

宽带三倍频混频过程的群速匹配关系*

杨义胜^{1,2)†} 郑万国¹⁾ 韩 伟¹⁾ 车雅良^{1,3)} 谭吉春²⁾ 向 勇¹⁾ 贾怀庭¹⁾

1) 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 绵阳 621900)

2) 国防科学技术大学理学院, 长沙 410073)

3) 西安通信学院光纤教研室, 西安 710106)

(2006 年 11 月 30 日收到, 2007 年 3 月 26 日收到修改稿)

基于非线性耦合波理论分析了三倍频过程中群速度之间的关系, 推导出三波混频条件下的群速匹配关系式. 对超短脉冲在 II 类 KDP 晶体中的混频过程进行了模拟分析, 结果表明: 当三波(基波 ω , 谐波 2ω 和 3ω)的群速度满足该匹配关系式时, 三倍频(3ω)的带宽和转换效率均可达最大值, 而随着三波群速度对该关系式的偏离逐渐增大, 带宽变窄、转换效率下降. 导出的三波群速匹配关系式对寻找合适的色散晶体和选择有效的匹配措施、实现宽带三次谐波转换具有指导意义.

关键词: 非线性光学, 群速失配, 三次谐波转换, 超短脉冲

PACC: 4265K, 4265

1. 引 言

宽带三倍频过程包括宽带二倍频阶段和宽带混频阶段, 由于两个阶段串联, 要想获得高效的宽带三倍频转换效率, 就必须同时在这两个阶段都获得高的转换效率. 由宽带谐波转换的原理可知, 要实现高效、宽带的谐波转换, 就必须在晶体内同时实现相位匹配和群速匹配^[1-4]. 在宽带二倍频阶段, 相位匹配和群速匹配可以通过折返点匹配实现^[5-7], 从而得到高效的转换. 然而, 由于对宽带混频条件下同时实现相位匹配和群速匹配的物理规律缺乏深入地了解, 致使选择群速匹配技术措施时存在一定的盲目性.

在混频过程中实现相位匹配, 即实现相位失配量 $\Delta k = n_{3\omega} \cdot 3\omega/c - n_{2\omega} \cdot 2\omega/c - n_{1\omega} \cdot \omega/c$ 等于零, 但对于群速匹配, 由于在混频过程中涉及到基频 1ω 、倍频 2ω 和三倍频 3ω 三种光波, 究竟怎样才算在混频阶段达到了群速匹配, 是要求三波的群速度($v_{1\omega}$, $v_{2\omega}$ 和 $v_{3\omega}$)相等, 还是满足某种关系即可, 如果存在这样的关系, 那么这个关系具体又是怎样的呢?

文献 [8] 对单色平面波三波混频理论已有详

尽的分析, 文献 [5-7] 对宽带倍频理论有初步分析. 但到目前为止, 国内外文献尚未对宽带群速度匹配问题深入开展理论分析, 并给出具体答案.

本文在宽带条件下(通常, 基频波 $\Delta\lambda \geq 1 \text{ nm}$ ^[2]), 分析三倍频混频过程中三波群速度之间的关系, 推导宽带混频过程中实现群速匹配所需满足的条件, 通过对超短脉冲的三倍频混频过程的数值模拟对该条件进行验证.

2. 群速匹配关系理论推导

要想获得最高的三次谐波转换效率及尽可能大的带宽, 需要同时实现相位匹配和群速匹配. 下面以 II 类相位匹配的三倍频混频过程(即 $1e + 2\omega \rightarrow 3e$)为例, 从同时实现相位匹配和群速匹配的要求出发, 分析三倍频混频过程中的群速匹配关系.

2.1. 相位匹配要求

对于基频光波长为 λ 的 II 类相位匹配混频过程, 相位失配量为

$$\Delta k(\theta_{\text{PM}}, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} [3n_{3e}(\theta_{\text{PM}}, \lambda/3) - 2n_{2e}(\lambda/2) - n_{1e}(\theta_{\text{PM}}, \lambda)]. \quad (1)$$

* 国家自然科学基金(批准号: 60708007)和中国工程物理研究院基金(批准号: 20050431)资助的课题.

† E-mail: ysyang@nudt.edu.cn

假设在基频光波长为 λ_0 时达到相位匹配,则有

$$3n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda_0/3) = 2n_{2o}(\lambda_0/2) + n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda_0). \quad (2)$$

当波长在 λ_0 附近有一个小量 $\delta\lambda$ 的变化时,利用 Taylor 级数(精确到二阶)相位失配量 Δk 可展开为

$$\begin{aligned} \Delta k &= \Delta k(\theta_{PM}, \lambda_0) + \left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda_0} \delta\lambda \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Delta k}{\partial \lambda^2} \right) \Big|_{\lambda_0} (\delta\lambda)^2 + \dots \\ &= \left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda_0} \delta\lambda + \frac{1}{2} \beta'_{\lambda_0} (\delta\lambda)^2 + \dots \quad (3) \end{aligned}$$

其中,群速色散项中的 β'_{λ_0} 为相位失配量 Δk 对波长的二次导数.

为了获得在尽可能宽的带宽下的相位匹配,要求相位失配量(3)式尽可能小.由于 $\delta\lambda$ 为小量(3)

式的大小一般由 $\left(\frac{\partial \Delta k}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda_0}$ 决定;仅当它为零时,才

由群速色散项 β'_{λ_0} 决定.

将(1)式在波长 λ_0 处对波长求导,并利用(2)式,可以得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta k}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} &= \frac{2\pi}{\lambda} \left[3 \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \lambda} \right. \\ &\left. - 2 \frac{\partial n_{2o}(\lambda/2)}{\partial \lambda} - \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda_0} \quad (4) \end{aligned}$$

要使(4)式为零,要求

$$\begin{aligned} &3 \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \\ &= 2 \frac{\partial n_{2o}(\lambda/2)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} + \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}. \quad (5) \end{aligned}$$

将(2)式两边同时对波长 λ 求导,并考虑到相位匹配角 θ_{PM} 也是波长 λ 的函数,有

$$\begin{aligned} &3 \left[\frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \theta_{PM}} \frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} + \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda_0} \\ &= 2 \frac{\partial n_{2o}(\lambda/2)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \\ &+ \left[\frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \theta_{PM}} \frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} + \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda_0}. \quad (6) \end{aligned}$$

比较(5)(6)两式,可以得出

$$\begin{aligned} &\left[3 \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \theta_{PM}} \right] \Big|_{\lambda_0} \\ &- \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \theta_{PM}} \Big|_{\lambda_0} \left[\frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} \right] \Big|_{\lambda_0} = 0. \quad (7a) \end{aligned}$$

考虑到晶体的色散特性^[9,10](7a)式方括号内数值不为零,仅当括号外的项为零时(7)式才成立,即

$$\frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} = 0. \quad (7b)$$

(7)式是实现宽带相位匹配(即相位失配量 Δk 取最小值)的基本要求.

2.2. 群速匹配要求

当满足上述宽带相位匹配要求时,根据群速度

定义 $\frac{1}{v} = \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega}$, 并利用 $k = \frac{n\omega}{c}$ 和 $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$, 各波的群速度分别为

1 ω 群速度 v_1

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_1} &= \frac{\partial k_1(\omega)}{\partial \omega} = \frac{n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda_0)}{c} \\ &+ \frac{\omega}{c} \left(\frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \theta_{PM}} \right) \Big|_{\lambda_0} \frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \\ &+ \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \theta} \Big|_{\lambda_0} \frac{d\lambda}{d\omega} \Big|_{\lambda_0}, \quad (8) \end{aligned}$$

利用满足宽带相位匹配条件 $\frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} = 0$, 并将 $d\omega =$

$-\frac{2\pi c}{\lambda^2} d\lambda$ 代入上式,可以得到

$$\frac{1}{v_1} = \frac{n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda_0)}{c} - \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \theta} \Big|_{\lambda_0}. \quad (9)$$

2 ω 群速度 v_2

设倍频光频率、波长分别为 ω_2, λ_2 , 基频光频率、波长分别为 ω, λ , 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_2} &= \frac{\partial k_{2o}(\omega_2)}{\partial \omega_2} = \frac{n_{2o}(\lambda_0/2)}{c} \\ &+ \frac{\omega_2}{c} \frac{\partial n_{2o}(\lambda/2)}{\partial \lambda_2} \Big|_{\lambda_0} \frac{d\lambda_2}{d\omega_2} \Big|_{\lambda_0}, \quad (10) \end{aligned}$$

将 $d\omega_2 = -\frac{2\pi c}{\lambda_2^2} d\lambda_2$ 代入,并利用 $d\lambda_2 = d\lambda/2$, 可得

$$\frac{1}{v_2} = \frac{n_{2o}(\lambda_0/2)}{c} - \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{2o}(\lambda/2)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0}. \quad (11)$$

3ω 群速度 v₃

依照求 2ω 群速度的方法, 并利用 $\frac{\partial \theta_{PM}}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} = 0$,

可以得到

$$\frac{1}{v_3} = \frac{n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda_0/3)}{c} - \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \quad (12)$$

将(12)式 × 3 - (11)式 × 2 - (9)式, 有

$$\begin{aligned} & \frac{3}{v_3} - \frac{2}{v_2} - \frac{1}{v_1} \\ &= \left[\frac{3n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda_0/3)}{c} - 3 \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{3e}(\theta_{PM}, \lambda/3)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \right] \\ & - \left[\frac{2n_{2e}(\lambda_0/2)}{c} - 2 \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{2e}(\lambda/2)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \right] \\ & - \left[\frac{n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda_0)}{c} - \frac{\lambda_0}{c} \frac{\partial n_{1e}(\theta_{PM}, \lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_0} \right]. \quad (13) \end{aligned}$$

利用(2)和(5)两式, 可知上式等于零, 即

$$\frac{3}{v_3} = \frac{2}{v_2} + \frac{1}{v_1}, \quad (14)$$

(14)式即为宽带三次谐波转换群速匹配条件.

这就是在宽带三倍频混频过程中, 同时达到相位匹配和群速匹配的要求时, 三波群速度所满足的关系. 从中可以看到: 三波群速度相等 (v₁ = v₂ = v₃) 只是(14)式的特殊情况. (14)式虽然是在 II 类混频情况下推导出来的, 但同理可知, 它也适用于其他形式的混频过程.

值得注意的是: 当混频过程退化到倍频过程时 (v₁ = v₂) (14)式变成 3/v₃ = 1/v₁ + 2/v₁, 即变成 v₃ = v₁, 而这正是熟悉的倍频过程中的群速匹配条件, 便间接证明了(14)式作为宽带三倍频混频过程中群速匹配条件的正确性.

3. 数值模拟验证

3.1. 晶体的折返特性

为了验证(14)式的正确性, 以 II 类混频晶体 KDP 为例, 其折返曲线(相位匹配角与波长的关系)和群速曲线分别如图 1 中实、虚线所示, 其中群速曲线为组合函数 $\frac{3}{v_3}, \frac{2}{v_2} + \frac{1}{v_1}$ 与基频光波长的关系.

从图 1 可以看出, 群速度组合函数曲线 $\frac{3}{v_3}$ 与 $\frac{2}{v_2}$

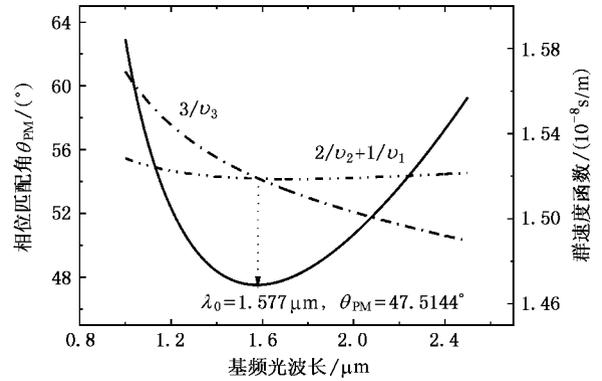


图 1 II 类混频晶体 KDP 的折返曲线与群速曲线对比

+ 1/v₁ 在波长 λ = 1.577 μm 处相交, 而该波长与 II 类混频 KDP 晶体的折返点波长(即相位匹配角对波长一阶导数为零处)对齐(非人为“对齐”). 这与理论推导的结果——在折返点波长处, 三波群速度满足关系式(14)相符.

3.2. 群速失配状态对三倍频转换效率和带宽的影响

以 II 类混频 KDP 晶体为例, 对其在超短脉冲入射下的三倍频混频过程进行了数值模拟. 实验装置及基本参数如图 1 所示.

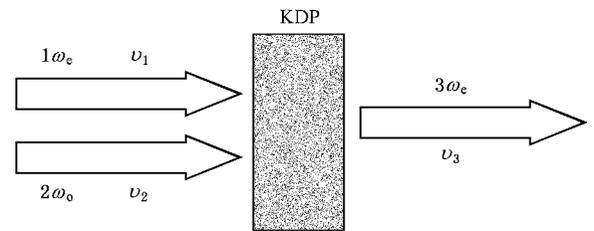


图 2 II 类混频晶体 KDP 的三倍频混频过程示意图

采用的分析方法为固定 1ω 与 2ω 的群速度不变, 通过逐个改变 3ω 群速度值的方法, 使三波的群速度在满足或不满足(14)式之间变化, 分析三倍频转换效率和带宽的变化趋势.

根据 KDP 晶体色散关系^[10], 可以得到在基频光波长为 1.053 μm 时, 1ω 与 2ω 的群速度值分别为 2.0179 × 10⁸ m/s 和 1.9402 × 10⁸ m/s.

将数值代入(14)式, 可以算得满足该关系式的 3ω 群速度值 v₃ 为

$$v_3 = 3 / \left(\frac{2}{v_2} + \frac{1}{v_1} \right) = 1.9654 \times 10^8 \text{ m/s}. \quad (15)$$

据此, 模拟中选取 3ω 群速度值变化范围为 [1.4654

$\times 10^8$ m/s 2.4654×10^8 m/s],并获得了最高三倍频转换效率和最大带宽随 3ω 群速度值变化的曲线,分别如图 3 和图 4 所示(其中基频光和倍频光采用脉宽为 200 fs、峰值光强分别为 50 GW/cm^2 和 100 GW/cm^2 的理想高斯脉冲)。

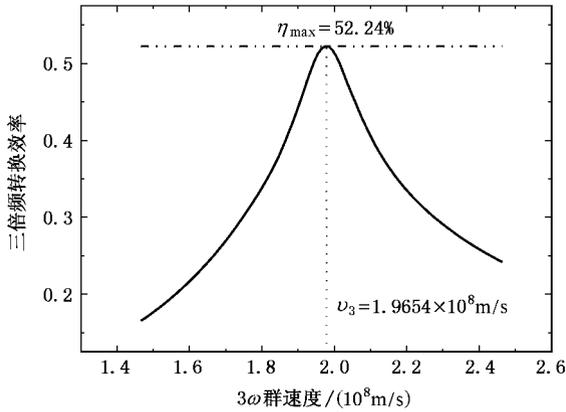


图 3 三倍频转换效率随 3ω 群速度值的变化曲线

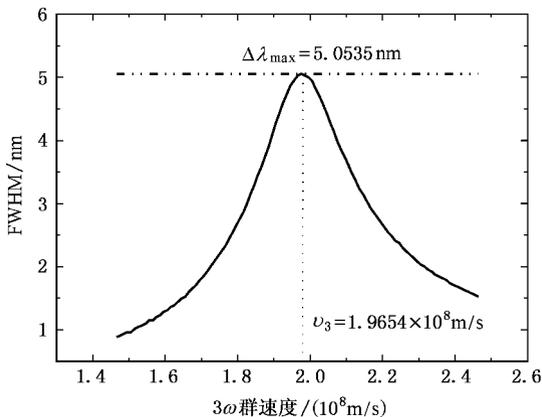


图 4 3ω 带宽(FWHM)随 3ω 群速度值的变化曲线

从图 3 和图 4 中可以清楚地看到,在 3ω 群速度从 1.4654×10^8 m/s 到 2.4654×10^8 m/s 的变化过程中,三倍频转换效率曲线和带宽曲线均存在一个最大值.该效率和带宽的最大值均对应于 3ω 群速度值等于 1.9654×10^8 m/s.这是基于耦合波方程得到的数值模拟结果,而该结果与通过(14)式导出的 3ω 群速度值(15)式完全符合.这充分证明:当三波(基频、倍频、三倍频光)群速度满足(14)式时,实现了宽带条件下的三波群速度匹配。

在图 3 和图 4 的“尖峰”两侧,随着 3ω 群速度值对理论值(15)式的偏离,获得的最高转换效率和最大带宽急剧下降,这是由于随着 3ω 群速度值对中心值的偏离愈大,群速失配量也变得愈大,从而导致相应的三倍频转换效率和带宽也降得愈多.这一现象证明:群速度关系式(14)式是获得高的三倍频转换效率和大的带宽的必要条件。

4. 结 论

本文对超短脉冲三倍频混频过程中三波(基频、倍频和三倍频)群速度之间的关系进行了深入的分析.首次推导出混频过程中实现群速匹配时,三波群速度必须满足的关系式——(14)式.文中以 II 类 KDP 晶体为例,从数值模拟的角度验证了该关系式的正确性。

(14)式可作为判断宽带条件下三波是否达到群速匹配的依据.对在技术上实现宽带、高效的三次谐波转换具有指导意义。

[1] Webb M, Eimerl D, Velsko S 1992 *J. Opt. Soc. Am.* **B** 9 1118
 [2] Babushkin A, Craxton R, Oskoui S, Guardalben M, Keck R, Seka W 1999 *SPIE* **3492** 406
 [3] Ma J, Zhang R B, Zhang W L, Wang Q Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 2745 (in Chinese) [马晶、章若冰、张伟力、王清月 2005 物理学报 **54** 2745]
 [4] Liu Y Q, Zhang J, Liang W X, Wang Z H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 1593 (in Chinese) [刘运全、张杰、梁文锡、王兆华 2005 物理学报 **54** 1593]

[5] Nelson L, Fleischer S, Lenz G, Jppen E 1996 *Opt. Lett.* **21** 1759
 [6] Zhu H Y, Wang T, Zheng W G, Yuan P, Qian L J 2004 *Opt. Exp.* **12** 2150
 [7] Zheng W G, Qian L J, Yuan P, Luo H, Zhu H Y 2006 *Chin. Phys. Lett.* **23** 139
 [8] Pronko M, Lehmborg R, Obenschain S, Pawley C, Manka C, Eckardt R 1990 *IEEE J. Quantum. Electronics* **26** 337
 [9] Zernike F 1964 *J. Opt. Soc. Am.* **54** 1215
 [10] Kirby K, Deshazer L 1987 *J. Opt. Soc. Am.* **B** 4 1072

Group-velocity-matching relation in the mixing process of broadband third-harmonic generation^{*}

Yang Yi-Sheng^{1,2)†} Zheng Wan-Guo¹⁾ Han Wei¹⁾ Che Ya-Liang^{1,3)}
Tan Ji-Chun²⁾ Xiang Yong¹⁾ Jia Huai-Ting¹⁾

¹ *Research Center of Laser Fusion, CAEP, Mianyang 621900, China*

² *College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*

³ *The Optics Fiber Staff Room, Xi'an Communication Institute, Xi'an 710106, China*

(Received 30 November 2006 ; revised manuscript received 26 March 2007)

Abstract

Based on the nonlinear coupling equations, the relation between group-velocities of 1ω , 2ω and 3ω waves in the mixing process of broadband third-harmonic generation (THG) is investigated theoretically. The formula of three-wave group-velocity-matching (GVM) is derived. The THG mixing process of ultrashort pulses in Type-II KDP crystals is simulated. Obtained results show that both the THG conversion efficiency and the bandwidth reach maximum when the formula is satisfied (i.e., at zero group-velocity mismatch) and drop down rapidly when it's not satisfied. The three-wave GVM formula presented is useful for finding proper nonlinear crystals and choosing effective GVM methods.

Keywords : nonlinear optics, group-velocity mismatch, third-harmonic generation, ultrashort pulses

PACC : 4265K, 4265

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 60708007) and the Foundation of China Academe of Engineering Physics (Grant No. 20050431).

[†] E-mail : ysyang@nudt.edu.cn