

# 等离子体加载耦合腔慢波结构色散分析\*

王 彬<sup>†</sup> 谢文楷

(电子科技大学物理电子学院, 成都 610054)

(2007 年 2 月 13 日收到, 2007 年 3 月 6 日收到修改稿)

利用磁化等离子体介电张量和纵向场分量法对任意大小轴向磁场中等离子体填充耦合腔慢波结构进行场分析, 得到磁化等离子体填充电子注通道电磁波场分量的轴对称精确解. 在此基础上, 建立耦合腔分区模型, 采用场匹配方法建立色散方程, 并数值计算得出不同等离子体密度及磁场下的耦合腔色散曲线. 对不同密度等离子体填充情况下的耦合腔色散特性、混合模式的形成机理以及等离子体空间电荷波进行了分析讨论.

关键词: 耦合腔慢波结构, 等离子体, 混合模式, 色散特性

PACC: 5275, 5240D

## 1. 引 言

在一般的真空微波管中填充入一定量的磁化等离子体, 会给微波管的带宽、功率、效率等各项性能指标带来本质上的改善, 使得其远远高于同类型的真空器件, 这一点已经从许多理论以及实验得到证明<sup>[1]</sup>. 一般而言, 等离子体的填充可以大大提高微波管的带宽、效率以及功率, 还可以去掉笨重的聚焦磁场, 这将大大减小整管的体积与重量. 随着等离子体微波电子学的发展, 微波等离子体的基础性研究变得越来越重要. 任意轴向磁场下等离子体波导中波的传播特性已经得到广泛、细致的研究<sup>[2,3]</sup>. 对于具体的慢波结构, 文献 2 对等离子体填充波纹波导结构的色散特性、功率流、耦合阻抗进行了详细的分析. 文献 4—6 对等离子体填充螺旋线慢波结构进行了研究, 得出磁化状态下的色散方程, 并对等离子体填充相对论行波管进行了讨论和分析, 为今后相对论等离子体微波管器件的研究打下基础. 文献 7 对等离子体填充耦合腔慢波结构中波的传播特性进行了研究, 但对等离子体填充电子注通道的场表达式并未考虑磁化等离子体 TE, TM 模式之间的耦合,

而仅考虑了单独的 TE 模式, 给计算带来一定误差. 本文将推导任意大小轴向磁场中等离子体耦合腔漂移通道中电磁场的精确解, 建立场匹配色散方程, 对等离子体填充耦合腔慢波结构的色散研究, 并讨论在不同磁场、等离子体参数条件下的色散特性, 得出较详细的结论.

## 2. 等离子体耦合腔慢波结构电子注漂移通道场分析

设波传播因子为  $e^{i\omega t - i\beta z}$ , 则磁化等离子体相对介电张量  $\boldsymbol{\epsilon}$  写为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & i\epsilon_2 & 0 \\ -i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}, \\ \epsilon_2 &= \frac{\omega_c \omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}, \\ \epsilon_3 &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

\* 国家自然科学基金(批准号: 60401006)、国防科技重点实验室基金(批准号: NKLC001-053)和武器装备预研基金(批准号: PJ06DJ0219)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: wb@uestc.edu.cn

这里  $\omega_c = \frac{eB_0}{m}$  为电子回旋频率,  $\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n_0}{\epsilon_0 m}}$  为等离子体频率, 其中  $m$  为电子质量,  $e$  为电子电量,  $B_0$  为外加轴向恒定磁场.

假定等离子体充满漂移通道, 求解麦克斯韦方程组可以得到等离子体区域的纵向耦合波方程以及场横向分量表达式<sup>[2]</sup>

$$\nabla_{\perp}^2 E_z + \left( \epsilon_3 k^2 - \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \beta^2 \right) E_z = i\beta\omega\mu_0 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} H_z, \tag{3}$$

$$\nabla_{\perp}^2 H_z + \left( \frac{\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2}{\epsilon_1} k^2 - \beta^2 \right) H_z = -i\beta\omega\epsilon_0 \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{\epsilon_1} E_z, \tag{4}$$

$$E_{\perp} = \frac{i}{D_1} [ -\beta e_2 \hat{z} \times \nabla_{\perp} E_z - e_2 \omega \mu_0 \nabla_{\perp} H_z - \beta e_1 \nabla_{\perp} E_z + e_1 \omega \mu_0 \hat{z} \times \nabla_{\perp} H_z ], \tag{5}$$

$$H_{\perp} = -\frac{i}{D_1} [ \omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) \hat{z} \times \nabla_{\perp} E_z + \beta e_1 \nabla_{\perp} H_z - i\omega \epsilon_0 \epsilon_2 \beta^2 \nabla_{\perp} E_z + \beta e_2 \hat{z} \times \nabla_{\perp} H_z ]. \tag{6}$$

这里  $\nabla_{\perp}$  是梯度算子的横向部分,

$$\begin{aligned} e_1 &= \epsilon_1 k^2 - \beta^2, \\ e_2 &= i\epsilon_2 k^2, \\ D_1 &= e_1^2 - \epsilon_2^2 k^4. \end{aligned}$$

求解耦合波方程(3)(4)可得波动方程

$$[\nabla_{\perp}^4 + (a_1 + a_3)\nabla_{\perp}^2 + (a_1 a_3 - a_2 a_4)] E_z = 0, \tag{7}$$

$$[\nabla_{\perp}^4 + (a_1 + a_3)\nabla_{\perp}^2 + (a_1 a_3 - a_2 a_4)] H_z = 0. \tag{8}$$

由方程(7)可以得出

$$(\nabla_{\perp}^2 + p_1^2)(\nabla_{\perp}^2 + p_2^2) E_z = 0. \tag{9}$$

这里

$$\begin{aligned} a_1 &= \epsilon_3 k^2 - \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} \beta^2, \\ a_2 &= i\beta\omega\mu_0 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}, \\ a_3 &= \left( \frac{\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2}{\epsilon_1} k^2 - \beta^2 \right), \\ a_4 &= -i\beta\omega\epsilon_0 \frac{\epsilon_2 \epsilon_3}{\epsilon_1}, \end{aligned}$$

$$p_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \{ (a_1 + a_3) \pm [(a_1 + a_3)^2 - 4(a_1 a_3 - a_2 a_4)]^{1/2} \}.$$

图 1 为等离子体填充耦合腔慢波结构示意图.

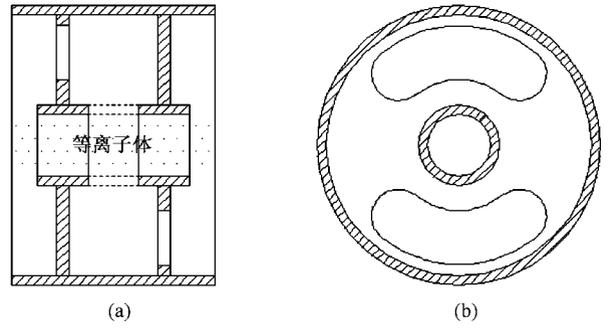


图 1 等离子体填充耦合腔慢波结构示意图 (a)剖面图, (b)侧视图

假设等离子体只存在于电子漂移通道, 根据 Floquet 定理, 由(9)式可以得到耦合腔慢波结构电子漂移通道中的轴对称场解如下:

$$E_z = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [ A_s J_0(p_1 r) + B_s J_0(p_2 r) ] e^{-i\beta_s z}. \tag{10}$$

由(3)–(6)式, 可得其余场分量表达式

$$H_z = \sum_{s=-\infty}^{\infty} [ h_1 A_s J_0(p_1 r) + h_2 B_s J_0(p_2 r) ] e^{-i\beta_s z}, \tag{11}$$

$$E_r = -\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{i}{D_1} [ \beta_s e_1 e_{\perp} + e_2 \omega \mu_0 h_{\perp} ] e^{-i\beta_s z} \tag{12}$$

$$E_{\phi} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{i}{D_1} [ -\beta_s e_2 e_{\perp} + e_1 \omega \mu_0 h_{\perp} ] e^{-i\beta_s z} \tag{13}$$

$$H_r = -\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{i}{D_1} [ -i\omega \epsilon_0 \epsilon_2 \beta_s^2 e_{\perp} + \beta_s e_1 h_{\perp} ] e^{-i\beta_s z}, \tag{14}$$

$$H_{\phi} = -\sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{i}{D_1} [ \omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) e_{\perp} + \beta_s e_2 h_{\perp} ] e^{-i\beta_s z}. \tag{15}$$

式中  $\beta_s$  为第  $s$  次空间谐波传播常数, 这里

$$\begin{aligned} h_{1,2} &= \frac{a_1 - p_{1,2}^2}{a_2}, \\ e_{\perp} &= -[ A_s p_1 J_1(p_1 r) + B_s p_2 J_1(p_2 r) ], \\ h_{\perp} &= -[ h_1 A_s p_1 J_1(p_1 r) + h_2 B_s p_2 J_1(p_2 r) ], \\ \beta_s &= \frac{\psi + 2s\pi}{2L}, \end{aligned}$$

其中  $\psi$  为腔相邻单元之间的波相位角,  $L$  为半周期长度.

对于耦合腔慢波结构漂移通道, 其隙宽为  $2g$ , 根据间隙场的特性, 给出边界场分布<sup>[8,9]</sup>

$$E_z|_{r=a} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} N_n \sqrt{\frac{1+\delta_n}{2}} \frac{1}{g} \cos\left(\frac{n\pi z}{g}\right) & (|z| < g) \\ 0 & (g \leq |z| \leq L), \end{cases} \quad (16)$$

$$E_\varphi|_{r=a} = 0.$$

将(16)式代入(10)(13)式,并在一个周期内积分,求解后可得到场展开系数

$$A_s = -\frac{Q_2 Q}{Q_1 J_0(p_2 a) - Q_2 J_0(p_1 a)}, \quad (17)$$

$$B_s = \frac{Q_1 Q}{Q_1 J_0(p_2 a) - Q_2 J_0(p_1 a)}.$$

这里

$$Q = \sum_{n=0}^{\infty} N_n \sqrt{\frac{(1+\delta_n)}{2}} \frac{(-1)^n}{1 - \left(\frac{n\pi}{\beta_s g}\right)^2} \frac{\sin(\beta_s g)}{\beta_s g} \frac{1}{L},$$

$$Q_1 = [\beta_s e_2 - e_1 \omega \mu_0 h_1] p_1 J_1(p_1 a),$$

$$Q_2 = [\beta_s e_2 - e_1 \omega \mu_0 h_2] p_2 J_1(p_2 a),$$

其中  $\delta_n$  为狄拉克函数,  $N_n$  为与场幅值相关的展开系数.

$$\delta_s = \begin{cases} 1 & (n = 0), \\ 0 & (n \neq 0). \end{cases}$$

### 3. 等离子体填充耦合腔慢波结构色散分析

#### 3.1. 色散方程建立

耦合腔慢波结构色散方程的获得可以参照文献[8]的方法,建立分区域模型,进行边界场匹配,并采用矩量法结合并矢格林函数得出导纳矩阵,建立用于数值计算的色散方程.经过验证,此种方法所得结果较以往的线路理论方法得出结果更为精确.对于本文所讨论的等离子体填充情况,色散方程仍可采用文献[8]中的形式,不同之处是要将文献[8]中算子  $L_3\{\phi_n\}$  变为等离子体填充形式,即

$$L_3\{\phi_n\} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{i}{D_1} \{ [\omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) + \beta_s e_2 h_1] A'_{s,p_1} J_1(p_1 r) + [\omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) + \beta_s e_2 h_2] B'_{s,p_2} J_1(p_2 r) \} \quad (18)$$

式中

$$A'_s = -\frac{Q_2 Q'}{Q_1 J_0(p_2 a) - Q_2 J_0(p_1 a)},$$

$$B'_s = \frac{Q_1 Q'}{Q_1 J_0(p_2 a) - Q_2 J_0(p_1 a)},$$

$$Q' = \sqrt{\frac{1+\delta_n}{2}} \frac{(-1)^n}{1 - \left(\frac{n\pi}{\beta_s g}\right)^2} \frac{\sin(\beta_s g)}{\beta_s g} \frac{1}{L}.$$

由  $L_3\{\phi_n\}$  可以得出相应的等离子体电子注通道的导纳矩阵元  $Y_{33}$  中的等离子体项,

$$Y_{33}\{\phi_n\}_{\text{plasma}} = 2\pi i a \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{Q''}{D_1} \{ [\omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) + \beta_s e_2 h_1] A'_{s,p_1} J_1(p_1 a) + [\omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i\epsilon_2 e_2) + \beta_s e_2 h_2] B'_{s,p_2} J_1(p_2 a) \}, \quad (19)$$

式中

$$Q'' = \sqrt{\frac{1+\delta_m}{2}} \frac{(-1)^m}{1 - \left(\frac{m\pi}{\beta_s g}\right)^2} \frac{\sin(\beta_s g)}{\beta_s g}.$$

#### 3.2. 低密度等离子体填充色散分析

在低密度等离子体填充情况( $\omega_p < \omega$ ),对色散方程进行数值计算,得到等离子体加载耦合腔色散曲线.用因子  $d/c$  ( $d$  为耦合腔结构内半径,  $c$  为真空光速)对等离子体频率  $\omega_p$ 、电子回旋频率  $\omega_c$ 、电磁波频率  $\omega$  进行归一化处理,令

$$\Omega_p = \omega_p d/c,$$

$$\Omega_c = \omega_c d/c,$$

$$\Omega = \omega d/c.$$

图2为等离子体加载耦合腔慢波结构腔膜归一化色散曲线.图2(a)为相同磁场( $\Omega_c = 0.15$ )不同等离子体填充密度情况下的腔模色散曲线,可以看到增大等离子体频率  $\Omega_p$  将导致腔模频率上移,而带宽并没明显变化.从图2(b)可以看出,相同等离子体填充密度( $\Omega_p = 0.15$ )情况下,改变磁场大小对腔模本征频率以及带宽的影响并不明显.

研究表明,在低密度等离子体填充情况下,保持轴向磁场不变,耦合腔慢波结构腔通带本征频率将随等离子体密度增大而上移,但带宽未见明显改善.保持等离子体密度不变,改变纵向磁场大小对耦合腔通带本征频率、带宽均无太大影响.由此可见,低

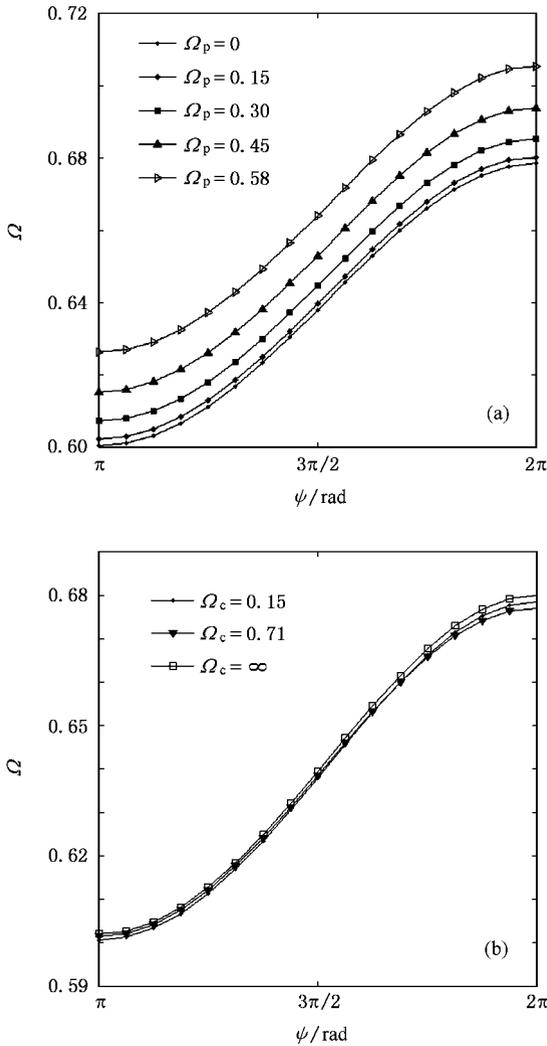


图2 等离子体填充耦合腔慢波结构腔模色散曲线 (a)相同磁场 ( $\Omega_c = 0.15$ ) ,不同等离子体密度的等离子体-腔模色散曲线 ; (b)同一等离子体密度 ( $\Omega_p = 0.15$ ) ,不同轴向磁场大小的等离子体-腔模色散曲线

密度的等离子体填充,不会给耦合腔慢波结构腔通带的频率、带宽带来太大的改善.其原因如下:当填充低密度等离子体 ( $\omega_p < \omega$ ),在纵向场分量表达式(10)(11)中,横向波数  $p_1, p_2$  一般为虚数,则纵向场分量在径向分布应当用变态贝塞尔函数的叠加来描述.这与真空情况场分布趋势是一致的.因此,低密度等离子体填充对耦合腔色散特性不会造成太大影响.

### 3.3. 高密度等离子体填充色散分析

当等离子体频率大于腔通带频率 ( $\omega_p > \omega$ ) 并且存在轴向引导磁场的时候,由于介电张量的轴向分量  $\epsilon_3 < 0$ ,可以使得横向波数  $p_1, p_2$  变为实数,电子

注通道中的场分量表达式为实宗量贝塞尔函数的叠加.纵向场分布与真空系统相比较发生了质的变化.此时等离子体将产生强烈的振荡,出现了无穷阶类似于等离子体波导模(TG模式<sup>[10]</sup>或是EH/HE模式<sup>[2]</sup>)的周期等离子体空间电荷波<sup>[11]</sup>.同时,产生了无穷阶腔-等离子体混合模<sup>[7]</sup>,形成混合模与周期等离子体空间电荷波密度谱.色散方程求解时,在很小的取值区间将出现无穷多个根和无穷多个奇异值,其数值结果如图3所示.从图3可以看到,在等离子体频率  $\omega_p$  以下,出现了许多的等离子体空间电荷波以及受等离子体填充影响的结构模式——混合模.这些模式几乎充满整个频谱空间,模式之间不易辨认.模式分离需要将色散方程中的导纳矩阵元展开.由于耦合腔慢波结构的电子注通道不是纯电型边界,因此不能用典型的TG模式或者是EH/HE模式直接对其导纳矩阵元进行展开.结合等离子体振荡与电子注通道本身结构特性,可以将导纳矩阵元  $Y_{33} \{ \phi_n \}_{\text{plasma}}$  展开成如下形式:

$$Y_{33} \{ \phi_m \}_{\text{plasma}} = 2\pi a^2 i \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{Q'' Q'}{D_1} \times [f(v_2 - v_1) + u(g_2 - g_1)] \times \frac{p_1^2 p_2^2 H_1 H_2}{p_1^2 H_1(u - v_1) - p_2^2 H_2(u - v_2)} \quad (20)$$

这里

$$f = \omega \epsilon_0 (\epsilon_1 e_1 + i \epsilon_2 e_2),$$

$$v_1 = e_1 \omega \mu_0 h_1,$$

$$v_2 = e_1 \omega \mu_0 h_2,$$

$$u = \beta_s e_2,$$

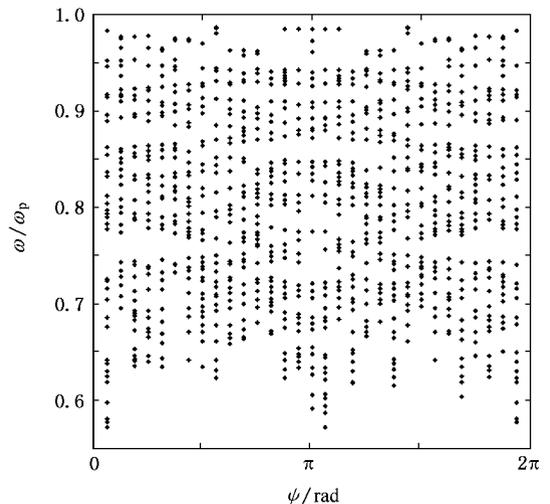


图3 等离子体密度谱

$$g_1 = \beta_s e_2 h_1,$$

$$g_2 = \beta_s e_2 h_2,$$

$$H_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ [J'_0(\kappa_{cn}a)]^2 \frac{1}{(\kappa_{cn}^2 - p_1^2)I_n} \right\},$$

$$H_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ [J'_0(\kappa_{cn}a)]^2 \frac{1}{(\kappa_{cn}^2 - p_2^2)I_n} \right\},$$

其中  $\kappa_{cn}$  为电子注通道的横向本征值,即方程  $J_0(\kappa_{cn}a) = 0$  的第  $n$  个根,  $I_n$  为归一化系数,

$$I_n = \int_0^a J_0^2(\kappa_{cn}r) r dr.$$

在 (20) 式中,求和下标  $s$  代表空间谐波次数,  $H_1, H_2$  表达式中的求和下标  $n$  为等离子体振荡的阶数,  $n$  取无穷项,则色散图成为密度谱,  $n$  取有限项,便可以将模式从密度谱中分离出来,并可以得出

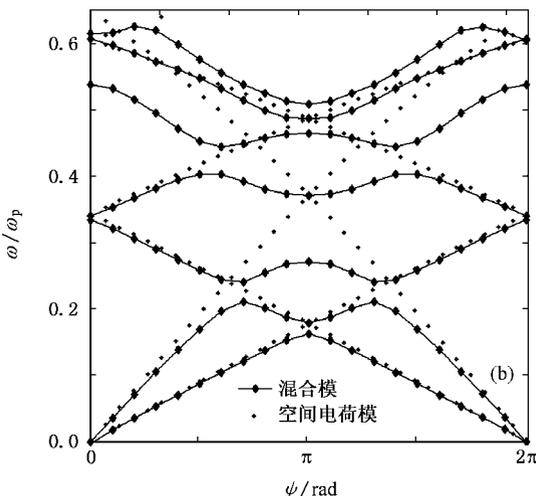
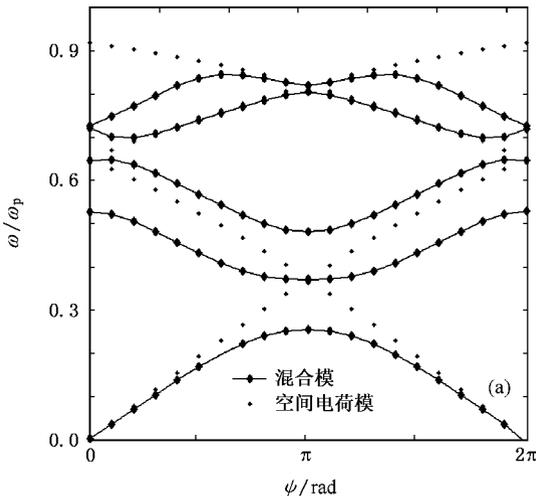


图 4 分离出混合模式以及等离子体空间电荷波的等离子体填充耦合腔色散曲线 (a) 考虑最低阶等离子体振荡的色散曲线, (b) 考虑最低两次等离子体振荡的色散曲线

相应的混合模式.

只考虑最低阶的一次、二次等离子体振荡,分别取  $n=0, n=1$ , 对色散方程进行数值计算,得到的色散曲线如图 4 所示. 图 4(a) 仅考虑最低阶等离子体振荡的色散曲线, 图 4(b) 考虑了最低两种等离子体振荡的色散曲线. 图 4 中的点为周期等离子体空间电荷波, 色散方程的奇点, 当填充的等离子体达到一定浓度, 由等离子体电子在电场回复力作用下振荡形成. 这种等离子体空间电荷波出现在周期结构中其色散与结构模式一样, 以周期形式出现, 但是它本身不能与电子注发生相互作用. 阶次越低, 则等离子体空间电荷波频率越高. 图 4 中点划线代表混合模式, 混合模式为色散方程的根, 能够与电子注作用, 交换能量. 混合模式较低密度等离子体填充情况下受等离子体填充影响的耦合腔模色散曲线已经有了很大变化. 图 4(a) 中, 如果允许行波管跳模工作在最低二次、三次混合模式上, 器件的带宽将比真空情况有很大改善<sup>[7]</sup>. 我们可以看到, 频率越靠近等离子体振荡频率, 其模式密度越大, 这也是等离子体空间电荷波的特性造成的. 由此可以推断, 如果取  $n = \infty$ , 即考虑所有阶次的等离子体振荡, 那么色散空间将被等离子体空间电荷波以及混合模式的密度谱所填满, 这正好验证了图 3 的结果. 考虑的等离子体振荡次数越多, 空间电荷波与混合模式越密集, 色散曲线也越复杂.

### 3.4. 最低阶等离子体振荡混合模式分析

对于等离子体耦合腔行波管, 一般取  $n=0$  (即只考虑最低阶等离子体振荡) 时的最低二次、三次混合模式作为工作模式. 因此, 有必要对这种情况下的不同等离子体以及磁场参量的混合模式色散进行详细的讨论.

与以上的讨论相同, 分别采用  $\Omega_p = \omega_p d/c$ ,  $\Omega_c = \omega_c d/c$ ,  $\Omega = \omega d/c$  为归一化等离子体频率、磁场频率以及电磁场频率. 首先保持等离子体频率恒定 (即等离子体密度恒定) 且满足  $\Omega_p > \Omega$ , 改变磁场大小, 对色散方程进行数值计算, 所得结果如图 5 所示. 为了方便与真空情况对比分析, 还用另外的色散计算程序在图中给出真空腔膜的色散. 从图 5 可以看到: 随着磁场频率的增大, 混合模式以及等离子体空间电荷波频率也将上移. 当混合模式频率接近或者超过真空腔模时, 由于受到耦合腔结构的影响, 混合模式色散曲线的曲率会随着真空腔模的形状而改变,

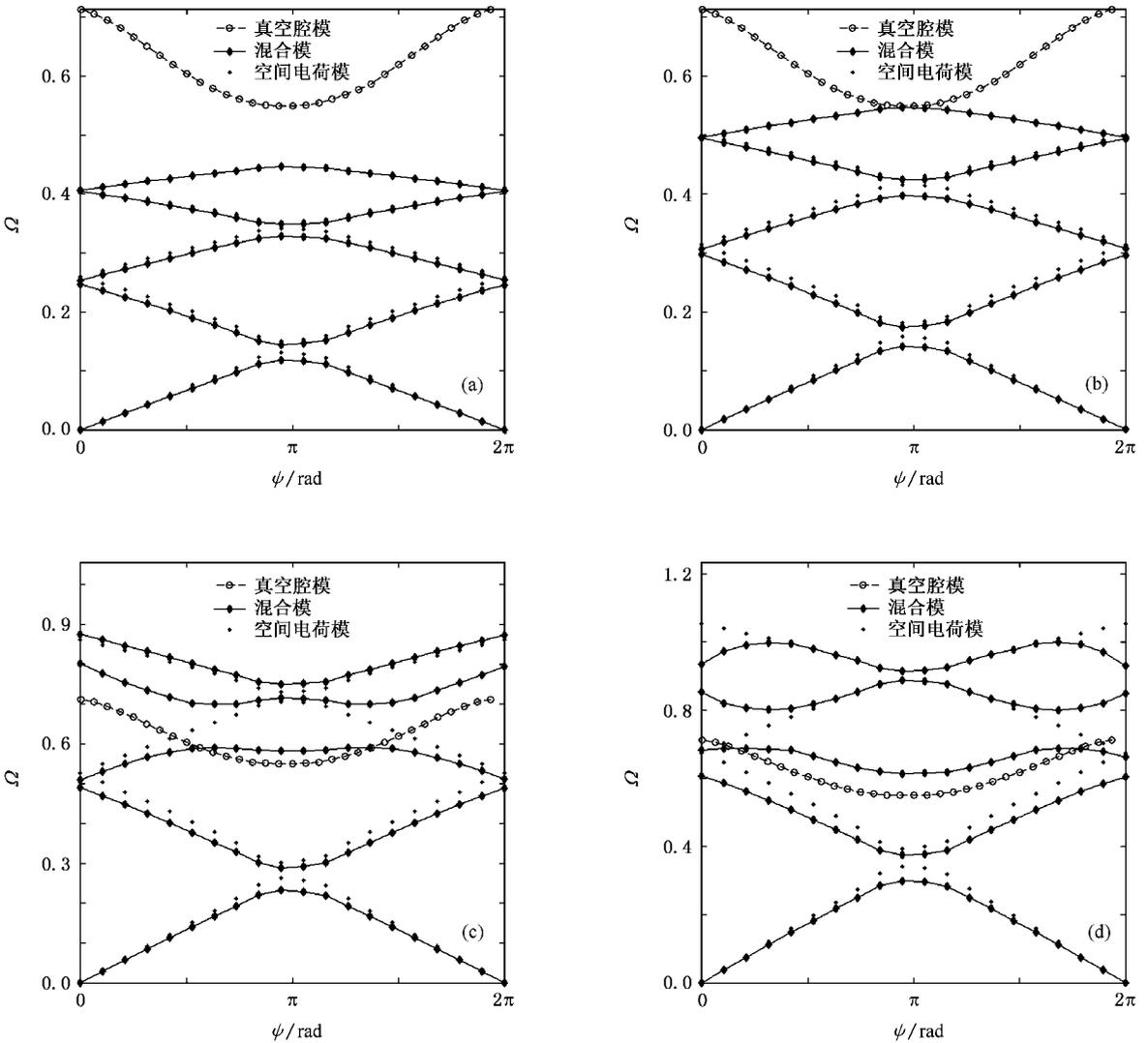


图 5 相同等离子体振荡频率 ( $\Omega_p = 1.44$ ) 增大磁场频率对色散的影响 (a)  $\Omega_c = 0.58$  (b)  $\Omega_c = 0.72$  (c)  $\Omega_c = 1.58$  (d)  $\Omega_c = 5.76$

造成混合模式靠近相位角  $\psi = \pi$  的频点频率随磁场增大而快速上升,而靠近  $\psi = 0$  以及  $\psi = 2\pi$  的频点频率随磁场增大上升较慢.等离子体空间电荷波色散曲线的形状却不改变,仅仅是频率升高.

保持磁场不变,维持一个恒定的磁回旋频率,增大等离子体填充密度,通过对色散方程的数值计算,所得结果如图 6 所示.从图 6 可以看到,与图 5 中情况不同,在磁场恒定条件下增大等离子体填充密度并不会使混合模式以及空间电荷波频率一直保持增大的趋势,而是随着等离子体密度增大达到一个极值以后又逐渐回落.

分析图 5、图 6 可知,当混合模式色散曲线“接近”腔模色散时,它的形状要受到腔模色散曲线的“影响”而弯曲,改变原来的形状,而空间电荷波模式

色散形状并不受腔模色散曲线影响而改变形状.这是因为这种等离子体空间电荷波是由等离子体本身特性产生的,并不会受到耦合腔结构的影响或者影响并不大.而混合模式的特性不仅取决于等离子体填充密度和受磁场大小的影响,还将受到耦合腔结构本身特性的影响,是等离子体模式与耦合腔慢波结构模的混合体.这就是混合模式的产生机理.

混合模式受以下三个方面影响 (1) 耦合腔慢波结构尺寸.混合模式色散会在原先真空色散曲线的位置发生弯曲而偏离原先的形状说明了混合模式的色散特性——包括频率、带宽等将会受到耦合腔慢波本身结构尺寸的影响.(2) 等离子体密度.当等离子体密度大到一定程度 ( $\omega_p > \omega$ ) 时,在磁场条件下将会产生混合模式,其频率会随着等离子体密度增

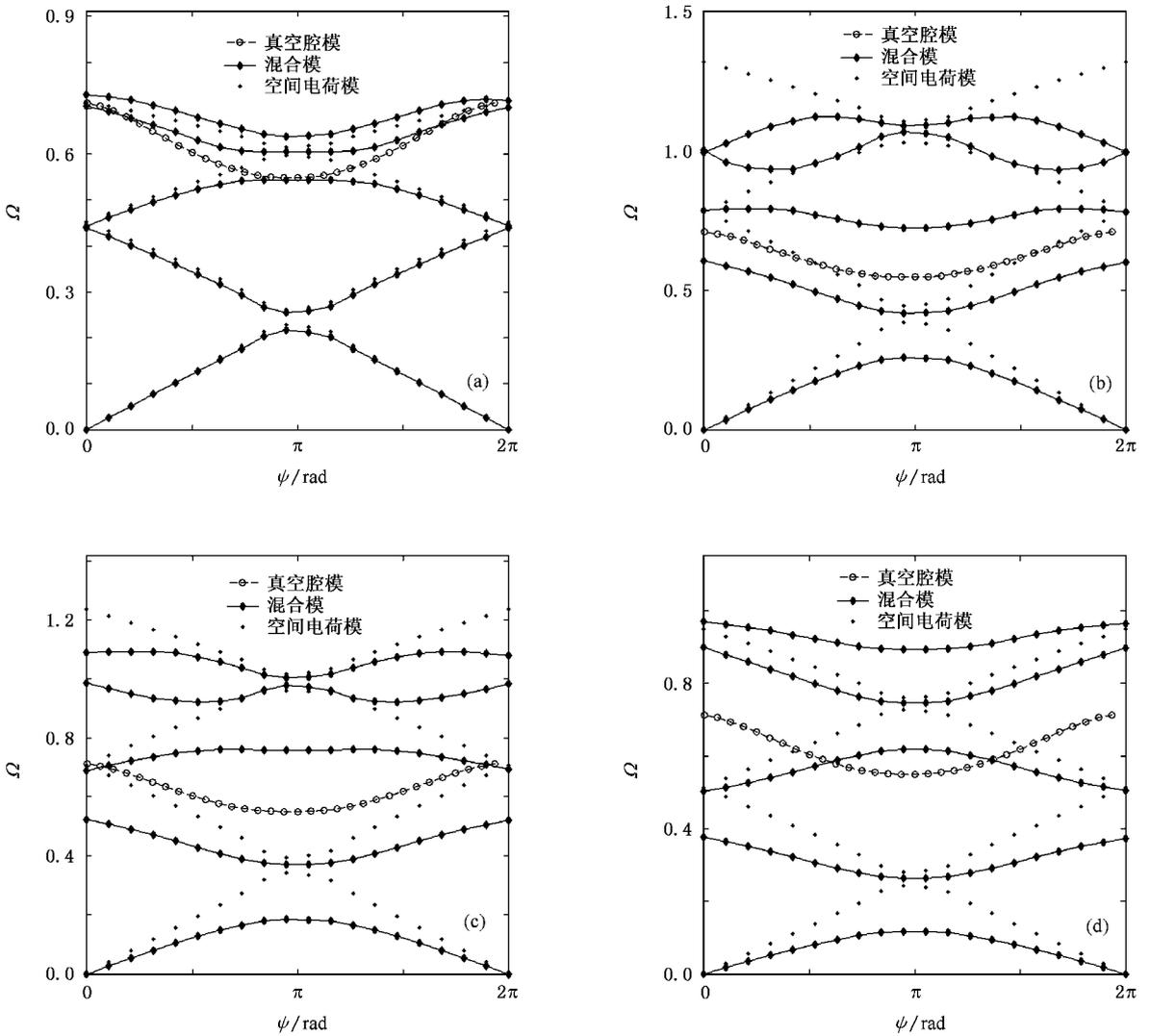


图6 相同回旋频率( $\Omega_c = 2.16$ )增大等离子体密度对色散的影响 (a)  $\Omega_p = 1.00$  (b)  $\Omega_p = 3.02$  (c)  $\Omega_p = 5.76$  (d)  $\Omega_p = 10.0$

大先上升后下降。(3) 磁场大小. 在没有外加磁场的情况下, 不论填充的等离子体密度多大, 都不会产生混合模式. 这是因为非磁化等离子体不是各向异性介质, 不会从本质上改变电磁波的场分布. 当外加轴向磁场频率达到可以与工作频率相比拟的量级而等离子体填充密度又比较大的时候, 可以产生混合模式. 混合模式的频率会随着磁场的增大上升, 当磁场趋于无穷大时, 混合模式频率达到一个极值. 此时等离子体介电张量变为一个  $3 \times 3$  的对角矩阵, 等离子体区域中的 TE, TM 波之间无耦合, 变为一种单波情况. 这种情况文献 [7] 已进行了讨论.

#### 4. 等离子体空间电荷波

等离子体空间电荷波色散的形状不受耦合腔结

构的影响, 也不能与电子注相互作用, 但能在一定程度上决定混合模式的频率大小. 我们从色散方程分析空间电荷波的成因, 由于等离子体空间电荷波产生的根本原因是高密度等离子体的加载, 观察色散方程中的等离子体项来分析其成因. 在含有等离子体项的导纳矩阵元  $Y_{33} \{ \phi_m \}_{\text{plasma}}$  中, 令其参量  $H_{1,2}$  的分母项为零, 即

$$\kappa_{cn}^2 - p_{1,2}^2 = 0. \quad (21)$$

这就是各阶次等离子体空间电荷波的色散方程, 按这个色散方程进行数值计算, 即可以得到各阶次等离子体空间电荷波的色散曲线. 这里我们考虑最简单的情况, 即  $\kappa_{cn}$  取最低阶的本征值, 并在  $p_{1,2}$  中轴向波数  $\beta_n$  只取零次空间谐波波数  $\beta_0$  (基波), 研究在不同等离子体密度及磁场情况下等离子体空间电荷

波的色散情况, 结果如图 7 所示. 图 7(a) 是在相同等离子体密度条件下, 不同磁场时的空间电荷波色散曲线. 从图 7(a) 可以看出, 在相同等离子体密度情况下, 磁场越大, 则空间电荷波色散上升就越陡. 从图 7(b) 可以看到, 在保持恒定的磁场, 增大等离子体密度的情况下等离子体空间电荷波频率并不是一直增大, 达到一个极大值以后开始回落. 这也是造成相同磁场情况下混合模式频率随等离子体频率的增大先是上升, 达到一个最大值后下降的原因.

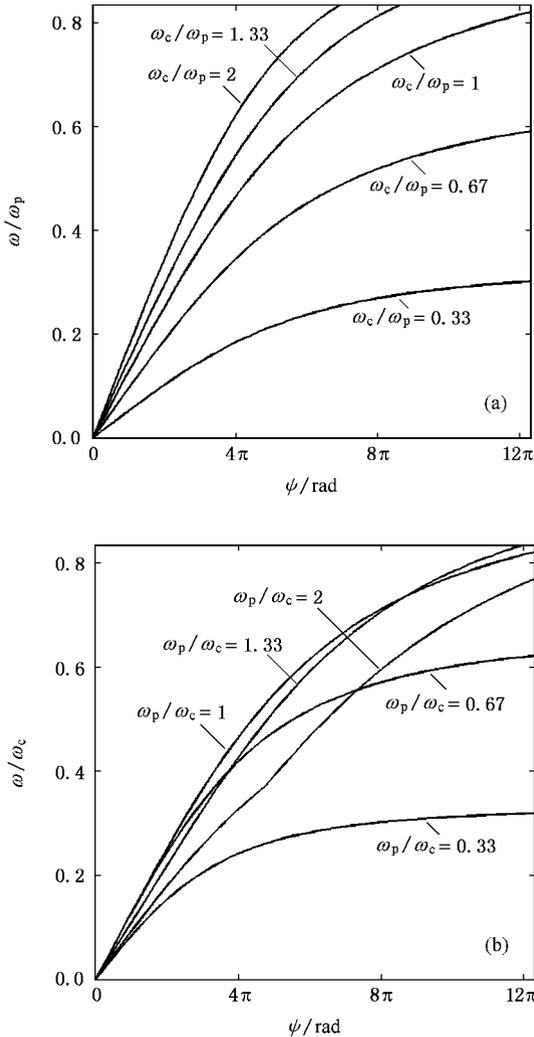


图 7 最低阶的耦合腔等离子体空间电荷波 (a) 等离子体频率不变 改变磁场的情况 (b) 磁场大小不变 改变等离子体频率的情况

体波导模(TG 模式<sup>[10]</sup>)的色散方程. 因此, 耦合腔中的等离子体空间电荷波与 TG 模式十分类似. 又因为存在于周期系统中, 它又与周期等离子体波导模(PPG 模<sup>[12]</sup>)相似. 无外加磁场时, 系统中不会产生等离子体空间电荷波, 这一点与 TG 模式以及 PPG 模式相同. 然而 TG 模式和 PPG 模式对填充的等离子体密度并无要求, 只要系统中存在磁化等离子体就会产生. 在耦合腔慢波结构中, 等离子体频率必须超过一个阈值, 才会出现等离子体空间电荷波, 而这个阈值是由耦合腔慢波结构本身决定的, 为其真空腔模的频率上边界, 这一点特性与 TG 模式和 PPG 模式不同.

## 5. 结 论

本文采用等离子体流体理论结合纵向场分量法以及 Floquet 定理, 对等离子体耦合腔慢波结构进行场分析, 得到磁化等离子体电子注通道精确轴对称场解, 并在此基础上建立场匹配色散方程. 在低密度等离子体填充( $\omega_p < \omega$ )情况下, 耦合腔腔模频率会随着等离子体密度增大而略微上升, 但带宽未见明显改善. 当填充的等离子体密度达到一定浓度( $\omega_p > \omega$ )而又存在轴向磁场时, 耦合腔慢波结构中将会出现非常丰富的等离子体空间电荷波和等离子体混-腔混合模式, 在色散空间形成密度谱. 模式分离后, 研究了最简单一种情况(只考虑最低阶等离子体振荡)下的混合模式, 混合模式色散特性由耦合腔结构尺寸、等离子体填充密度和磁场大小三个方面因素决定.

等离子体空间电荷波是耦合腔慢波结构中的独特产物, 它与 TG 模式、PPG 模式既有相似之处, 也有不同的地方. 这是由于 TG 模式是光滑波导、PPG 模式是波纹波导模式, 波导系统是纯电壁边界, 而耦合腔的电子注通道并非纯电壁边界, 耦合腔中等离子体空间电荷波的形成要求等离子体密度较大而且存在外加磁场.

本文的研究工作为等离子体耦合腔行波管工作模式选择、耦合阻抗计算以及小信号增益计算打下了基础.

当磁场无穷大时, 化简(21)式可以得到等离子

- [ 1 ] Nusinovich G S , Carmel Y , Thomas M A , Goebel D M , Santoru J 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 628
- [ 2 ] Liu S G , Lee J K , Zhu D J , Yan Y , Song L Q 1996 *Sci. China E* **26** 348 ( in Chinese ) [ 刘盛纲、Lee J K、祝大军、鄢 扬、宋立群 1996 *中国科学 E* **26** 348 ]
- [ 3 ] Zhu D J , Liu S G 1997 *Acta Electron. Sin.* **25** 34 ( in Chinese ) [ 祝大军、刘盛纲 1997 *电子学报* **25** 34 ]
- [ 4 ] Xie H Q , Liu P K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 3514 ( in Chinese ) [ 谢鸿全、刘濮鲲 2006 *物理学报* **55** 3514 ]
- [ 5 ] Xie H Q , Liu P K 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 2397 ( in Chinese ) [ 谢鸿全、刘濮鲲 2006 *物理学报* **55** 2397 ]
- [ 6 ] Liu P K , Xie H Q 2007 *Chin. Phys.* **16** 766
- [ 7 ] Zavjaiov M A , Mitin L A , Perevodchicov V I , Tskhai V N , Shapiro A L 1994 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **22** 600
- [ 8 ] Zhang Z H , Wu H S 1986 *Acta Electron. Sin.* **14** 7 ( in Chinese ) [ 张昭洪、吴鸿适 1986 *电子学报* **14** 7 ]
- [ 9 ] Henry G K , Garland M B Jr 1973 *IEEE Trans. Electron. Dev.* **20** 621
- [ 10 ] Trivelpiece A W , Gould R W 1959 *J. Appl. Phys.* **30** 1784
- [ 11 ] Nusinovich G S , Mitin L A , Vlasov A N 1997 *Phys. Plasmas* **4** 4394
- [ 12 ] Lou W R , Carmel Y , Antonsen M , Destler W W , Granatstein V L 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2481

## Dispersion analysis of a coupled-cavity slow wave structure filled with plasma<sup>\*</sup>

Wang Bin<sup>†</sup> Xie Wen-Kai

( School of Physical Electronics , University of Electronic Science and Technology of China , Chengdu 610054 , China )

( Received 13 February 2007 ; revised manuscript received 6 March 2007 )

### Abstract

Utilizing the method of longitudinal field and the dielectric tensor of the magnetized plasma , the accurate expressions for the field in the plasma drifting channel were derived. Under given boundary conditions and using the moments method , the dispersion relations were obtained. The dispersion characteristics in low-density and high-density loaded plasmas were studied. The plasma space-charge wave and the formation of the hybrid modes were discussed.

**Keywords** : coupled-cavity slow wave structure , plasma , hybrid-modes , dispersion characteristics

**PACC** : 5275 , 5240D

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant No. 60401006 ) , the Foundation for the Key Laboratory of National Defence Science and Technology of China ( Grant No. NKLC001-053 ) and the Advanced Research Foundation for Weapons and Equipments of China ( Grant No. PJ06DJ0219 ) .

<sup>†</sup> E-mail : wb@uestc.edu.cn