

# 具有死区非线性输入的一类不确定混沌系统的自适应控制<sup>\*</sup>

陈 晶<sup>1)†</sup> 张天平<sup>2)</sup> 阎立新<sup>1)</sup>

1) 无锡科技职业学院信息工程系, 无锡 214028)

2) 扬州大学信息工程学院计算机系, 扬州 225009)

(2006 年 4 月 20 日收到, 2006 年 6 月 16 日收到修改稿)

研究了一类具有死区非线性输入的不确定混沌系统的控制问题. 通过引入死区非线性控制项, 有效的消除了实际中由于死区非线性输入的存在而引起的不良控制效果, 设计控制器过程中对系统死区模型无需任何限制条件, 同时引入扩张观测器, 从而只需要知道系统的一个状态, 就可以观测出系统待确定的未知信息. 对 Duffing 系统的数值仿真结果表明该控制方案是有效的.

关键词: 混沌系统, 扩张观测器, 死区, 非线性输入

PACC: 0545

## 1. 引言

混沌控制是指混沌的控制与反控制, 由于混沌系统的特殊性质, 对混沌系统的控制一度被认为是控制界的一个难点. 自从 Ott 等人首先提出用 OGY 方法控制系统中的混沌运动以来<sup>[1]</sup>, 对混沌系统的控制已成为当今非线性科学的研究热点, 并随之出现了许多有效控制方法<sup>[2-14]</sup>.

由于受系统物理器件的限制, 系统的线性输入不可避免的存在干扰而引起线性输入变成非线性输入. 文献 [5] 针对具有非线性输入的 Lorenz 系统提出了一种控制方法, 文献 [6] 针对一类一般的具有非线性输入的混沌系统提出了一种控制方法, 但上述文献中系统的非线性输入是连续的, 而在实际中对混沌系统的控制大多数是在工业过程中进行的, 在工业过程中许多情况存在死区环节, 由于混沌系统对初值具有极度敏感性, 所以必须考虑这些因素对混沌系统的影响. 针对具有死区非线性输入的混沌系统, 文献 [7] 提出了一种控制方法, 但需要知道系统的非线性项和系统的所有状态, 且死区非线性输入上界和下界的一个线性输入模型要精确知

道, 由于死区发生的随机性, 所以很难知道发生死区时的精确输入值和直线斜率. 因此这些限制条件影响了该方法在实际中的应用.

本文基于一种新的死区非线性输入模型, 对一类不确定混沌系统的提出了一种控制方案. 首先通过对死区非线性模型分析将非线性模型转化为线性输入和非线性输入模型, 再利用扩张观测器估计出系统的所有状态和系统的待测量的量, 从而设计出控制器. 本文所设计的方法无需知道死区发生时的精确输入值和直线的斜率, 且无需知道系统非线性项和外部干扰项的上界, 系统的所有状态也不必事先知道.

## 2. 问题的描述

考虑如下混沌系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= x_{i+1}(t), \quad i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n(t) &= f(X, t) + \Delta f(X, t) + \phi(u(t)), \end{aligned} \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} X(t) &= [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)] \\ &= [x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)] \in R^n, \end{aligned}$$

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60074013, 10371106), 江苏省教育厅科研基金(批准号: 0310067)和扬州大学信息科学学科群基金(批准号: 030606)资助的课题.

<sup>†</sup> E-mail: chenjing1981929@126.com

是状态向量,  $f(X, t) \in R$  是系统的未知非线性项,  $\Delta f(X, t)$  是系统的未知干扰项,  $\phi(u(t)): R \rightarrow R$  是系统的带有死区的非线性输入项.

控制问题是使系统的状态去跟踪一个  $n$  维的状态向量

$$\begin{aligned} X_d(t) &= [x_{d1}(t), x_{d2}(t), \dots, x_{dn}(t)] \\ &= [x_d(t), \dot{x}_d(t), \dots, x_d^{(n-1)}(t)], \end{aligned}$$

定义跟踪误差

$$\begin{aligned} E(t) &= X(t) - X_d(t) \\ &= [x(t) - x_d(t), \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t), \dots, \\ &\quad x^{(n-1)}(t) - x_d^{(n-1)}(t)] \\ &= [e(t), \dot{e}(t), \dots, e^{(n-1)}(t)], \end{aligned} \quad (2)$$

控制目标是使跟踪误差满足下面的条件:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|E(t)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} \|X(t) - X_d(t)\| = 0. \quad (3)$$

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} \phi_+(u - u_+) = \beta(u - u_+) + d_1(u, t), & u > u_+, \\ \beta u - \beta u_+ = \beta u + d_2(u, t), & -u_- \leq u \leq u_+, \\ \phi_-(u + u_-) = \beta(u + u_-) + d_3(u, t), & u < -u_-, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\beta(u - u_+)$ ,  $\beta u$ ,  $\beta(u + u_-)$  是系统的线性输入,  $d_2(u, t) = -\beta u$ ,  $d_1(u, t)$ ,  $d_2(u, t)$ ,  $d_3(u, t)$  是干扰输入,  $\beta, u_+, u_-$  都是未知的, 且  $\beta$  是正的. 由于系统的输入不会改变混沌系统的性质, 所以由混

### 3. 死区模型及其性质

输入为  $u(t)$ , 输出为  $\phi(u(t))$  的死区模型描述如下:

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} \phi_+(u - u_+), & u > u_+, \\ 0, & -u_- \leq u \leq u_+, \\ \phi_-(u + u_-), & u < -u_-, \end{cases} \quad (4)$$

由死区非线性输入产生的机理可知, 其中的非线性项是由于线性输入项受到外界干扰而产生的, 即实际非线性输入可以写成线性输入和非线性输入的叠加. 即可写成

沌系统的特性, 所有状态有界, 可以得到  $|d_1(u, t)|$ ,  $|d_2(u, t)|$ ,  $|d_3(u, t)|$  是有界的. 于是(4)式可以写为

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} \phi_+(u - u_+) = \beta u + \beta u_+ + d_1(u, t) = \beta u + D_1(u, t), & u > u_+, \\ \beta u + d_2(u, t) = \beta u + D_2(u, t), & -u_- \leq u \leq u_+, \\ \phi_-(u + u_-) = \beta u + \beta u_- + d_2(u, t) = \beta u + D_3(u, t), & u < -u_-, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $|D_1(u, t)| \leq M$ ,  $|D_2(u, t)| \leq M$ ,  $|D_3(u, t)| \leq M$ ,  $M$  是未知的正常数.

## 4. 控制器的设计及证明

### 4.1. 理想控制器的设计

因为滑模控制器具有较强的鲁棒性和抗干扰能力, 下面为系统设计滑模控制器, 分为两步:

首先确定滑模面:

$$s(t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t), \quad (7)$$

于是可得下面两等式:

$$\dot{s}(t) = \dot{e}_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \dot{e}_i(t) = 0, \quad (8)$$

$$s(t) = e_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t) = 0, \quad (9)$$

误差方程式变为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= e_{i+1}(t), \quad 1 \leq i \leq n-2, \\ \dot{e}_{n-1}(t) &= e_n(t) = - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_i(t), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_n(t) &= (\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{dn}(t)) = f(X, t) + \Delta f(X, t) \\ &\quad + \phi(u(t)) - x_d^{(n)}(t), \end{aligned} \quad (11)$$

(10)式可变为下面矩阵的形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \ddots & \\ & & & & \ddots & \\ -c_1 & -c_2 & \cdots & \cdots & \cdots & -c_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_{n-1} \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_{n-1} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

很显然,选择适当的  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$  可使矩阵  $N$  是稳定的,也即选择适当的  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$  可使  $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$  渐近趋于零. 再由(9)式可知  $e_n$  也是渐近趋于零的. 即所选择的滑模面是可行的.

下面对系统(1)设计控制器.

**定理 1** 若  $f(X, t)$  及  $\Delta f(X, t)$  已知,且系统状态可测的情况,设计如下控制器和自适应律:

$$u(t) = -\operatorname{sgn}(s) \left( \eta + \frac{\hat{M}}{\beta_{\min}} \right) - s, \quad (13)$$

$$\dot{\hat{M}} = \frac{|s|}{\beta_{\min}}, \quad (14)$$

其中

$$\eta = \frac{\left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1}(t) \right|}{\beta_{\min}} + \frac{|f(X, t) + \Delta f(X, t)|}{\beta_{\min}} + \frac{|x_d^{(n)}(t)|}{\beta_{\min}},$$

$\beta_{\min}$  是已知的足够小的正常数,则系统(1)的状态向量能渐近跟踪到  $n$  维的状态向量  $X_d(t)$ .

**证明** 取李亚普诺夫函数  $V = \frac{1}{2\beta} s^2 + \frac{1}{2}(\hat{M} - M)^2$ , 两边求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{\beta} s \dot{s} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &= \frac{1}{\beta} s \left( \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} + f(X, t) + \Delta f(X, t) \right. \\ &\quad \left. + \phi(u(t)) - x_d^{(n)}(t) \right) + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &\leq |s| \left( \frac{\left| \sum_{i=1}^{n-1} c_i e_{i+1} \right|}{\beta_{\min}} + \frac{|f(X, t) + \Delta f(X, t)|}{\beta_{\min}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{|x_d^{(n)}(t)|}{\beta_{\min}} \right) + s \frac{\phi(u(t))}{\beta} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &= |s| \eta + s \frac{\phi(u(t))}{\beta} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &\leq |s| \eta + su + |s| \frac{M}{\beta_{\min}} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}}, \end{aligned}$$

将(13)(14)式代入上式

$$\dot{V} \leq |s| \eta + s \left( -\operatorname{sgn}(s) \left( \eta + \frac{\hat{M}}{\beta_{\min}} \right) - s \right)$$

$$\begin{aligned} &+ |s| \frac{M}{\beta_{\min}} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &= |s| \eta - |s| \eta - |s| \frac{\hat{M}}{\beta_{\min}} - s^2 \\ &\quad + |s| \frac{M}{\beta_{\min}} + (\hat{M} - M) \dot{\hat{M}} \\ &= -s^2 + (\hat{M} - M) \left( \dot{\hat{M}} - \frac{|s|}{\beta_{\min}} \right) \\ &= -s^2, \quad (15) \end{aligned}$$

由(15)式得  $s \in L_2$ , 再由(7)(8)式及混沌系统的特性所有状态有界,可得  $s \in L_\infty, \dot{s} \in L_\infty$ . 根据 Barbalat 引理可知  $\lim_{t \rightarrow +\infty} s = 0$ , 即  $\lim_{t \rightarrow +\infty} e_1 = 0$ . 也即系统(1)的所有状态能跟踪到  $X_d(t)$ .

## 4.2. 扩张观测器的设计

在上面控制器的设计中,要求系统的所有状态可测,系统的非线性项和外部干扰项要已知,这在实际上很难全部满足. 在实际情况中为提高系统的保密性能,越少的状态可测其保密性能越好,不妨假设只有一个状态  $x_1$  可测,下面设计扩张观测器将系统的所有状态和待确定的未知项估计出来.

为了设计的方便设

$$f(X, t) + \Delta f(X, t) = F(X, t) = e_{n+1}, \quad (16)$$

于是系统(1)和跟踪状态的误差方程式就变为

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= e_{i+1}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{e}_n(t) &= e_{n+1} + \phi(u(t)) - x_d^{(n)}, \quad (17) \\ \dot{e}_{n+1}(t) &= E(x, t), \end{aligned}$$

其中  $E(X, t) = \sum_{i=1}^{n-1} (\partial F(X, t) / \partial x_i) x_{i+1} + \partial F(X, t) / \partial x_n [F(X, t) + \phi(u(t))]$ . 由混沌系统的特性知  $E(X, t), \phi(u(t))$  是有界的,构造如下观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + kL_1(\hat{e}_1 - e_1), \\ \dot{\hat{e}}_2 &= \hat{e}_3 + k^2 L_2(\hat{e}_1 - e_1), \\ &\vdots \\ \dot{\hat{e}}_n &= \hat{e}_{n+1} + k^n L_n(\hat{e}_1 - e_1) - x_d^{(n)}, \\ \dot{\hat{e}}_{n+1} &= k^{n+1} L_{n+1}(\hat{e}_1 - e_1), \quad (18) \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= k^n(\hat{e}_1 - e_1), & \dot{\varepsilon}_1 &= k\varepsilon_2 + kL_1\varepsilon_1, \\
\varepsilon_2 &= k^{n-1}(\hat{e}_2 - e_2), & \dot{\varepsilon}_2 &= k\varepsilon_3 + kL_2\varepsilon_1, \\
\varepsilon_{n-1} &= k^2(\hat{e}_{n-1} - e_{n-1}), & \dot{\varepsilon}_{n-1} &= k^2\varepsilon_n + kL_{n-1}\varepsilon_1, \\
\varepsilon_n &= \hat{e}_n - e_n, & \dot{\varepsilon}_n &= \varepsilon_{n+1} + L_n\varepsilon_1 - \phi(u(t)), \\
\varepsilon_{n+1} &= \hat{e}_{n+1} - e_{n+1}, & \dot{\varepsilon}_{n+1} &= kL_{n+1}\varepsilon_1 - E(X, t),
\end{aligned} \tag{19}$$

则得 写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \dot{\varepsilon}_{n-1} \\ \dot{\varepsilon}_n \\ \dot{\varepsilon}_{n+1} \end{bmatrix} = k \begin{bmatrix} L_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ L_{n-1} & 0 & 0 & \dots & k & 0 \\ L_n/k & 0 & 0 & \dots & 0 & 1/k \\ L_{n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{n-1} \\ \varepsilon_n \\ \varepsilon_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\phi(u(t)) \\ -E(X, t) \end{bmatrix}, \tag{20}$$

因为  $\phi(u(t)), E(X, t)$  是有界的, 不妨设它们模的上界为  $H$ . 又因为矩阵

$$\begin{bmatrix} L_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ L_{n-1} & 0 & 0 & \dots & k & 0 \\ L_n/k & 0 & 0 & \dots & 0 & 1/k \\ L_{n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} L_1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ L_2 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ L_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ L_n & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ L_{n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} P \tag{21}$$

其中

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由(18)式知, 两矩阵是相似的, 而后面的矩阵不含

$k$ , 即改变  $k$  的值不会影响矩阵的特征值, 即可选择  $L_1, L_2, \dots, L_{n+1}$  使得矩阵是稳定的. 再解微分方程(17)得

$$\|\varepsilon\| \leq \|e^{kAt}\varepsilon(0)\| + \left\| \int_0^t e^{-k\lambda(t-\tau)} H d\tau \right\| \tag{22}$$

因为  $A$  是一个稳定矩阵, 所以(19)式中第 1 项显然趋于零. 下面只对  $\int_0^t e^{k\lambda(t-\tau)} H d\tau$  进行分析:

$$\begin{aligned}
\left\| \int_0^t e^{k\lambda(t-\tau)} H d\tau \right\| &= \left\| e^{k\lambda t} \int_0^t e^{-k\lambda\tau} H d\tau \right\| = \left\| H e^{k\lambda t} \int_0^t e^{-k\lambda\tau} d\tau \right\| \\
&\leq \|H\| \cdot \left\| Q^{-1} \begin{bmatrix} e^{k\lambda_1 t} & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & e^{k\lambda_{n+1} t} \end{bmatrix} Q \int_0^t Q^{-1} \begin{bmatrix} e^{-k\lambda_1 \tau} & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & e^{-k\lambda_{n+1} \tau} \end{bmatrix} Q d\tau \right\| \\
&= \|H\| \cdot \left\| Q^{-1} \begin{bmatrix} e^{k\lambda_1 t} & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & e^{k\lambda_{n+1} t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (e^{-k\lambda_1 t} - 1)(-k\lambda_1) & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & (e^{-k\lambda_{n+1} t} - 1)(-k\lambda_{n+1}) \end{bmatrix} Q \right\|
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \|H\| \cdot \left\| Q^{-1} \begin{bmatrix} -(1 - e^{k\lambda_1 t})(k\lambda_1) & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & -(1 - e^{k\lambda_{n+1} t})(k\lambda_{n+1}) \end{bmatrix} Q \right\| \\
&\leq \|H\| \cdot \|Q^{-1}\| \cdot \left\| \begin{bmatrix} -(1 - e^{k\lambda_1 t})(k\lambda_1) & \dots & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & \dots & -(1 - e^{k\lambda_{n+1} t})(k\lambda_{n+1}) \end{bmatrix} \right\| \cdot \|Q\|,
\end{aligned}$$

其中  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$  是矩阵  $A$  的特征值, 具有负实部且与  $k$  无关. 选择充分大的  $k$ , 可使上式的任一范数趋于零的任意小的邻域. 也即  $\varepsilon$  的任一范数趋于零的任意小的邻域. 于是可得

$$\begin{aligned}
\hat{e}_1 &\rightarrow e_1, \\
\hat{e}_2 &\rightarrow e_2, \\
&\dots \\
\hat{e}_n &\rightarrow e_n, \\
\hat{e}_{n+1} &\rightarrow f(X, t) + \Delta f(X, t), \quad (23)
\end{aligned}$$

则滑模面为  $\hat{s} = \hat{e}_n(t) + \sum_{i=1}^{n-1} c_i \hat{e}_i(t)$ , 于是实际控制器为

$$u(t) = -\text{sgn}(\hat{s}) \left( \hat{\gamma} + \frac{\dot{\hat{M}}}{\beta_{\min}} \right) - \hat{s}, \quad (24)$$

其中  $\hat{\gamma} = \frac{|\sum_{i=1}^{n-1} c_i \hat{e}_{i+1}(t)| + |\hat{e}_{n+1}| + |x_d^{(n)}(t)|}{\beta_{\min}}$ . 自适应律为

$$\dot{\hat{M}} = \frac{|\hat{s}|}{\beta_{\min}}. \quad (25)$$

**定理 2** 对系统 1) 设计控制器和自适应律

$$\begin{aligned}
u(t) &= -\text{sgn}(\hat{s}) \left( \hat{\gamma} + \frac{\dot{\hat{M}}}{\beta_{\min}} \right) - \hat{s}, \\
\dot{\hat{M}} &= \frac{|\hat{s}|}{\beta_{\min}},
\end{aligned}$$

则系统 1) 的状态向量能渐进跟踪到  $n$  维的状态向量  $X_d(t)$ .

### 5. 仿真算例

下面针对 Duffing 系统进行仿真研究, 考虑如下

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} (u(t) - u_+) \chi(1 - 0.3\sin(u(t))), & u > u_+, \\ 0, & -u_- \leq u \leq u_+, \\ (u(t) + u_-) \chi(1 - 0.3\cos(u(t))), & u < -u_-, \end{cases} \quad (29)$$

将(26)式写成(6)式的形式

Duffing 系统:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2, \\
\dot{x}_2 &= f(x_1, x_2, t) + \Delta f(x_1, x_2, t) + \phi(u(t)),
\end{aligned}$$

其中  $f(x_1, x_2, t) = x_1 - 0.25x_2 - x_1^3 + 0.3\cos(t)$ ,  $\Delta f(x_1, x_2, t) = 0$  时, Duffing 系统显示出显著的混沌特性. 在实际控制时干扰取  $\Delta f(X, t) = 0.1x_1 + 0.5$ . 让上面的不确定混沌系统去跟踪任一在混沌系统范围内的点  $X_d$ , 不妨设为  $X_d = 0$ , 同时取滑模面为  $s = 2e_1 + e_2$ . 令  $\theta(x_1, x_2, t) = f(x_1, x_2, t) + \Delta f(x_1, x_2, t)$  则上式变为

$$\begin{aligned}
\dot{e}_1 &= e_2, \\
\dot{e}_2 &= \theta(x_1, x_2, t) + \phi(u(t)) - x_d^{(2)}, \quad (26) \\
\dot{e}_3 &= E(x_1, x_2, t),
\end{aligned}$$

假设  $e_1$  是可测的, 设计观测器

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{e}}_1 &= \hat{e}_2 + kL_1(\hat{e}_1 - e_1), \\
\dot{\hat{e}}_2 &= \hat{e}_3 + k^2L_2(\hat{e}_1 - e_1) - x_d^{(2)}, \\
\dot{\hat{e}}_3 &= k^3L_3(\hat{e}_1 - e_1), \quad (27)
\end{aligned}$$

令  $\varepsilon_1 = k^2(\hat{e}_1 - e_1)$ ,  $\varepsilon_2 = (\hat{e}_2 - e_2)$ ,  $\varepsilon_3 = \hat{e}_3 - e_3$ . 则得

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} &= k \begin{bmatrix} L_1 & k & 0 \\ L_2/k & 0 & 1/k \\ L_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} 0 \\ -\phi(u(t)) \\ -E(x_1, x_2, u, t) \end{bmatrix}, \quad (28)
\end{aligned}$$

选择  $k = 100, L_1 = -3, L_2 = -3, L_3 = -1$ .

令死区非线性输入为

$$\phi(u(t)) = \begin{cases} u(t) - u_+ - 0.3\sin(u(t)) \cdot (u(t) - u_+) = u(t) + D_1(u, t), & u > u_+, \\ u(t) - u(t) = u(t) + D_2(u, t), & -u_- \leq u \leq u_+, \\ u(t) + u_- - 0.3\cos(u(t)) \cdot (u(t) + u_-) = u(t) + D_3(u, t), & u < u_-, \end{cases}$$

不妨设  $u_+ = 3, u_- = -2$  ,且  $D_1(u, t) \leq 200, D_2(u, t) \leq 200$  ,则实际控制器为

$$u(t) = -\operatorname{sgn}(2\hat{e}_1 + \hat{e}_2) (|2\hat{e}_2| + |\hat{e}_3| + \hat{M}) - (2\hat{e}_1 + \hat{e}_2), \quad (30)$$

自适应律为

$$\dot{\hat{M}} = |2\hat{e}_1 + \hat{e}_2|, \quad (31)$$

仿真结果如下图 1 ,其中图 1(a)–(c)表示所设计的观测器对原系统的观测误差图. 图 1(d)是原系统对固定点的跟踪误差图,从中可以看出,由于是由观测的结果来设计控制器,再由设计的控制器对原系统进行控制,由于观测误差和滑模的影响,所以跟踪误差存在相应的微小的振动.

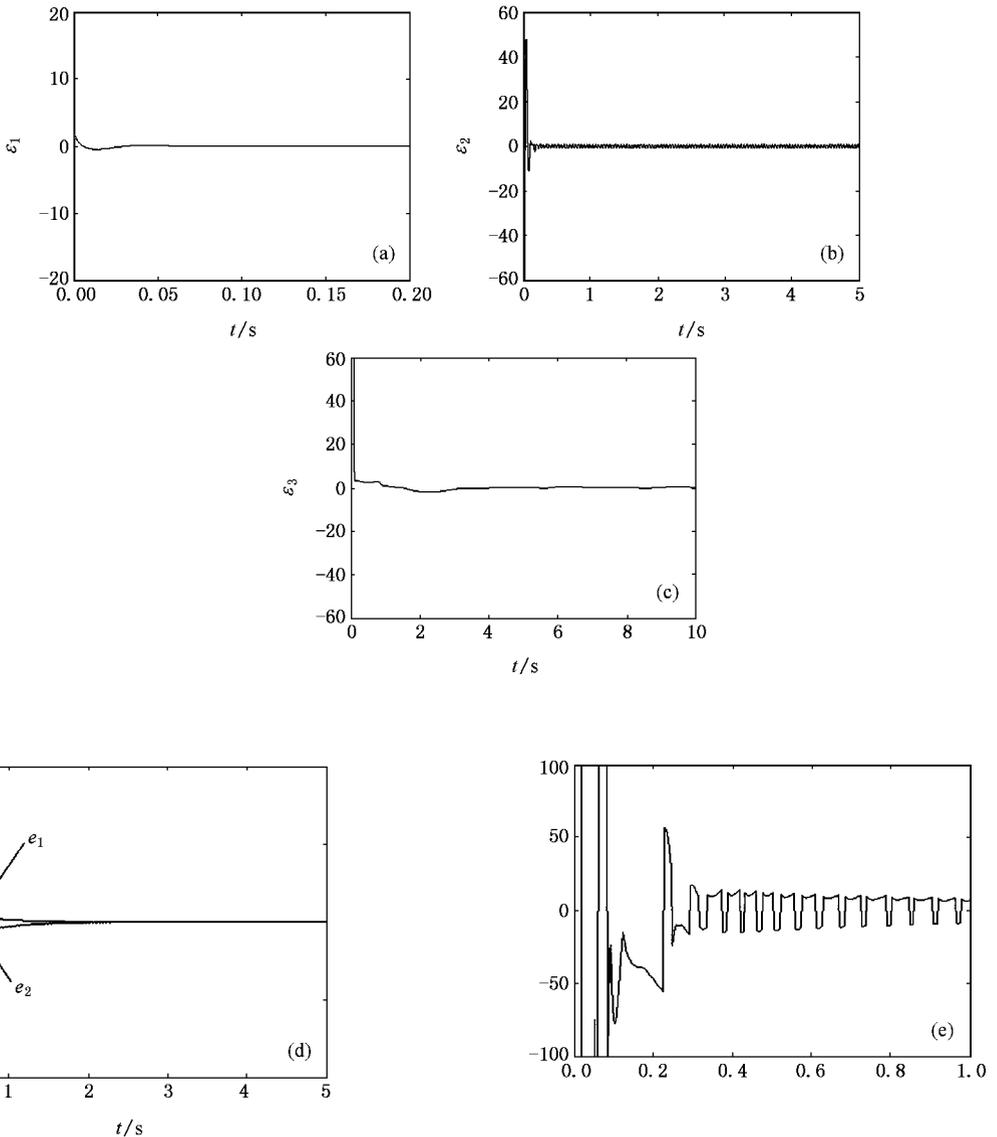


图 1 观测误差图(a)–(c)和跟踪误差图(d)及控制信号  $u(t)$  (e)



## 6. 结 论

针对一类具有死区非线性输入的混沌系统,基于扩张观测器方法提出了一种控制方案,该方法无

需知道系统的死区非线性输入模型,且无需知道系统非线性项和外部干扰项的上界,系统的所有状态也不必事先知道,这在实际中具有较好的应用前景,仿真结果表明本文所设计的控制方案是有效的.

- [ 1 ] Ott E , Grebogi C , Yorke J A 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 1196
- [ 2 ] Hua C C , Guan X P 2004 *Chin. Phys.* **13** 1391
- [ 3 ] Zhang J , Xu H B , Wang H J 2006 *Chin. Phys.* **15** 953
- [ 4 ] Wang F Q , Liu C X 2006 *Chin. Phys.* **15** 963
- [ 5 ] Lv J H , Lu J A 2003 *Chaos Solitons Frac.* **27** 127
- [ 6 ] Guan X P , Chen C L , Fan Z P 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 753 ( in Chinese ) 关新平、陈彩莲、范正平 2002 *物理学报* **51** 753 ]
- [ 7 ] Chen J , Zhang T P 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 130 ( in Chinese ) 陈晶、张天平 2006 *物理学报* **55** 130 ]
- [ 8 ] Tang G L , Luo X S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 15 ( in Chinese ) 唐国宁、罗晓曙 2004 *物理学报* **53** 15 ]
- [ 9 ] Li S H , Tian Y P 2003 *Chaos Solitons Frac.* **15** 303
- [ 10 ] Hua C C , Guan X P 2004 *Chaos Solitons Frac.* **22** 55
- [ 11 ] Park J H 2005 *Chaos Solitons Frac.* **26** 1429
- [ 12 ] Chen M Y , Zhou D H , Shang Y 2005 *Phys. Lett. A* **337** 384
- [ 13 ] Yassen M T 2005 *Phys. Lett. A* **337** 335
- [ 14 ] Feng G , Chen G R 2005 *Chaos Solitons Frac.* **23** 459
- [ 15 ] Yau H T , Yan J J 2004 *Chaos Solitons Frac.* **19** 891
- [ 16 ] Yan J J 2004 *Chaos Solitons Frac.* **19** 541
- [ 17 ] Yan J J , Shyu K K , Lin J S 2005 *Chaos Solitons Frac.* **25** 347

# Adaptive control of a class of uncertain chaotic systems with dead-zone nonlinearity<sup>\*</sup>

Chen Jing<sup>1)†</sup> Zhang Tian-Ping<sup>2)</sup> Lü Li-Xin<sup>1)</sup>

1) *Department of Computer Science & Engineer, Wuxi Professional College of Science and Technology, Wuxi 214028, China*

2) *Department of Computer Science & Engineer, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China*

( Received 20 April 2006 ; revised manuscript received 16 June 2006 )

## Abstract

The tracking problem for a class of uncertain chaotic systems with dead-zone nonlinearity in the input function is considered in this paper. With the dead-zone nonlinearity in the controller, the disadvantage can be eliminated. The knowledge about the dead-zone nonlinearity in the input is unnecessary. To make this controller physically realizable, an extended state observer is used to estimate the unknown information. Numerical simulations are carried out to show the effectiveness of the design with respect to Duffing oscillator.

**Keywords** : chaotic systems , extended state observer , dead-zone , nonlinear input

**PACC** : 0545

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China ( Grant Nos. 60074013 , 10371106 ) , the Science Research Foundation of the Education Bureau of Jiangsu Province , China ( Grant No. 0310067 ) and the Foundation of Information Science Subject Group of Yangzhou University , China ( Grant No. 030606 ) .

<sup>†</sup> E-mail : chenjing1981929@126.com