

# 超导邻近效应在正常金属层中引起的 反常小能隙现象<sup>\*</sup>

郁华玲<sup>†</sup>

(淮阴师范学院物理与电子学系, 淮安 223001)

(2006 年 12 月 2 日收到, 2007 年 2 月 1 日收到修改稿)

将散射矩阵方法推广到超导双结系统, 对正常金属/正常金属/超导结的隧道电导进行了研究. 中间正常金属层中的电子和其 Andreev 反射空穴之间的相位相干性导致了隧道电导出现反常小能隙现象. 综合考虑相干和顺序隧穿, 计算结果理想的解释了最近 Gupta 等人在实验中观测到的反常小能隙现象.

关键词: 超导邻近效应, Andreev 反射, 相干隧穿, 顺序隧穿

PACC: 7450, 7455

## 1. 引 言

当正常金属(N)附着在超导体(S)上时, 由于邻近效应的作用, 在正常金属一侧界面附近出现一些类似超导的特征<sup>[1]</sup>. 正常金属一侧距离界面一定范围内的局域态密度(LDOS)会改变. 在大块超导体中对势  $\Delta$  导致单粒子波谱出现能隙, 这一点很容易从测量态密度得到验证. 超导邻近效应可以在对势  $\Delta = 0$  的正常金属一侧引起像有能隙一样的波谱, 这一现象长期以来吸引了很多实验工作者<sup>[2-9]</sup>和理论工作者<sup>[10-21]</sup>.

N/S 结构中的局域态密度对其结构的几何尺寸有依赖性, 特别敏感于正常金属层的厚度. 准经典邻近效应理论指出<sup>[11]</sup>在薄的正常金属层中局域态密度有一充分展开的小能隙, 也就是说, 在费米面  $E_F$  附近的一个能量窗口内态密度为零. 而对于正常金属层比较厚的情况, 局域态密度呈现为一个赝能隙. 对超导结隧道谱的研究是探寻超导特征的一个重要方法<sup>[22-26]</sup>, 测量 N/I/N/S 结构的隧道谱<sup>[2]</sup>或者利用低温扫描隧道显微镜方法(STM)<sup>[3-7]</sup>都可以得到 N/S 结构中的态密度, 这里 I 代表绝缘层. 起先的测量主要是关注赝能隙范围, 即正常金属比较厚的情况, 这种情况下, 充分展开的小能隙很难被发现. 在实验

中为了得到理想的小能隙, 要求要有充分低的温度和足够薄的正常金属层. Moussy 等人<sup>[7]</sup>在极低温 60 mK 的实验情况下, 用扫描隧道显微镜方法在附在 Nb 上的 20 nm 薄 Au 层中观察到了充分展开的小能隙. 最近, 在同样的实验条件下, Gupta 等人<sup>[27]</sup>在 Au-Nb 双层结构中也观察到了理想的小能隙, 其中用到的最薄的 Au 层厚度是  $d_{Au} = 10$  nm. 当 Au 层厚度是  $d_{Au} = 30$  nm 时, 费米面附近出现了非零的局域态密度并且随着 Au 厚度的增加而逐渐增大, 除此而外还观察到了反常的小能隙宽度. Gupta 等人<sup>[27]</sup>指出在比较干净的样品中发现的这些新的特征不能够被建立在杂质极限上的准经典理论所解释.

邻近效应的本质原因是 Cooper 对从超导一侧扩散或漏到正常金属一侧, 从而在正常金属一侧引起一些类似超导的特征<sup>[1]</sup>. 正常金属一侧由邻近效应引起的超导序参量随着离界面距离的增加而呈指数衰减. 既然它的特征衰减长度通常情况下等于其相干长度  $\xi$ , 那么在解释正常金属中的波谱出现小能隙和赝能隙的现象时呈现了困难. 尤其是在 Au-Nb 的双层结构实验中<sup>[27]</sup>, 即使当 Au 的厚度远比相干长度  $\xi$  大时反常的小能隙现象依然存在. 大家都知道, Andreev 反射<sup>[28]</sup>过程在邻近效应中扮演着非常重要的角色, 在这个过程中, 正常金属一侧入射到 N/S 界面上的电子沿时间反演路径反射回来一个

<sup>\*</sup> 淮阴师范学院青年优秀人才支持计划资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: hlyu7505@yahoo.com.cn

空穴.本文提出邻近效应的微观机理是由于正常金属中费米面附近的电子和其相应 Andreev 反射的空穴之间量子干涉的结果.设  $k_e$  和  $k_h$  分别表示金属层中入射电子和 Andreev 反射空穴垂直于界面的波矢分量,则有  $k_e - k_h = 2E/\hbar v_F$ ,这里  $v_F$  为费米速度, $E$  为电子相对于费米面的能量.事实上,正常金属中这样的波矢之差来源于超导中的  $k_e^s - k_h^s = 2\Omega/\hbar v_F^s$ ,这里  $k_e^s$  和  $k_h^s$  分别表示超导一侧电子型准粒子(ELQ)和空穴型准粒子(HLQ)垂直于界面的波矢, $\Omega = \sqrt{E^2 - \Delta_0^2}$ , $v_F^s$  是超导中的费米速度, $\Delta_0$  是超导体零温时的能隙,这样,正常金属中的电子和与它相对应的空穴有和超导中相似的相位关系.唯一的不同是正常金属中不存在  $\Delta_0$ ,通过这样的相位关系它们被相干的关联着.它们之间的量子干涉导致了正常金属一侧的局域态密度出现了小能隙.

考虑 N/I/N/I/S 结构,两个结中间的薄正常金属层是典型的介观导体,左边的正常金属作为测量电极,其模型和实验样品一致.正常金属层中存在这样的散射过程,部分电子(空穴)相干的传输,剩下的部分受到散射并且有效地从相干流中漏出.中间层的传输是介于干净和杂质极限之间的,所以对于相干隧穿和顺序隧穿我们都要考虑.在这个工作中,把金属双结系统的散射矩阵( $S$ -矩阵)方法<sup>[29]</sup>推广到有超导存在的 N/I/N/I/S 双结系统,同时考虑相干隧穿和顺序隧穿.由于考虑超导体中的电子型准粒子(ELQ)和空穴型准粒子(HLQ),原来  $2 \times 2$  的  $S$ -矩阵就必须要用  $4 \times 4$  的  $S$ -矩阵来代替.所得到的隧穿电导是中间正常金属薄层厚度  $L$  的函数.它的表达形式由两个独立的单结的反射和透射系数给出. N/I/S 结中的各个反射透射系数可以用 BdG 方程<sup>[30]</sup>和由 Blonder, Tinkham 和 Klapwijk(BTK)<sup>[31]</sup>发展的理论来求得.从计算结果可以得到,完全的相干隧穿导致了局域态密度呈现一个充分打开的小能隙,并且小能隙的宽度随着正常金属层的厚度增加而减小;顺序隧穿部分使小能隙的峰值降低而使介于小能隙内的局域态密度抬高.这样也就是说,在正常金属中类似能隙结构的幅度随着厚度的增加而衰减,它伴随着电子和空穴波函数之间的退相位.这样一个打破相位相干性的散射的出现给在实验中普遍发现的小能隙内非零局域态密度的现象做出了解释,当然正常金属层超薄的外<sup>[7, 27]</sup>.其计算结果可以重现 Gupta 等人<sup>[27]</sup>在实验中所观察到的局域态密度中

反常小能隙现象.

## 2. 相干隧穿理论

对于流通过 N/I/N/I/S 双结的情况,首先认为准粒子在中间正常金属层中的隧穿是完全相干的情况.把用于 N/I/N/I/N 结构的散射矩阵方法<sup>[29]</sup>推广到目前这个包含有超导材料的双结系统.既然在超导体内有电子型和空穴型两类准粒子,那么  $2 \times 2$  的  $S$ -矩阵必须要推广为  $4 \times 4$  的矩阵.如图 1 所示,其中  $L$  表示中间正常金属层的厚度,先来考虑右边的 N/S 结,图中的  $a_2$  和  $b'_3$ ( $d_2$  和  $c'_3$ )分别代表从两边入射的电子型准粒子(空穴型准粒子)的波幅, $b_2$  和  $a'_3$ ( $c_2$  和  $d'_3$ )分别代表从两边出来的电子型准粒子(空穴型准粒子)的波幅.它们通过下面的  $S$ -矩阵关系相联系,即

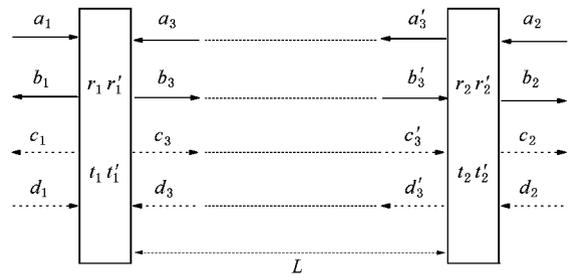


图 1 顺序放置的两个单结,要找到这两个单结组合成双结后的总散射矩阵

$$\begin{pmatrix} a'_3 \\ d'_3 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ee2} & r_{he2} & t'_{ee2} & t'_{he2} \\ r_{eh2} & r_{hh2} & t'_{eh2} & t'_{hh2} \\ t_{ee2} & t_{he2} & r'_{ee2} & r'_{he2} \\ t_{eh2} & t_{hh2} & r'_{eh2} & r'_{hh2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b'_3 \\ c'_3 \\ a_2 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

这里矩阵元的下标 2 代表的是右边的第二个结.对于一个电子型准粒子从左边(右边)入射到结的界面上, $r_{ee2}$ ( $r'_{ee2}$ )是正常反射的幅度, $r_{eh2}$ ( $r'_{eh2}$ )是 Andreev 反射的幅度, $t_{ee2}$ ( $t'_{ee2}$ )是正常透射的幅度, $t_{eh2}$ ( $t'_{eh2}$ )是电子型准粒子和空穴型准粒子之间交叉透射的幅度.对于一个空穴型准粒子从左边(右边)入射到结的界面上, $r_{hh2}$ ( $r'_{hh2}$ ), $r_{he2}$ ( $r'_{he2}$ ), $t_{hh2}$ ( $t'_{hh2}$ )和  $t_{he2}$ ( $t'_{he2}$ )有相类似的定义.方程(1)中  $S$ -矩阵的所有矩阵元都可以利用 BTK 理论<sup>[31]</sup>计算单结 N/S 而得到,它的表达形式在附录中给出.接下来考虑图 1 中的左边的 N/I/N 结,和前面类似有下面  $S$ -矩阵关系存在:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ c_1 \\ b_3 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ee1} & 0 & t'_{ee1} & 0 \\ 0 & r_{hh1} & 0 & t'_{hh1} \\ t_{ee1} & 0 & r'_{ee1} & 0 \\ 0 & t_{hh1} & 0 & r'_{hh1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ d_1 \\ a_3 \\ d_3 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

同样地, 这里的矩阵元下标 1 代表左边的第一个结, 由于没有超导体, 所有 Andreev 反射系数和电子型准粒子和空穴型准粒子之间的交叉透射系数都等于零. 方程 (2) 中  $S$ -矩阵的所有矩阵元也可以通过计算单结 N/I/N 而得到, 其具体表达形式也在附录中给出. 如果准粒子在中间正常金属层区域的传输是相干的, 那么准粒子的波矢不会改变, 所以  $a_3$  ( $b_3$ ,  $c_3$ ,  $d_3$ ) 可以通过相位差和  $a'_3$  ( $b'_3$ ,  $c'_3$ ,  $d'_3$ ) 相联系, 即  $a'_3 = a_3 e^{-ik_e L}$  ( $b'_3 = b_3 e^{ik_e L}$ ,  $c'_3 = c_3 e^{-ik_h L}$ ,  $d'_3 = d_3 e^{ik_h L}$ ) 这里的  $k_e$  和  $k_h$  分别是正常金属层中电子和空穴费米波矢的垂直分量,  $L$  是正常金属层的厚度. 这样我们就可以从方程 (1) 和 (2) 中消去  $a_3$ ,  $a'_3$ ,  $b_3$ ,  $b'_3$ ,  $c_3$ ,  $c'_3$ ,  $d_3$  和  $d'_3$  从而得到下面的方程:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ c_1 \\ b_2 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ee} & r_{he} & t'_{ee} & t'_{he} \\ r_{eh} & r_{hh} & t'_{eh} & t'_{hh} \\ t_{ee} & t_{he} & r'_{ee} & r'_{he} \\ t_{eh} & t_{hh} & r'_{eh} & r'_{hh} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ d_1 \\ a_2 \\ d_2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

反射、透射概率和反射、透射系数之间存在以下关

$$R_{ee}^s = R_{ee1} + \frac{T_{ee1} [R'_{hh1} R_{eh2}^2 - (R'_{hh1} R_{hh2} - 1) R_{ee2}] T'_{ee1}}{(R_{hh2} R'_{hh1} - 1) \chi (R'_{ee1} R_{ee2} - 1) - R'_{ee1} R'_{hh1} R_{eh2}^2}, \quad (8)$$

$$R_{eh}^s = \frac{T_{ee1} R_{eh2} T'_{hh1}}{(R_{hh2} R'_{hh1} - 1) \chi (R'_{ee1} R_{ee2} - 1) - R'_{ee1} R'_{hh1} R_{eh2}^2}, \quad (9)$$

(8) 和 (9) 式中  $T_{ee1} = |t_{ee1}|^2$ , 其他量有类似的关系.

#### 4. 综合考虑相干隧穿和顺序隧穿

一个实际的隧穿过程是既包含相干部分也包含顺序部分的. 顺序隧穿引起部分准粒子流, 一个准粒子首先隧穿进入中间金属层, 然后丢失了自己的相位记忆, 隧穿出中间金属层. 我们在正常金属层中引入相位弛豫长度  $l_\phi$ , 并且在  $e$  指数上的波矢  $k_e$  ( $k_h$ ) 用  $k_e + i/l_\phi$  ( $k_h - i/l_\phi$ ) 来代替, 其中的  $1/l_\phi$  要远小于

系:  $R_{ee}^c = |r_{ee}^c|^2$ ,  $R_{eh}^c = |r_{eh}^c|^2$ ,  $T_{ee}^c = |t_{ee}^c|^2$ ,  $T_{eh}^c = |t_{eh}^c|^2$ . 这里有

$$r_{ee}^c = r_{ee1} + t_{ee1} [r'_{hh1} r_{eh2}^2 - (r'_{hh1} r_{hh2} - e^{2ik_h L}) r_{ee2}] t'_{ee1} / W, \quad (4)$$

$$r_{eh}^c = t_{ee1} r_{eh2} t'_{hh1} e^{\chi(k_h - k_e)L} / W, \quad (5)$$

$$t_{ee}^c = t_{ee1} [r'_{hh1} (t_{he2} r_{eh2} - r_{hh2} t_{ee2}) + t_{ee2} e^{2ik_h L} \chi] e^{-ik_e L} / W, \quad (6)$$

$$t_{eh}^c = t_{ee1} [r'_{hh1} (t_{hh2} r_{eh2} - r_{hh2} t_{eh2}) + t_{eh2} e^{2ik_h L} \chi] e^{-ik_e L} / W, \quad (7)$$

上面各个式子中的  $W = (r_{hh2} r'_{hh1} - e^{2ik_h L}) \chi (r'_{ee1} r_{ee2} - e^{-2ik_e L}) - r'_{ee1} r'_{hh1} r_{eh2}^2$ .

### 3. 顺序隧穿理论

下一步我们考虑顺序隧穿情况, 中间正常金属层中的准粒子经受着破坏相位相干性的散射作用. 在这种情况下, 正常金属层中的粒子在左边的 N/I/N 界面发生正常反射, 到右边的 N/S 界面可以发生正常反射也可以发生 Andreev 反射, 然后再到左边界面, 再到右边界面, 就这样一次、两次、三次……如此下去. 虽然情况相对复杂, 通过计算得到

费米波矢  $k_e$  或者  $k_h$ . 对于完全相干隧穿的情况 ( $l_\phi \rightarrow \infty$ ), 有关系式:  $R_{ee}^c + R_{eh}^c + T_{ee}^c + T_{eh}^c = 1$  成立. 对于有限大小的相位弛豫长度  $l_\phi$ , 定义  $\alpha = 1 - R_{ee}^c - R_{eh}^c - T_{ee}^c - T_{eh}^c$  来描写顺序隧穿部分所占的百分比. 这里的  $\alpha$  是金属层厚度  $L$  的函数, 当  $L \ll l_\phi$  时  $\alpha = 0$  时, 此时相当于可以把  $l_\phi$  看作无穷大, 因此隧穿为完全相干的; 当  $L \gg l_\phi$  时  $\alpha = T_{ee1}$ , 顺序隧穿部分达到最大. 用  $\alpha$  去代替 (8) 和 (9) 式中的  $T_{ee1}$ , 于是可以得到总的正常反射和 Andreev 反射概率

$$R_{ee}^c = R_{ee}^c + \frac{\alpha [R'_{hh1} R_{eh2}^2 - (R'_{hh1} R_{hh2} - 1) R_{ee2}] T'_{ee1}}{(R_{hh2} R'_{hh1} - 1) \chi (R'_{ee1} R_{ee2} - 1) - R'_{ee1} R'_{hh1} R_{eh2}^2}, \quad (10)$$

$$R_{eh} = R_{eh}^c + \frac{\alpha R_{eh2} T'_{hh1}}{(R_{hh2} R'_{hh1} - 1)(R'_{ee1} R_{ee2} - 1) - R'_{ee1} R'_{hh1} R_{eh2}^2}, \quad (11)$$

其中的相干隧穿分量  $R_{ee}^c$  和  $R_{eh}^c$  可以由(4)和(5)式得到. 最后得到隧道电导的表达形式

$$G = \frac{4e^2}{h}(1 - R_{ee} + R_{eh}), \quad (12)$$

这里已经考虑了自旋的两重简并. 这个方法很容易推广到 N/I/F/I/S 结构中, 其中  $F$  表示铁磁金属层, 因为对于铁磁金属要考虑自旋自由度, 所以  $S$ -矩阵通常情况下要扩展为  $8 \times 8$  的矩阵.

## 5. 重现实验中反常的小能隙现象

对于一个实际的系统, 必须综合考虑相干隧穿和顺序隧穿. 在扩散区域, 低温下正常金属中的相位弛豫长度要远大于其动量弛豫长度, 取  $l_\phi = \beta \xi_N / \max(E/\Delta_0, \delta)$ , 这里的  $\beta$  代表  $l_\phi$  相对于正常金属特征长度  $\delta_N$  的强度的常数,  $\delta$  总是小于 1 的常数,  $l_\phi = \beta \xi_N / \delta$  表示相位弛豫长度很接近  $E = 0$  时的情况.

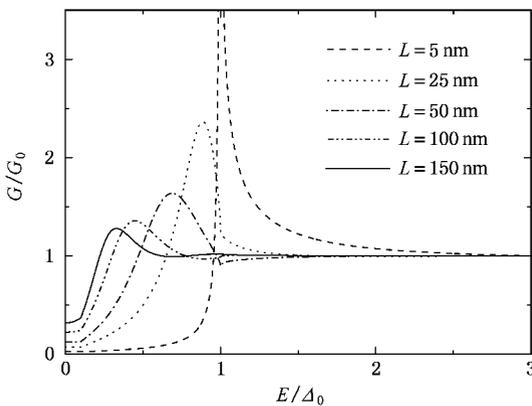


图2 综合考虑相干隧穿和顺序隧穿的情况下, 隧道电导随能量分布关系. 图中不同曲线对应不同的正常金属层厚度

在目前的计算中有  $(k_e - k_h)L = (L/\xi_N) \chi(E/\Delta_0)$ , 相应的我们考虑  $l_\phi = 2\xi_N / \max(E/\Delta_0, 0.1)$ , 特征长度  $\xi_N$  为 50 nm. 图2描述了对应于不同的正常金属层厚度  $L$  隧道电导随能量的依赖关系, 计算中用  $E = 3\Delta_0$  处的值  $G_0$  对其进行了归一化, 在此范围以外隧道电导基本上是一个常数. 可以看出图形呈现类似 BCS 的小能隙行为, 对于  $L = 0.1\xi_N = 5 \text{ nm} \ll l_\phi$  的情况, 顺序隧穿部分影响很小, 相干部分起主要作用, 从而局域态密度的形状和大块超导体内的

非常相似, 如图2中的虚线所示, 在能隙处有比较高的峰, 能隙里面的值几乎为零. 随着  $L$  的增加, 顺序隧穿起着越来越重要的作用, 小能隙里面的态密度明显的离开零值, 甚至是在  $E = 0$  处, 并且随着  $L$  的增加而抬高, 与此同时, 小能隙的宽度减小, 能隙边缘峰的高度降低. 这样一个依赖于  $L$  的反常的小能隙幅度以及在费米面附近具有非零的局域态密度的能隙结构在最近的一个实验<sup>[27]</sup>中被发现.

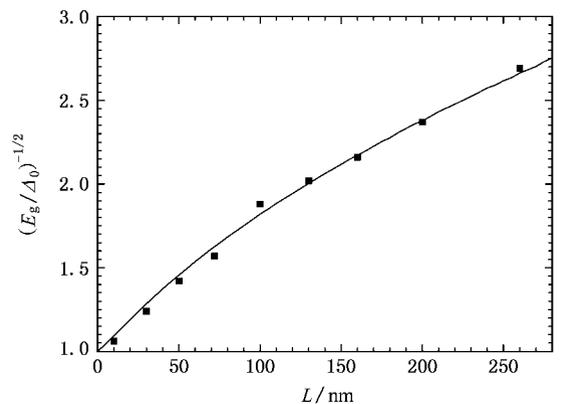


图3 理论计算和实验结果相比较. 实线为理论计算结果, 方点是实验结果

为了进一步寻找正常金属中这种能隙结构的根源, 即峰出现的位置, 考虑一种简单情况:  $Z_1 \gg 1$ ,  $Z_2 = 0$ , 并且超导中和正常金属层中的费米波矢相等. 利用(4)和(5)式, 在完全相干隧穿和  $|E| \leq \Delta_0$  的情况下(12)式就可以近似化简为  $G^C = (4e^2/h) (Y/W)$ , 其中  $Y = 2(1 + Z_1^2)^{-1/2}$ ,

$$W = \left| e^{-2(k_e - k_h)L} - r'_{ee1} r'_{hh1} r_{eh2}^2 \right|^2 = 4\sin^2[(k_e - k_h)L - \phi(E)]. \quad (13)$$

这里用了条件  $\exp(-2i\phi) = r'_{ee1} r'_{hh1} r_{eh2}^2$ , 其中

$$\phi(E) = \arctan(\sqrt{(\Delta_0/E)^2 - 1}). \quad (14)$$

假设局域态密度在  $E = E_p$  处出现发散的峰, 即  $E_p$  为局域态密度能谱中峰值出现的位置, 那么峰的出现由条件  $W(E_p) = 0$  或者  $(k_e - k_h)L = \phi(E_p)$  决定. 如  $L = 0$  时, 由  $\phi(E_p) = 0$  得到  $E_p = \pm \Delta_0$ , 发散电导峰出现在  $E_p = \pm \Delta_0$ . 随着  $L$  的增加, 考虑到  $(k_e - k_h)L = (L/\xi_N) \chi(E/\Delta_0)$ , 我们有  $E_p/\phi(E_p) = \xi_N \Delta_0/L$ . 由于  $E/\phi(E)$  随着  $E$  的减小总是减小的,

所以峰出现的位置决定于  $\xi_N \Delta_0 / L$ . 当特征长度  $\xi_N$  一定时,  $L$  的增加必然会导致小能隙宽度  $E_p$  的减小; 另一方面, 如果厚度  $L$  一定, 随着金属特征长度  $\xi_N$  的减小, 小能隙宽度  $E_p$  也逐渐减小. 这两者的影响是等价的. 在我们的计算中取正常金属特征长度  $\xi_N$  为常数的情况. 如果将正常金属换成磁性金属, 那么对特征长度影响的讨论就会显得很有意义. 从上面的讨论可以看出公式(13)中的相位相干项  $\exp[-2(k_e - k_h)L]$  对于发散峰的出现起着至关重要的作用. 相干项的衰减将使  $W$  不等于零从而使发散的峰变为有限值. 在小能隙内非零的分母  $W$  和很小的分子  $Y = 2(1 + Z_1^2)$  (和能量  $E$  没有关系的量) 使得  $E = 0$  附近的局域态密度开始增大.

为了将这个计算结果定量的和实验结果进行比较, 将小能隙宽度函数  $(E_g / \Delta_0)^{-1/2}$  随着  $L$  的变化关系描绘在图3中, 这里  $E_g$  表示小能隙的宽度, 图中的方点是实验数据<sup>[27]</sup>, 实线是本文的理论计算结果, 和实验能较好的吻合, 也给出了很好的理论解释. 在目前的计算中, 尽管有两个可调参数:  $\xi_N$  和  $l_\phi$ , 但是在比较宽的范围内小能隙的宽度对  $l_\phi$  不敏感, 比值  $L/\xi_N$  对小能隙的宽度起着重要的作用. 选择  $\xi_N = 50$  nm 在 Nb-Au 双层结构的运输测量中<sup>[27]</sup> 也是比较合理的.

## 6. 结 论

本文考虑了隧道运输的相干和顺序分量, 发展了用于研究 N/N/S 双结系统的  $4 \times 4$  散射矩阵方法. 中间正常金属中的局域态密度的小能隙结构主要决定于费米能级附近的电子和其 Andreev 反射的空穴之间量子干涉. 完全相干的隧穿导致局域态密度有一个充分打开的小能隙, 此小能隙的宽度随着正常金属层厚度的增加而减小; 顺序隧穿分量使局域态密度能隙边缘的峰值降低, 小能隙里面的值抬高. 随着正常金属层厚度的增加, 顺序隧穿部分的影响提高. 充分打开的小能隙很难被发现, 因为充分打开的小能隙有严格的条件要求: 很薄的正常金属层, 很长的相位弛豫长度, 很低的实验温度. 由于广泛的存在相位弛豫散射, 小能隙结构通常呈现费米面附近有非零的局域态密度. 这就给在实验中广泛观察到的反常小能隙现象提供了一个解释. 本文的计算结果重现出了最近在实验<sup>[27]</sup>中所观察到的反常小能隙现象.

## 附录 方程(1)和(2)中 S-矩阵元的表达形式

如图4(a)所示, 考虑一个半无限的 N/S 结构, 界面在  $x = 0$  处, 超导位于右侧而正常金属位于左侧. 其界面用  $\delta$ -势垒  $V_2(x) = Z_2 \hbar v_F$  来描述, 其中  $Z_2$  是无量纲的强度量. 用有效的单粒子哈密顿来描写正常金属中的电子(空穴), 而这里的超导我们假设是 s-波配对的并且用 BCS 哈密顿来描写. 在 N/S 界面有四种准粒子的入射过程: 电子和空穴从 N 一侧入射向 S 一侧, ELQ 和 HLQ 从 S 一侧入射向 N 一侧, 如图4(b)所示. 以其中一个为例, 考虑电子从 N 一侧入射到  $x = 0$  处的界面上的情况, 这里就会发生四种可能的过程: 正常反射 ( $r_{ee2}$ ), Andreev 反射 ( $r_{eh2}$ ), 透射 ELQ 到超导一侧 ( $t_{ee2}$ ), 透射 HLQ 到超导一侧 ( $t_{eh2}$ ). 由 Bogoliubov-de Gennes 方程对这个过程的波函数进行求解, 得到了在正常金属和超导区域的波函数为

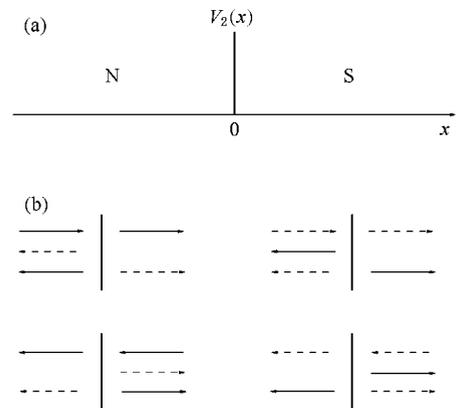


图4 (a) N/S 结的示意图 (b) 四种准粒子在该结构中的入射过程, 其中带箭头的实线表示 N 中的电子或者超导中电子型准粒子, 而带箭头的虚线表示 N 中的空穴或者超导中空穴型准粒子

$$\psi_{1\sigma}(x) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik_{FN}x} + r_{eh2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{ik_{FN}x} + r_{ee2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-ik_{FN}x}, & x \leq 0, \\ t_{ee2} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \sqrt{\frac{k_{FN}}{k_{FS}(|u|^2 - |v|^2)}} e^{ik_{FS}x} + t_{eh2} \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \sqrt{\frac{k_{FN}}{k_{FS}(|u|^2 - |v|^2)}} e^{-ik_{FS}x}, & x \geq 0. \end{cases} \quad (A1)$$

其中  $k_{FN}$  和  $k_{FS}$  分别是 N 和 S 中的费米波矢,  $u = \sqrt{(1 + \Omega/E)2}$ ,  $v = \sqrt{(1 - \Omega/E)2}$ ,  $\Omega = \sqrt{E^2 - \Delta_0^2}$ . 系数  $r_{eh2}$ ,  $r_{ee2}$ ,  $t_{ee2}$  和  $t_{eh2}$  可以由  $x = 0$  处的边界条件求得

$$\begin{cases} \psi_1(0_-) = \psi_1(0_+), \\ \left. \frac{d\psi_1(x)}{dx} \right|_{x=0_-} = \left. \frac{d\psi_1(x)}{dx} \right|_{x=0_+} - 2k_{FN} Z_2 \psi_1(0). \end{cases} \quad (A2)$$

其他三种过程的波函数类似可以求解得到. 对于  $Z_2 = 0$  的情况得到

$$r_{ee2} = r_{hh2} = (k_{FS}^2 - k_{FN}^2 \chi (u_2 - v_2)) D_2, \quad (A3a)$$

$$r_{eh2} = -4uk_{FS} k_{FN} / D_2, \quad (A3b)$$

$$t_{ee2} = -2k_{FN} (k_{FN} + k_{FS}) u (|u|^2 - |v|^2) / D_2, \quad (A3c)$$

$$t_{eh2} = 2k_{FN} (k_{FN} - k_{FS}) v (|u|^2 - |v|^2) / D_2, \quad (A3d)$$

其中  $D^2 = -(k_{FS}^2 + k_{FN}^2 \chi (u^2 - v^2)) - 2k_{FN} k_{FS}$ .

对于左边的正常金属/正常金属结用同样的方法可以得到

$$r_{ee1} = [-2q_F Z_1 + \chi (k_{FN} - q_F)] D_1, \quad (A4a)$$

$$r'_{ee1} = r'_{hh1} = [-2q_F Z_1 - \chi (k_{FN} - q_F)] D_1, \quad (A4b)$$

$$t_{ee1} = t'_{hh1} = -2i \sqrt{k_{FN} q_F} / D_1, \quad (A4c)$$

这里  $D_1 = 2q_F Z_1 - i(k_{FN} + q_F)$ ,  $q_F$  是正常金属电极的费米波矢,  $Z_1$  是 N/I/N 结界面无量纲的势垒强度.

- [ 1 ] Deutscher G ,de Gennes P G 1969 *Superconductivity* ( New York : Marcel Dekker ) p1005
- [ 2 ] Guéron S ,Pothier H ,Birge N O ,Esteve D ,Devoret M H 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 3025
- [ 3 ] Tessmer S H ,Tarlle M B ,Van Harlingen D J ,Maslov D L ,Goldbart P M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 924
- [ 4 ] Levi Y ,Millo O ,Rizzo N D ,Prober D E ,Motowidlo L R 1998 *Phys. Rev. B* **58** 15128
- [ 5 ] Truscott A D ,Dynes R C ,Schneemeyer L F 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 1014
- [ 6 ] Vinet M ,Chapelier C ,Lefloch F 2001 *Phys. Rev. B* **63** 165420
- [ 7 ] Moussy N ,Courtois H ,Pannetier B 2001 *Europhys. Lett.* **55** 861
- [ 8 ] Scheer E ,Belzig W ,Navah Y ,Devoret M H ,Esteve D ,Urbina C 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 284
- [ 9 ] Long Z Y ,Stewart M D ,Taejoon K ,James M V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 257001
- [ 10 ] Golubov A A ,Kupriyanov M Y 1998 *J. Low. Temp. Phys.* **61** 83
- [ 11 ] Belzig W ,Bruder C ,Schön G 1996 *Phys. Rev. B* **54** 9443
- [ 12 ] Lodder A ,Nazarov Y V 1998 *Phys. Rev. B* **58** 5783
- [ 13 ] Wilhelm F K ,Golubov A A 2000 *Phys. Rev. B* **62** 5353
- [ 14 ] Pilgram S ,Belzig W ,Bruder C 2000 *Phys. Rev. B* **62** 12462
- [ 15 ] Pannetier B ,Courtois H 2000 *J. Low Temp. Phys.* **118** 599
- [ 16 ] Halterman K ,Valls O T 2001 *Phys. Rev. B* **65** 014509
- [ 17 ] Varilov M G ,Brouwer P W ,Ambegaokar V ,Beenakker C W J 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 874
- [ 18 ] Nikolić B K ,Freeicks J K ,Miller P 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 077002
- [ 19 ] Halterman K ,Valls O T 2002 *Phys. Rev. B* **66** 224516
- [ 20 ] Hara J ,Nagato Y ,Nagai K 2003 *Physica B* **329** 1433
- [ 21 ] Brinkman A ,Golubov A A ,Kupriyanov M Y 2004 *Phys. Rev. B* **69** 214407
- [ 22 ] Dong Z C ,Xing D Y ,Dong J M 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 556 ( in Chinese ) [ 董正超、邢定钰、董锦明 2001 物理学报 **50** 556 ]
- [ 23 ] Li X W ,Liu S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 834 ( in Chinese ) [ 李晓薇、刘淑静 2006 物理学报 **55** 834 ]
- [ 24 ] Dong Z C 2005 *Chin. Phys.* **14** 1209
- [ 25 ] Liao H Y ,Zhou S P ,Shi X Y 2004 *Chin. Phys.* **13** 737
- [ 26 ] Dong C 2006 *Chin. Phys.* **15** 3005
- [ 27 ] Gupta A K ,Créteon L ,Moussy N ,Pannetier B ,Courtois H 2004 *Phys. Rev. B* **69** 104514
- [ 28 ] Andreev A F 1964 *Sov. Phys. JETP* **19** 1228
- [ 29 ] Datta S 1995 *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* ( Cambridge : University Press ) Chapters 3 6
- [ 30 ] de Gennes P G 1966 *Superconductivity of Metals and Alloys* ( New York : Benjamin )
- [ 31 ] Blonder G E ,Tinkham M ,Klapwijk T M 1982 *Phys. Rev. B* **25** 4515
- [ 32 ] McMillan W L 1968 *Phys. Rev.* **175** 559

# Abnormal minigap induced by superconducting proximity effects in a metallic film<sup>\*</sup>

Yu Hua-Ling<sup>†</sup>

( *Department of Physics and Electronics ,Huaiyin Normal College ,Huai'an 223001 ,China* )

( Received 2 December 2006 ; revised manuscript received 1 February 2007 )

## Abstract

The scattering matrix approach is applied to study tunneling spectra in normal metal/normal metal/superconductor double junctions. The abnormal minigap in tunneling conductance is attributed to the phase coherence of electrons and Andreev-reflected holes in the middle metallic film. We consider a combination of the coherent tunneling with the sequential tunneling and the calculated results provide a reasonable explanation for the abnormal minigap observed in recent experiments.

**Keywords** : superconductor proximity effects , Andreev reflection , coherent tunneling , sequential tunneling

**PACC** : 7450 , 7455

---

<sup>\*</sup> Project supported by the Program for Excellent Talents in Huaiyin Teachers College ,China.

<sup>†</sup> E-mail hlyu7505@yahoo.com.cn