

高维非线性演化方程孤立波的同伦分析法求解^{*}

石玉仁^{1)†} 汪映海¹⁾ 杨红娟²⁾ 段文山²⁾

1) 兰州大学理论物理研究所, 兰州 730000)

2) 西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2006 年 11 月 1 日收到, 2007 年 3 月 23 日收到修改稿)

利用同伦分析法求解了修正的 Kadomtsev-Petviashvili 方程, 得到了它的近似孤立波解, 该解与精确解符合得很好. 结果表明, 同伦分析法在求解高维非线性演化方程的孤立波解时, 仍然是一种行之有效的方法.

关键词: 同伦分析法, 修正的 Kadomtsev-Petviashvili 方程, 孤立波解

PACC: 0340K, 0290

1. 引 言

随着科技的进步, 非线性科学得到了飞速的发展. 作为非线性科学重要分支的孤子理论也获得了快速发展, 并被广泛应用于量子场论^[1]、凝聚态物理^[2]、流体力学^[3,4]、非线性光学^[5-7]、等离子体物理^[8,9]等物理学领域内, 引起了很多物理学家和数学家的兴趣. 众多学者在研究(1+1)维、(2+1)维可积模型的同时, 也在探索(3+1)维甚至更高维的可积模型, 并取得了一定的成就^[10-14]. 一般情况下, 这些模型可以用非线性偏微分方程(NPDE)很好地描述. 所以对 NPDE 的求解, 就成了孤子理论的一个重要组成部分. 但由于高维可积模型的复杂性, 求得它的精确解非常困难. 近年来, 很多学者又提出了许多新的求解 NPDE 的方法, 如齐次平衡法^[15-18]、双曲函数法^[19-22]、sine-cosine 方法、Jacobi 椭圆函数展开法^[23-25]、同伦分析法^[26-38]等. 这些方法都可以借助近年发展起来的计算机代数系统得以部分甚至完全实现, 从而大大提高了工作效率.

同伦分析法是一种新的、一般性地求解强非线性问题的解析近似方法. 它在方法上彻底抛弃了小参数假设, 从根本上克服了传统摄动法的局限性; 在逻辑上包含了其他“非摄动方法”, 从而更具一般性^[26]. 该方法被成功用于解决科学研究中的许多非线性问题, 如非线性振动^[27,28]、边界层流动^[29,30]、

多孔介质中的黏性流动^[31]、非牛顿磁流体流动^[32]、深水中的非线性波^[33]、Thomas-Fermi 方程^[34]、Lane-Emden 方程^[35]、非线性演化方程的周期解^[36,37]等. 这些成功应用的例子表明, 同伦分析法具有广阔的应用领域, 对于解决很多非线性问题是行之有效的. 关于该方法的更多介绍, 请参看文献[26]. 但就作者所知, 用该方法求解高维 NPDE 孤立波解的报道似乎很少.

(2+1)维修正的 Kadomtsev-Petviashvili (mKP) 方程如下:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right] + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

其中 α, β, γ 为常数. mKP 方程可用来描述无磁场情况下双温离子尘埃等离子体中孤子受到横向扰动时波的演化^[39]. 本文用同伦分析法求解方程(1), 得到它的近似孤立波解, 该解与精确解符合得特别好, 表明该方法在求解一类高维非线性演化方程的孤立波解时仍十分有效.

2. 同伦分析法求解 mKP 方程

考虑方程(1)的行波解

$$u(x, y, t) = f(\xi), \quad (2)$$
$$\xi = k_1 x + k_2 y - \omega t + \xi_0,$$

其中 (k_1, k_2) 是波矢, ω 是波的圆频率, 均未知; ξ_0 是任意常数, 影响波的相位. 此时(1)式变为

^{*} 国家自然科学基金(批准号:10247008)资助的课题.

[†] E-mail: shiy04@lzu.cn

$$k_1[-\omega f' + \alpha k_1 f^2 f' + \beta k_1^3 f'''] + \gamma k_2^2 f'' = 0, \quad (3)$$

其中撇号表示 $\frac{d}{d\xi}$. (3) 式两边对 ξ 积分一次, 并取积分常数为零, 得

$$-cf' + \alpha f^2 f' + \beta \lambda f''' = 0, \quad (4)$$

其中

$$c = \frac{\omega}{k_1} - \gamma \frac{k_2^2}{k_1^2},$$

$$\lambda = k_1^2.$$

下面利用同伦分析法求解方程 (4) 的钟形孤立波解.

在求解之前对方程 (4) 的解进行一些分析很有必要. 不失一般性, 设 $\xi = 0$ 时波达到峰值, 其幅值为 A , 则 $f(\xi)$ 满足约束条件

$$\begin{aligned} f(0) &= A, \\ f'(0) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

由于波具有对称性, 故只需考虑 $\xi \geq 0$ 的范围. 另外, 当 $|\xi| \rightarrow +\infty$ 时, $f(\xi)$ 及其各阶导数均趋于零. 故可设想 $f(\xi)$ 能够表示为

$$f(\xi) = \sum_{m=1}^{+\infty} B_m e^{-m\xi} \quad (\xi \geq 0), \quad (6)$$

其中 $B_m (m = 1, 2, \dots)$ 是系数. (6) 式提供了同伦分析法中解的表达式.

定义线性微分算符

$$L = \frac{\partial^3}{\partial \xi^3} - \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad (7)$$

构造下列同伦 (称为零阶形变方程):

$$\begin{aligned} (1-q)L[F(\xi, q) - f_0(\xi)] \\ = qhM[F(\xi, q), \alpha(q), \lambda(q)], \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $q \in [0, 1]$ 是一个重要可变参数, h 是一个非零辅助参数,

$$f_0(\xi) = F(\xi, 0) = 2Ae^{-\xi} - Ae^{-2\xi},$$

且

$$\begin{aligned} M[F(\xi, q), \alpha(q), \lambda(q)] \\ = -\alpha(q) \frac{\partial F(\xi, q)}{\partial \xi} + \alpha F^2(\xi, q) \frac{\partial F(\xi, q)}{\partial \xi} \\ + \beta \lambda(q) \frac{\partial^3 F(\xi, q)}{\partial \xi^3}, \end{aligned} \quad (9)$$

$F(\xi, q)$ 满足约束条件

$$\begin{aligned} F(0, q) &= A, \\ \left. \frac{\partial F(\xi, q)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

当 $|\xi| \rightarrow +\infty$ 时, $F(\xi, q)$ 及 F 对 ξ 的各阶导数均趋于零.

从 (8)(9) 式可以看出, 当参量 q 从 0 变到 1

时, $F(\xi, q)$ 从 $f_0(\xi)$ 变为方程 (4) 的解 $f(\xi)$, 同时 $\alpha(q), \lambda(q)$ 也从某个初始猜测值 c_0, λ_0 变为方程 (4) 中的 c 和 λ . 若变化过程足够光滑, 则 $F(\xi, q), \alpha(q)$ 和 $\lambda(q)$ 可以展开为 q 的 Maclaurin 级数. 如果这三个级数在 $q = 1$ 点都收敛, 则有

$$\begin{aligned} f(\xi) &= F(\xi, q)|_{q=1} \\ &= F(\xi, 0) + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m!} \frac{\partial^m F(\xi, q)}{\partial q^m} \Big|_{q=0} \\ &= f_0(\xi) + \sum_{m=1}^{+\infty} f_m(\xi), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} c &= \alpha(q)|_{q=1} \\ &= \alpha(0) + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m!} \frac{d^m \alpha(q)}{dq^m} \Big|_{q=0} \\ &= c_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} c_m, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \lambda(q)|_{q=1} \\ &= \lambda(0) + \sum_{m=1}^{+\infty} \frac{1}{m!} \frac{d^m \lambda(q)}{dq^m} \Big|_{q=0} \\ &= \lambda_0 + \sum_{m=1}^{+\infty} \lambda_m, \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} f_m(\xi) &= \frac{1}{m!} \frac{\partial^m F(\xi, q)}{\partial q^m} \Big|_{q=0}, \\ c_m &= \frac{1}{m!} \frac{d^m \alpha(q)}{dq^m} \Big|_{q=0}, \\ \lambda_m &= \frac{1}{m!} \frac{d^m \lambda(q)}{dq^m} \Big|_{q=0} \end{aligned} \quad (14)$$

称为 m 阶形变导数.

方程 (8) 两边同时对 q 求导 m 次, 然后同除以 $m!$ 且取 $q = 0$, 可得如下关于 $f_m(\xi)$ 的 m 阶形变方程

$$L[f_m(\xi) - \chi_m f_{m-1}(\xi)] = h R_m(\xi) \quad (m \geq 1), \quad (15)$$

其中

$$\chi_m = \begin{cases} 0 & (m \leq 1), \\ 1 & (m > 1), \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} R_m(\xi) &= \frac{1}{(m-1)!} \frac{\partial^{m-1} M[F(\xi, q), \alpha(q), \lambda(q)]}{\partial q^{m-1}} \Big|_{q=0} \\ &= - \sum_{n=0}^{m-1} c_n f'_{m-1-n}(\xi) \\ &\quad + \alpha \sum_{n=0}^{m-1} \left(\sum_{k=0}^n f_k(\xi) f_{n-k}(\xi) \right) f'_{m-1-n}(\xi) \end{aligned}$$

$$+ \beta \sum_{n=0}^{m-1} \lambda_n f_{m-1-n}'''(\xi). \quad (17)$$

值得说明的是，方程(15)是一“递推”型方程，即当求解 $f_m(\xi)$ 时，除 c_{m-1} 和 λ_{m-1} 外其他量如 $c_k, \lambda_k, f_k(\xi) (k=0, 1, 2, \dots, m-2), f_{m-1}(\xi)$ 前面已经解出。而且方程(15)是关于 $f_m(\xi)$ 的线性微分方程，容易解出。

进一步，发现 $R_m(\xi)$ 可表示为

$$R_m(\xi) = \sum_{n=1}^{4m+2} \mu_{m,n} e^{-n\xi}, \quad (18)$$

其中 $\mu_{m,n}$ 是系数。考虑到方程(15)的特点， $e^{-\xi}$ 的系数 $\mu_{m,1}$ 应该为零，否则 $f_m(\xi)$ 中会出现形如 $\xi e^{-\xi}$ 的项，不符合解的表达式(6)，即应有

$$\mu_{m,1} = 0. \quad (19)$$

用(19)式可以确定 c_{m-1} 。对于方程(4)，计算给出

$$c_{m-1} = \beta \lambda_{m-1} \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (20)$$

把(18)式代入方程(15)解得

$$f_m(\xi) = -\frac{1}{h} \sum_{n=2}^{4m+2} \frac{\mu_{m,n} e^{-n\xi}}{n(n^2-1)} + \chi_m f_{m-1}(\xi) + C_{1,m} + C_{2,m} e^\xi + C_{3,m} e^{-\xi}, \quad (21)$$

其中 $C_{1,m}, C_{2,m}, C_{3,m}$ 是积分常数。由(6)式可知

$$C_{1,m} = C_{2,m} = 0. \quad (22)$$

由(10)式可得

$$\begin{aligned} f_0(0) &= A, \\ f_0'(0) &= 0, \\ f_m(0) &= f_m'(0) = 0 \quad (m > 0). \end{aligned} \quad (23)$$

一般情况下，通过联立求解(23)和(19)式，便可解出 $c_{m-1}, C_{3,m}$ 和 λ_{m-1} 。前面确定 $f_0(\xi)$ 时，已经使其满足了约束条件(23)式。

由(18)式可看出， $\mu_{m,n}$ 为 $e^{-n\xi}$ 项的系数，而 $R_m(\xi)$ 已由(17)式给出。所以借助计算机代数系统如 Mathematica 或 Maple 等可确定 $\mu_{m,n}$ 。

在实际计算中，最终得方程(4)的 M 阶近似解析解

$$\begin{aligned} f(\xi) &\approx \tilde{f}(\xi) = \sum_{m=0}^M f_m(\xi), \\ c &\approx \tilde{c} = \sum_{m=0}^{M-1} c_m, \\ \lambda &\approx \tilde{\lambda} = \sum_{m=0}^{M-1} \lambda_m. \end{aligned} \quad (24)$$

返回到原变量 x, y, t ，就得到方程(1)的近似解析解，这里为近似孤立波解。

3. 与精确解的比较

在实际计算中，用上述方法得到在某一阶截断的解，一般是方程(1)的近似解析解。为了解该解的近似程度，不妨与精确解作一比较。在变换(2)式下，方程(1)的精确解可用双曲函数法得到，

$$u(x, y, t) = f(\xi) = \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}} k_1 \operatorname{sech} \xi, \quad (25)$$

$$\xi = k_1 x + k_2 y - \omega t + \xi_0,$$

其中 k_1, k_2 为任意非零常数，

$$\omega = \beta k_1^3 + \gamma \frac{k_2^2}{k_1}.$$

波的振幅为

$$A = \sqrt{\frac{6\beta}{\alpha}} k_1.$$

可见对 mKP 方程(1)，波在横向(y 方向)的扰动不影响孤立波的振幅。(20)式表明：若级数(13)式收敛，则级数(12)式也收敛。进一步的计算表明，此时同伦分析法与精确解给出的 ω 是一致的。

在以上计算过程中有一重要参数 h ，一般可通过调节 h 的值以保证级数收敛。文献[26]一般性地证明了收敛的级数必是原方程的解。即只要级数(11)–(13)式收敛，则其和函数必是方程(4)的解。这使得我们在不知道精确解或数值解的情况下，仍可以判断近似解的有效性。图1显示了 $\alpha = 1, \beta = 1, A = 1, M = 12$ 时的 $\tilde{\lambda} - h$ 曲线，图中虚线所示为 λ ($\lambda = k_1^2$) 的精确值，约为 0.16666667。从图1可以看出，大约在 $-16 < h < -3$ 范围内，我们所得的解非常接近于 λ 的精确值。如当 $h = -10$ 时，(24)式给出

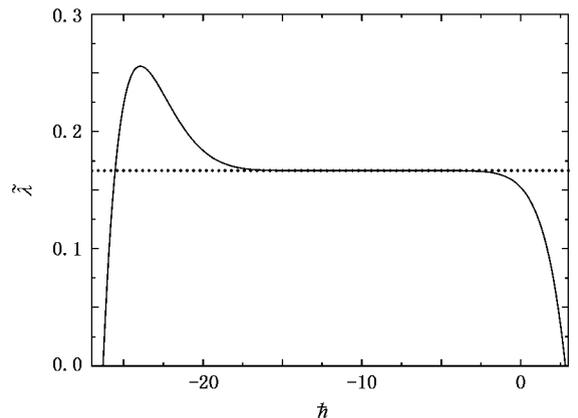


图1 $\tilde{\lambda} - h$ 曲线 实线为同伦分析法给出的值，圆点为精确值。
 $\alpha = 1, \beta = 1, A = 1, M = 12$

$\lambda \approx 0.16666662$, 与精确值相差很小. 图 2(a) 显示了取上述值时, $\tilde{f}(\xi)$ 与精确解 $f(\xi)$ 的比较; 图 2(b) 为绝对误差 $\epsilon(\xi) = f(\xi) - \tilde{f}(\xi)$ 随 ξ 的变化, 最大误差数量级为 10^{-7} , 说明同伦分析法给出的解与精确解符合得非常好. 当 $\alpha = 6, \beta = 1, A = 2, M = 12$ 时 $\tilde{\lambda} - h$ 曲线(图略)表明 h 的收敛范围大约为 $-0.7 < h < -0.1$, 此时 λ 的精确值为 4; $h = -0.4$ 时同伦分析法给出 $\lambda \approx 3.999999731$, 两者差别很

小. 图 3(a) 显示了所得近似解与精确解的比较, 图 3(b) 为相应的误差图, 均表明同伦分析法给出的近似解和精确解符合得非常好. 当 α 和 A 增大时, h 的收敛范围急剧变小. 实际计算表明, β 对 h 的收敛范围影响不大.

以上介绍的方法适合于求解 $\xi \geq 0$ 的范围. 对区域 $\xi \leq 0$, 完全可以用同伦分析法进行类似的求解. 由于我们考虑的解为偶函数, 故毋须另外求解 $\xi \leq 0$ 的区域, 作图时就利用了这一点.

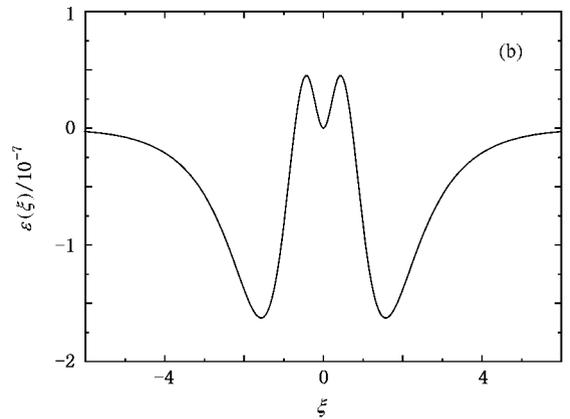
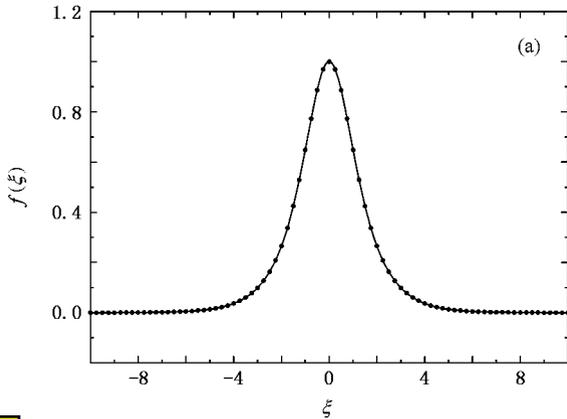


图 2 取 $\alpha = 1, \beta = 1, A = 1, M = 12, h = -10$ 时方程(4)近似解与精确解的比较 (a) 近似解与精确解, 实线为同伦分析法给出的解, 圆点为精确解; (b) 绝对误差

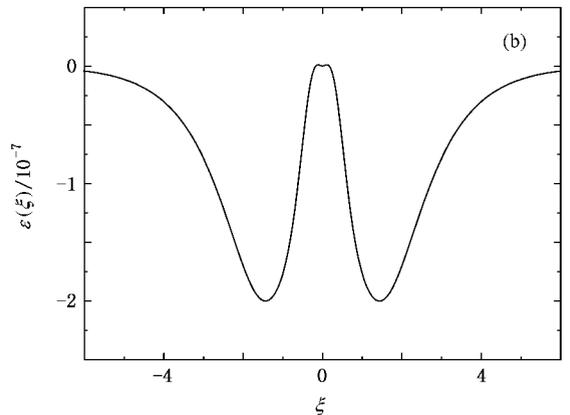
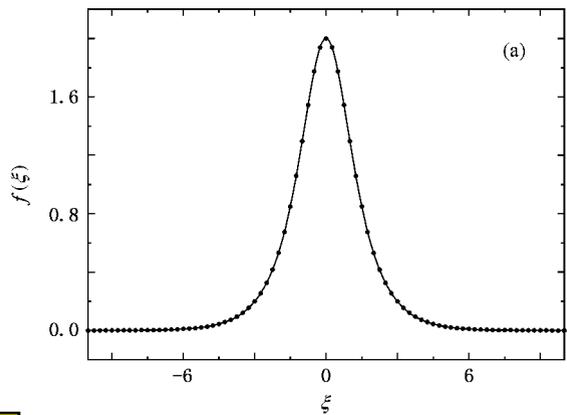


图 3 取 $\alpha = 6, \beta = 1, A = 2, M = 12, h = -0.4$ 时方程(4)近似解与精确解的比较 (a) 近似解与精确解, 实线为同伦分析法给出的解, 圆点为精确解; (b) 绝对误差

据作者所知, 同伦分析法对所得近似解与精确解之间的误差目前尚缺乏严格的理论分析, 一般做法是把所得解与实验结果、数值解或已知的精确解作比较. 如在文献 [38] 中, 作者用误差向量的 2-范数来判断近似解的逼近程度及级数的收敛性, 必需精确解已知. 对很多非线性问题, 精确解很难甚至无

法求出. 这种情况下可用残差来验证解的有效性.

记

$$\mathcal{T}(\xi) = -\tilde{c} \tilde{f}' + \alpha \tilde{f}^2 \tilde{f}' + \beta \tilde{\lambda} \tilde{f}''', \quad (26)$$

则当 $\mathcal{T}(\xi) \equiv 0$ 时, $\tilde{f}(\xi)$ 就是方程(4)的精确解. 一般情况下 $\mathcal{T}(\xi) \neq 0$, 则 $\max |\mathcal{T}(\xi)|$ 越小, 说明所得

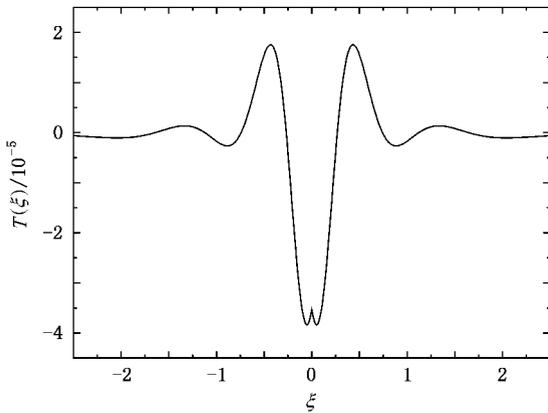


图4 取 $\alpha = 6, \beta = 1, A = 2, M = 12, \hbar = -0.4$ 时 $T(\xi)$ 的变化

解越接近方程(4)的精确解。图4为 $\alpha = 6, \beta = 1, A = 2, M = 12, \hbar = -0.4$ 时 $T(\xi)$ 的变化。从图4可见,

$\max |T(\xi)|$ 的数量级为 10^{-5} , 仍表明 $\tilde{f}(\xi)$ 是方程(4)的一个好的近似解。

4. 结 论

本文利用同伦分析法求解了(2+1)维 mKP 方程,得到了其孤立波的近似解析解,该解与精确解符合得非常好。研究发现,所用方法可以求解一大批非线性演化方程的孤立波解。说明同伦分析法在求解非线性演化方程的孤立波解时,仍然是一种行之有效的办法。同伦分析法以其思想的广泛性、方法的灵活性,在科学研究的各领域发挥着越来越重要的作用。我们相信在以后的研究中,同伦分析法的理论体系将日臻完善,必将对非线性科学的研究与发展作出其应有的贡献。

- [1] Dolan L 1997 *Nucl. Phys. B* **489** 245
- [2] Loutsenko I, Roubtsov D 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 3011
- [3] Tajiri M, Maesono H 1997 *Phys. Rev. E* **55** 3351
- [4] Wang L Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 181 (in Chinese) [王烈衍 2000 物理学报 **49** 181]
- [5] Gedalin M, Scott T G, Band B 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 448
- [6] Ruan H Y, Chen Y X 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 177 (in Chinese) [阮航宇、陈一新 2000 物理学报 **49** 177]
- [7] Ruan H Y, Chen Y X 2001 *Chin. Phys.* **10** 87
- [8] Duan W S, Lü K P, Wang B R, Wei R J 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 705 (in Chinese) [段文山、吕克璞、王本仁、魏荣爵 1998 物理学报 **47** 705]
- [9] Lü K P, Duan W S, Zhao J B, Wang B R, Wei R J 1999 *Acta Phys. Sin.* **48** 1969 (in Chinese) [吕克璞、段文山、赵金保、王本仁、魏荣爵 1999 物理学报 **48** 1969]
- [10] Lou S Y, Lin J, Yu J 1995 *Phys. Lett. A* **201** 47
- [11] Lou S Y 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1657 (in Chinese) [楼森岳 2000 物理学报 **49** 1657]
- [12] Lou S Y 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5027
- [13] Lin J, Lou S Y, Wang K L 2001 *Phys. Lett. A* **287** 257
- [14] Lin J, Wang K L 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 13 (in Chinese) [林机、汪克林 2001 物理学报 **50** 13]
- [15] Wang M L 1995 *Phys. Lett. A* **199** 169
- [16] Wang M L, Zhou Y B, Li Z B 1996 *Phys. Lett. A* **216** 67
- [17] Fan E G, Zhang H Q 1998 *Acta Phys. Sin.* **47** 353 (in Chinese) [范恩贵、张鸿庆 1998 物理学报 **47** 353]
- [18] Fan E G 2000 *Acta Phys. Sin.* **49** 1409 (in Chinese) [范恩贵 2000 物理学报 **49** 1409]
- [19] Zhang G X, Li Z B, Duan Y S 2000 *Sci. China A* **30** 1103 (in Chinese) [张桂成、李志斌、段一士 2000 中国科学 A **30** 1103]
- [20] Lü K P, Shi Y R, Duan W S, Zhao J B 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2074 (in Chinese) [吕克璞、石玉仁、段文山、赵金保 2001 物理学报 **50** 2074]
- [21] Shi Y R, Lü K P, Duan W S, Hong X R, Zhao J B, Yang H J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 267 (in Chinese) [石玉仁、吕克璞、段文山、洪学仁、赵金保、杨红娟 2003 物理学报 **52** 267]
- [22] Huang D J, Zhang H Q 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2434 (in Chinese) [黄定江、张鸿庆 2004 物理学报 **53** 2434]
- [23] Liu S K, Fu Z T, Liu S D, Zhao Q 2001 *Acta Phys. Sin.* **50** 2068 (in Chinese) [刘式适、付遵涛、刘式达、赵强 2001 物理学报 **50** 2068]
- [24] Liu S D, Fu Z T, Liu S K, Zhao Q 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 718 (in Chinese) [刘式达、付遵涛、刘式适、赵强 2002 物理学报 **51** 718]
- [25] Shi Y R, Guo P, Lü K P, Duan W S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3265 (in Chinese) [石玉仁、郭鹏、吕克璞、段文山 2004 物理学报 **53** 3265]
- [26] Liao S J, Chen C, Xu H 2006 *Beyond Perturbation: Introduction to the Homotopy Analysis Method* (Beijing: Science Press) (in Chinese) [廖世俊、陈晨、徐航 2006 超越摄动:同伦分析方法导论(北京:科学出版社)]
- [27] Liao S J 2003 *Int. J. Non-Linear Mech.* **38** 1173
- [28] Liao S J, Pop I 2004 *Int. J. Non-Linear Mech.* **39** 271
- [29] Liao S J 2004 *Appl. Math. Comput.* **147** 499
- [30] Liao S J 2002 *Int. J. Non-Linear Mech.* **37** 1
- [31] Ayub M, Rasheed A, Hayat T 2003 *Int. J. Eng. Sci.* **41** 2091
- [32] Liao S J 2003 *J. Fluid Mech.* **488** 189
- [33] Liao S J, Cheung K F 2003 *J. Eng. Math.* **45** 105
- [34] Liao S J 2003 *Appl. Math. Comput.* **144** 495
- [35] Liao S J 2003 *Appl. Math. Comput.* **142** 1

- [36] Wang C , Wu Y Y , Wu W 2004 *Wave Motion* **41** 329 55 1555]
- [37] Shi Y R , Xu X J , Wu Z X , Wang Y H , Yang H J , Duan W S , Li K P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1555 (in Chinese) [石玉仁、许新建、吴枝喜、汪映海、杨红娟、段文山、吕克璞 2006 物理学报
- [38] Abbasbandy S 2007 *Phys. Lett. A* **361** 478
- [39] Lin M M , Duan W S 2005 *Chaos Solitons Fract.* **23** 929

Solving solitary wave solutions of higher dimensional nonlinear evolution equations with the homotopy analysis method^{*}

Shi Yu-Ren^{1,2,†} Wang Ying-Hai¹⁾ Yang Hong-Juan²⁾ Duan Wen-Shan²⁾

¹ *Institute of Theoretical Physics , Lanzhou University , Lanzhou 730000 , China*

² *College of Physics and Electronic Engineering , Northwest Normal University , Lanzhou 730070 , China*

(Received 1 November 2006 ; revised manuscript received 23 March 2007)

Abstract

We obtained a class of approximate solitary wave solutions for the $(2 + 1)$ -dimensional modified Kadomtsev-Petviashvili equation by using the homotopy analysis method (HAM). The solutions obtained agree very well with the exact solutions. The results indicate that the HAM is still valid for solving solitary wave solutions of a class of higher dimensional evolution equations.

Keywords : homotopy analysis method , modified Kadomtsev-Petviashvili equation , solitary wave solution

PACC : 0340K , 0290

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 10247008).

[†] E-mail : shiyr04@lzu.cn