exp(q + r)(\max\{\Delta_1, \Delta_2\}) < \infty$$

可知定理 2 的条件 2)满足.再由

$$\lambda(\tau_{2i+1}) + \lambda(\tau_{2i}) - \lambda(\tau_{2i}^+) - \lambda(\tau_{2i-1}^+)$$

$$= (q + r)(\tau_{2i+1} - \tau_{2i} + \tau_{2i} - \tau_{2i-1})$$

$$+ \ln \frac{K(\tau_{2i+1})}{K(\tau_{2i}^+)} + \ln \frac{K(\tau_{2i})}{K(\tau_{2i-1}^+)}$$

$$\leqslant (q + r)(\Delta_1 + \Delta_2) + \ln \frac{K(\tau_{2i+1})}{K(\tau_{2i}^+)}$$

$$+ \ln \frac{K(\tau_{2i})}{K(\tau_{2i-1}^+)}$$

$$\leqslant (q + r)(1 + \varepsilon)\Delta_2 + \ln \frac{K(\tau_{2i+1})}{K(\tau_{2i}^+)}$$

$$+ \ln \frac{K(\tau_{2i})}{K(\tau_{2i-1}^+)} \leqslant - \ln(\xi d^2),$$

或者

$$(q + r)(\tau_{i+1} - \tau_i) + \ln \frac{K(\tau_{i+1})}{K(\tau_i^+)}$$

$$\leqslant (q + r)\max\{\Delta_1, \Delta_2\} + \ln \frac{K(\tau_{i+1})}{K(\tau_i^+)}$$

$$\leqslant - \ln(\xi d),$$

知定理 2 的条件 3)也满足,从而由定理 2 可知控制系统的原点是渐近稳定的.

4. 新混沌系统的脉冲同步

在本节中,我们讨论新混沌系统的脉冲同步.在脉冲同步构型中,驱动系统由(4)式给出,被驱动系统为

$$\dot{\tilde{X}} = \boldsymbol{A}\tilde{X} + \Phi(\tilde{X}), \tag{11}$$

其中 $\tilde{X} = (\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3)^{\mathrm{T}}$ 是被驱动系统的状态变量.在离散时刻 $\tau_i, i = 1,2,\cdots$,驱动系统的状态变量被传送到被驱动系统,因此被驱动系统的状态变量会经历一个瞬时的跳跃.被驱动系统的微分方程可以描绘如下:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = A\tilde{X} + \Phi(\tilde{X}), & t \neq \tau_i, \\ \Delta\tilde{X}\,|_{t=\tau_i} = -\boldsymbol{B}e, & t = \tau_i, i = 1,2,\cdots, \end{cases} \tag{12}$$

这里 $\tau_i (i = 1,2,\cdots)$满足(6)和(7)式,$e^{\mathrm{T}} = (e_1, e_2, e_3) = (X_1 - \tilde{X}_1, X_2 - \tilde{X}_2, X_3 - \tilde{X}_3)$是同步误差.若设

$$\Psi(X, \tilde{X}) = \Phi(X) - \Phi(\tilde{X}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -X_1X_3 + \tilde{X}_1\tilde{X}_3 \\ X_1X_2 - \tilde{X}_1\tilde{X}_2 \end{pmatrix}, \tag{13}$$

则脉冲同步的误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e} = \boldsymbol{A}e + \Psi(X, \tilde{X}), & t \neq \tau_i, \\ \Delta e\,|_{t=\tau_i} = U_i(e) = \boldsymbol{B}e, & t = \tau_i, i = 1,2,\cdots. \end{cases} \tag{14}$$

下面给出定理 4,定理 4 保证了脉冲同步是渐近稳定的.

定理 4 设 q 是矩阵 $\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 的最大特征值,d 是矩阵$(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I} + \boldsymbol{B})$的最大特征值,则由(14)式给出的两个混沌系统的脉冲同步是渐近稳定的,如果存在 $\xi > 1$ 和在 $t \neq \tau_i$ 处可微的不增函数 $K(t) \geqslant m > 0$ 满足

$$-\frac{D^+ K(t)}{K(t)} \leqslant q + 2\max\{M_2, M_3\}$$

$$\leqslant \frac{1}{(1 + \varepsilon)\Delta_2} \ln \frac{K(\tau_{2i}^+)K(\tau_{2i-1}^+)}{K(\tau_{2i+1})K(\tau_{2i})\xi d^2},$$

或者

$$-\frac{D^+ K(t)}{K(t)} \leqslant q + 2\max\{M_2, M_3\}$$

$$\leqslant \frac{1}{\max\{\Delta_1, \Delta_2\}} \ln \frac{K(\tau_i^+)}{K(\tau_{i+1})\xi d}.$$

证明 设 $V(t, e) = e^{\mathrm{T}}e$,则

1)当 $t \neq \tau_i$ 时,可得

$$K(t)D^+ V(t, X) + D^+ K(t)V(t, X)$$

$$= K(t)[e^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A})e + e^{\mathrm{T}}\Psi(X) + \Psi^{\mathrm{T}}(X)e]$$

$$+ \dot{K}(t)V(t, X)$$

$$\leqslant K(t)\Bigg[qe^{\mathrm{T}}e + 2(e_1, e_2, e_3)$$

$$\times \begin{pmatrix} 0 \\ -X_1X_3 + \tilde{X}_1\tilde{X}_3 \\ X_1X_2 - \tilde{X}_1\tilde{X}_2 \end{pmatrix}\Bigg] + \dot{K}(t)V(t, X)$$

$$= K(t)[qe^{\mathrm{T}}e + 2(e_1e_3X_2 - e_1e_2X_3)] + \dot{K}(t)V(t,X)$$
$$\leqslant K(t)[qe^{\mathrm{T}}e + 2\max\{M_2,M_3\}e^{\mathrm{T}}e] + \dot{K}(t)V(t,X)$$
$$= \left[q + 2\max\{M_2,M_3\} + \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\right] \times K(t)V(t,X)$$

2)当 $t=\tau_i$ 时,可得

$$K(\tau_i+0)V(\tau_i+0,X+\boldsymbol{B}X)$$
$$\leqslant K(\tau_i)(X+\boldsymbol{B}X)^{\mathrm{T}}(X+\boldsymbol{B}X)$$
$$= K(\tau_i)X^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{B})X$$
$$\leqslant dK(\tau_i)V(\tau_i,X).$$

由此可得比较系统：

$$\dot{\omega}(t) = \left(q + 2\max\{M_2,M_3\} + \frac{\dot{K}(t)}{K(t)}\right)\omega(t),\quad t\neq\tau_i,$$
$$\omega(\tau_i^+) = d\omega(\tau_i),$$
$$\omega(t_0^+) = \omega_0 \geqslant 0,$$

类似于定理 3,可以证明系统(14)的原点是渐近稳定的,这里从略.

5. 数值仿真

为了验证定理 3,4 的正确性我们在本节对新混沌系统脉冲控制与同步进行数值模拟.在本节的所有数值模拟实验中,我们用 4 阶的 Runge-Kutta 方法解微分方程，步长均为 0.001.

5.1. 新混沌系统的脉冲控制

设 $\theta_1=35,\theta_3=5,f_1(\theta_1,\theta_2)=-7,f_2(\theta_1,\theta_2)=20$,由 1 节知此时系统是混沌的.由于

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -\theta_1 & \theta_1 & 0 \\ f_1(\theta_1,\theta_2) & f_2(\theta_1,\theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & -\theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35 & 35 & 0 \\ -7 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -70 & 28 & 0 \\ 28 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix},$$

易知矩阵 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{A}$ 的最大的特征值为 46.7171. 令定理 3 中矩阵 $\boldsymbol{P}$ 为单位矩阵，矩阵 $\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}(-0.78,-0.78,-0.78)$,则 q 为 46.7171，d 为 0.0484. 再假设函数 $K(t)$为 $1+e^{-t}$,显然 $K(t)$是可微的不增函数,且 $K(t)\geqslant 1>0$. 如果令 $\tau=\Delta_1=\Delta_2=\cdots=\Delta_i=\cdots=0.015$，则易知定理 3 中的条件不等式(9)满足，从而由定理 3 知系统(5)的原点是渐近稳定的.图 3 是脉冲控制图,其初始点为(3,4,5).

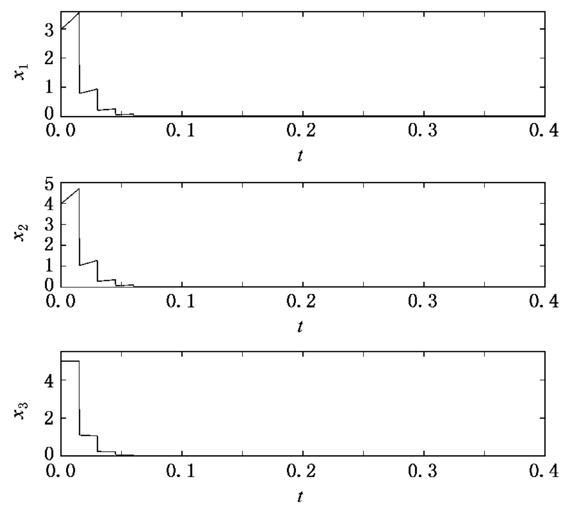

图 3　$\tau=0.015$ 时新混沌系统的脉冲控制图

5.2. 新混沌系统的脉冲同步

同样取 $\theta_1=35$，$f_1(\theta_1,\theta_2)=-7,f_2(\theta_1,\theta_2)=20,\theta_3=5$. 设 $K(t)=1+e^{-t}$，$\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}(-0.78,-0.78,-0.78)$，则 q 为 46.7171，d 为 0.0484.由数值模拟知 $M_2,M_3\leqslant 24$,如果我们令 $\tau=\Delta_1=\Delta_2=\cdots=\Delta_i=\cdots=0.020$，则易知定理 4 中的条件满足，从而

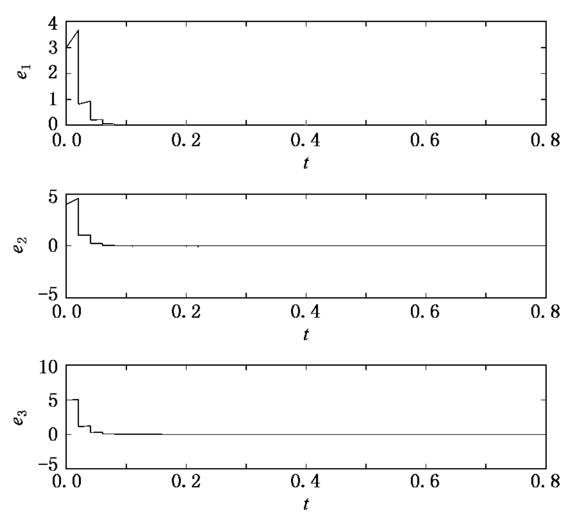

图 4　$\tau=0.020$ 时新混沌系统的同步误差图

由定理4知由(14)式给出的两个混沌系统的脉冲同步是渐近稳定的.图4给出了两个系统的同步误差图,其中系统(4)为驱动系统,初始点为(4,6,8);系统(12)为被驱动系统,初始点为(1,2,3).

为了方便起见,在本节的模拟实验中我们给出的矩阵 B 是对称矩阵.其实定理3,定理4对矩阵 B 是否对称并未作要求,因此矩阵 B 可以是非对称矩阵.

6. 结　论

系统(1)是一种新型混沌系统,有关该系统的研究还是一个开放问题.本文给出了该系统脉冲控制与同步的充分条件,并通过仿真实验验证了所给充分条件的正确性.在所给的充分条件中,我们所选取的矩阵 B 不必是对称矩阵,因此所给条件有更大的实用性.

[1] Lorenz E N 1963 *J. Atmos. Sci.* **20** 130
[2] Chen G R, Veta T 1999 *Int. J. Bifurcation Chaos* **9** 1465
[3] Lü J H, Chen G R 2002 *Int. J. Bifurcation Chaos* **12** 659
[4] Agiza H N, Yassen M T 2001 *Phys. Lett.* A **278** 191
[5] Lü J H, Zhang S C 2001 *Phys. Lett.* A **286** 148
[6] Lü J H, Zhou T S, Chen G R, Zhang S 2002 *Int. J. Bifurcation Chaos* **12** 2257
[7] Lü J H, Zhou T S, Zhang S C 2002 *Solitons Fractals* **14** 529
[8] Lü J H, Chen G R, Zhang S C 2002 *Solitons Fractals* **14** 669
[9] Sun J T, Zhang Y P, Wu Q D 2002 *Phys. Lett.* A **298** 153
[10] Ueta T, Chen G R 2000 *Int. J. Bifurcation Chaos* **10** 1917
[11] Xie W X, Wen C Y, Li Z G 2000 *Phys. Lett.* A **275** 67
[12] Yang T, Yang L B, Yang C M 1997 *Phys. Lett.* A **226** 349
[13] Yu Y G, Zhang S C 2003 *Solitons Fractals* **15** 897
[14] Huang W 2005 *Doctorial Dissertation* (Shengyang: Northeastern University) (in Chinese) [黄 玮 2005 博士学位论文 (沈阳: 东北大学)]
[15] Pecora L M, Carroll T L 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 821
[16] Tao C H, Lu J A, Lü J H 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1497 (in Chinese) [陶朝海、陆君安、吕金虎 2002 物理学报 **51** 1497]
[17] Tan W, Wang Y N, Zeng Z F, Huang D, Zhou S W 2004 *Chin. Phys.* **13** 459
[18] Guan X P, He Y H, Wu J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2718 (in Chinese) [关新平、何宴辉、邬 晶 2003 物理学报 **52** 2718]
[19] Tao C H, Lu J A 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 281 (in Chinese) [陶朝海、陆君安 2003 物理学报 **52** 281]
[20] Li G H, Xu D M, Zhou S P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 379 (in Chinese) [李国辉、徐得名、周世平 2004 物理学报 **53** 379]
[21] Zhang J, Xu H B, Wang H J 2006 *Chin. Phys.* **15** 953
[22] Ho M C, Hung Y C 2002 *Phys. Lett.* A **301** 424
[23] Gong L H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3502 (in Chinese) [龚礼华 2005 物理学报 **54** 3502]
[24] Li Y, Liao X F, Li C D, Chen G 2006 *Chin. Phys.* **15** 2890
[25] Yue D, Jun Y 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 292 (in Chinese) [岳东、Jun Y 2003 物理学报 **52** 292]
[26] Wang Y N, Tan W, Duan F 2006 *Chin. Phys.* **15** 0089

Impulsive control and synchronization of a new chaotic system

Luo Run-Zi
(*Department of Mathematics, Nanchang University, Nanchang* 330031, *China*)

(Received 21 December 2006; revised manuscript received 5 February 2007)

Abstract

In this paper we discuss the new chaotic system proposed by Huang Wei. We give the sufficient conditions for the stabilization and synchronization of this new chaotic system via impulsive control. For these sufficient conditions that $\boldsymbol{B}$ is not necessarily symmetric. Thus, our results can be used for a wider class of nonlinear systems. Simulation results are provided to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: chaotic system, control, synchronization, impulsive
PACC: 0545