

# 一种混沌信号的盲分离方法<sup>\*</sup>

李雪霞<sup>1)</sup> 冯久超<sup>1)†</sup>

1) 西南大学电子信息工程学院, 重庆 400715)

2) 华南理工大学电子与信息学院, 广州 510641)

(2006 年 5 月 7 日收到, 2006 年 6 月 12 日收到修改稿)

多个混合混沌信号的分离, 在混沌及其应用中的一个重要的问题. 提出了一种线性混合的混沌信号的瞬时盲分离方法, 它利用了各个混沌信号源之间的互不相关性, 在未知混合矩阵和混沌方程的情况下, 通过求解特征向量的方法从观测量中直接估计出解混合矩阵, 以重构出源混沌信号. 仿真结果表明, 即使在低信噪比情况下, 该方法仍可以有效地从噪声背景中分离出多个混合的混沌信号.

关键词: 混沌, 盲分离, 信噪比, 特征向量

PACC: 0545

## 1. 引 言

现已证实, 基于混沌的宽带通信提供了一个有意义的途径, 它有解决现有通信系统诸多矛盾和缺陷的发展潜力<sup>[1]</sup>. 尽管目前国内外已提出多种基于混沌的通信理论与技术, 但还没有一个可用在有多径传输、畸变和时变衰落环境的实用多用户系统原型. 影响其向实用化迈进的主要原因在于 (1) 对相干检测而言, 信道干扰和系统参数的错误匹配, 使得混沌同步难以真正实现, 通信信道的负效应, 尤其是无线通信信道的干扰, 严重地阻碍了目前已提出的基于混沌的通信系统的实现. (2) 对非相干检测而言, 两个因素影响了系统的实际实现: 限幅器的阈值是噪声功率的函数, 比特能量的方差也随着噪声功率的增加而增加. 因此, 如果能正确的分离出混沌信号, 也就解决了信道对基于混沌的通信系统的负效应问题, 就能实现实际通信条件下的混沌同步, 因而能实现相干解调, 能正确的分离出混沌信号, 也能够准确地设计出阈值检测器, 这对于基于混沌的宽带通信系统逐步走向实用化有重要的帮助作用<sup>[2]</sup>.

从被噪声污染的信号中分离(辨识和检测)出有用信号或对被噪声污染的信号作抑制噪声处理是信号处理与通信研究的中心问题, 常规的处理方法, 如

滤波, 它是利用信号与噪声的频谱的差别来分离它们或抑制噪声. 在大多数情况下, 噪声和信号共同分享一个频段, 只是噪声的能量分布在较宽的频带内, 信号的能量则集中在较窄的频带内, 因此, 利用一个能保持信号频谱的滤波器, 就能很好地抑制噪声. 但是, 当信号与噪声的能量分布在同一频带时, 例如被噪声污染或被信道畸变的混沌信号就属于这种情况, 常规的基于频谱的处理方法就不再适用了. 已有的混沌信号分离方法一般利用各个混沌信号的内在性质实现分离<sup>[3-6]</sup>, 并要求在所有源信号为混沌信号、且已知混沌方程的条件下才能实现. 文献<sup>[7]</sup>提出了利用原始系统方程, 通过最优化技术获取有用的混沌信号的方法, 它虽不要求所有的源信号为混沌信号, 但必须以已知原始系统方程为前提. 文献<sup>[8]</sup>提出了利用各个信号源之间的相关性通过求解特征向量得到混合矩阵, 从而重构源混沌信号的方法. 它可以在未知混沌信号的迭代方程和混合方法的情况下分离混沌信号, 但也只考虑了无噪声且信号源全部为混沌信号的情况, 且它的解混合矩阵需要通过混合矩阵求逆得到, 这不仅增加了算法的复杂性, 也降低了分离精度.

本文研究噪声背景下多个线性混合的混沌信号的盲分离. 所谓盲分离是指在无源信号和混合矩阵先验信息的情况下, 仅根据观测值重构出各个源

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(批准号: 60572025), 教育部“新世纪优秀人才”基金(批准号: NCET-04-0813), 教育部重点项目基金(批准号: 105137)和广东省自然科学基金(批准号: 05006506, 04205783)资助的课题.

<sup>†</sup> 通讯联系人, E-mail: fengjc@scut.edu.cn

信号<sup>[9,10]</sup>. 由于混沌信号具有似噪声特性, 其自相关性较弱、高阶累计量也未必为零, 在未知混沌映射方程和混合方法的条件下, 上述的盲分离算法的应用受到了限制. 本文从另一个途径——利用各个混沌源信号之间的互不相关性, 依据重构理论<sup>[11]</sup>, 通过求解特征向量直接得到解混合矩阵, 从而重构出源混沌信号. 它有以下优点: (1) 属于盲信号分离范畴, 可以在未知混沌映射和混合矩阵的情况下仅根据观测信号实现多个混沌信号的盲分离; (2) 可以在噪声(高斯白噪声、均匀分布的噪声和有色噪声)环境下实现多个混沌信号的分离, 此时把噪声也作为一个源信号处理; (3) 在低信噪比条件下, 分离方法仍有效.

## 2. 数学模型及分离条件

多个混沌信号的分离问题如图 1, 其中第  $i$  个传感器在  $t$  时刻接收到的信号  $x_i(t)$  为  $N$  个信号源的线性混合信号  $x_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij}s_j(t)$ . 信号源  $S = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$  经未知混合矩阵  $A$  线性混合后得到观测信号  $X = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$ , 即

$$X = AS, \quad (1)$$

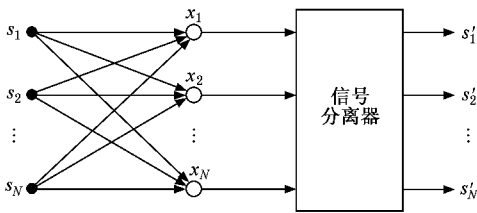


图 1 混沌信号分离的原理图

混合信号  $X$  经信号分离器分离后得到重构信号

$$S' = WX = WAS, \quad (2)$$

我们可以看出该方法的关键在于正确估计出解混合矩阵  $W$ , 以便  $WA = E$ .

本文利用各混沌源信号之间的互不相关性通过求解特征向量的方法得到解混合矩阵  $W$ . 它的使用条件如下: (1) 传感器(观测点)的数目等于信号源的数目. 如果传感器的数目大于信号源的数目, 相当于有源信号为零的情况, 为了减小计算量, 可以减小处于工作状态的传感器的数目使之与信号源的数目相匹配. 反之, 如果传感器数目小于信号源的数目则必须通过增加传感器来解决; (2) 各个源信号互不相

关, 即源信号的相关矩阵是对角矩阵, 我们可以利用线性代数求解特征向量的方法求解解相关矩阵, 实现多个混沌信号的分离; (3) 混合矩阵是非奇异矩阵, 此时, 存在  $W$  使  $WA = E$ , 因此我们可以从(2)式中估计出源混沌信号.

## 3. 分离方法

自  $n$  时刻开始对观测信号  $x_i, i = 1, 2, \dots, N$  加窗, 得到向量  $V_i, i = 1, 2, \dots, N$ ,

$$V_i = [x_i(n), x_i(n+1), \dots, x_i(n + (p-1)J + L)]^T, \quad (3)$$

窗宽为  $(p-1)J + L$ , 用矩阵表示为

$$V = [V_1, V_2, \dots, V_N]^T, \quad (4)$$

由重构理论<sup>[11,12]</sup>可知, 若混合矩阵  $A$  可逆、 $N$  足够大, 利用  $V$  可以重构出源混沌信号. 具体方法如下:

从  $n$  时刻开始, 对(3)式以相同的时间间隔  $J$  抽样  $p$  次得到抽样序列  $u_i, i = 1, 2, \dots, N$ , 其中

$$u_i = [x_i(n), x_i(n+J), \dots, x_i(n+(p-1)J)]^T, \quad (5)$$

用矩阵  $U_1$  表示为

$$U_1 = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T, \quad (6)$$

由(1)式可得

$$U_1 = AS_1, \quad (7)$$

故  $U_1$  的相关矩阵为

$$C_1 = E[U_1 U_1^T] = AS_1 S_1^T A^T = AR_1 A^T, \quad (8)$$

其中  $R_1$  为  $S_1$  的相关矩阵.

同理, 从  $n+L$  时刻开始以同样的方式对  $V$  抽样, 可得  $U_2$  及其相关矩阵

$$C_2 = E[U_2 U_2^T] = AR_2 A^T, \quad (9)$$

其中  $R_2$  为  $S_2$  的相关矩阵. 由(8)(9)式, 可得

$$C_1^{-1} C_2 = (A^{-1})^T (R_1^{-1} R_2) A^T,$$

$$[C_1^{-1} C_2 (A^{-1})^T] = (A^{-1})^T (R_1^{-1} R_2), \quad (10)$$

令  $W = A^{-1}$  为解相关矩阵, 则

$$[C_1^{-1} C_2] W^T = W^T (R_1^{-1} R_2), \quad (11)$$

由于各个源信号互不相关, 所以  $R_1^{-1} R_2$  为对角矩阵. 我们可以把  $R_1^{-1} R_2$  看作  $C_1^{-1} C_2$  的特征值,  $W^T$  看作  $C_1^{-1} C_2$  的特征向量, 再利用线性代数的方法求解解相关矩阵  $W$ . 在得到  $W$  后, 由(2)式便可以无失真地分离出各个源混沌序列. 由于噪声和混沌信号互不相关, 也可以将噪声作为一个信号源处理, 这样就可以实现噪声环境下混沌信号的分离.

由于  $W^T$  和  $C_1^{-1} C_2$  都未知,令(11)式两边同时右乘  $\Delta P$ ,  $\Delta$  为任一对角矩阵、 $P$  为任一置换矩阵,则有

$$[C_1^{-1} C_2] W^T \Delta P = (W^T R_1^{-1} R_2) \Delta P = (W^T \Delta P) R_1^{-1} R_2, \quad (12)$$

我们可以把  $W^T \Delta P$  看作  $C_1^{-1} C_2$  的特征向量,  $R_1^{-1} R_2$  看作  $C_1^{-1} C_2$  的特征值.

利用上述方法实现混沌信号分离存在以下不确定性 (1)  $\Delta$  的不唯一性决定了重构混沌信号幅度和相位的不确定 (2)  $P$  的不唯一性决定了重构信号排列顺序的不确定性. 由于信息主要包含在信号的波形中,故这两种不确定性并不影响混沌信号盲分离技术的应用.

### 4. 仿真实验

下面,我们利用本文提出的混沌信号盲分离方法仿真了无噪声及噪声(包括低信噪比)条件下混沌信号的分离,通过重构信号  $S'$  与源信号  $S$  的分离误差和均方误差验证本算法的有效性.我们将  $k$  时刻  $s_i$  的分离误差定义为

$$\text{error}_i(k) = |s_i(k) - s'_i(k)|, \quad i = 1, 2, \dots, N;$$

$s'_i$  与  $s_i$  的均方误差定义为

$$\text{MSE}(\text{dB}) = 10 \lg \left( \sum_{k=1}^n (\text{error}_i(k))^2 / n \right). \quad (13)$$

#### 4.1. 无噪声条件下混沌信号的分离

我们考虑混合矩阵  $A$  为非奇异矩阵,并将初值取为混沌区域内的随机数,在无噪声的条件下分别对两个初值不同的 Logistic Map,两个参数不同的 Henon Map,一个 Logistic Map 和一个 Henon Map 进行分离,其中 Logistic Map 和 Henon Map 的动力学方程分别为

$$s(k+1) = 4.0 \left( \frac{1}{4} - s(k)^2 \right) - \frac{1}{2}, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} s(n+1) &= y(n) + 1 - as(n)^2, \\ y(n+1) &= 0.3s(n). \end{aligned} \quad (15)$$

仿真结果如表 1 所示,它表明重构信号与源信号基本重叠、分离误差  $\text{error}_1, \text{error}_2$  较小,且经计算均方误差均低于  $-35\text{dB}$ .所以在无噪声环境下,本文的分离方法可以较好地线性混合的混沌信号中的分离出各个源混沌信号.

表 1 无噪声条件下混沌信号的分离

| 源信号                         | $S_1$ (MSE/dB) | $S_2$ (MSE/dB) |
|-----------------------------|----------------|----------------|
| $S_1$ Logistic Map          | -36.5037       | -37.2161       |
| $S_2$ Logistic Map          |                |                |
| $S_1$ Henon Map( $a=1.38$ ) | -44.8298       | -35.8806       |
| $S_2$ Henon Map( $a=1.42$ ) |                |                |
| $S_1$ Logistic Map          | -38.1242       | -38.9777       |
| $S_2$ Henon Map( $a=1.40$ ) |                |                |

#### 4.2. 噪声环境下混沌信号的分离

##### 4.2.1. 均方差为 1 的高斯白噪声(GWN)情况下两个 Logistic Map 的分离

此时,源信号  $s_1, s_2$  分别为初值不同的两个 Logistic Map(14),将噪声信号看作信号源  $s_3$ ,混合矩阵  $A$  为任一秩为 3 的非奇异矩阵,分离效果及分离误差如图 2.

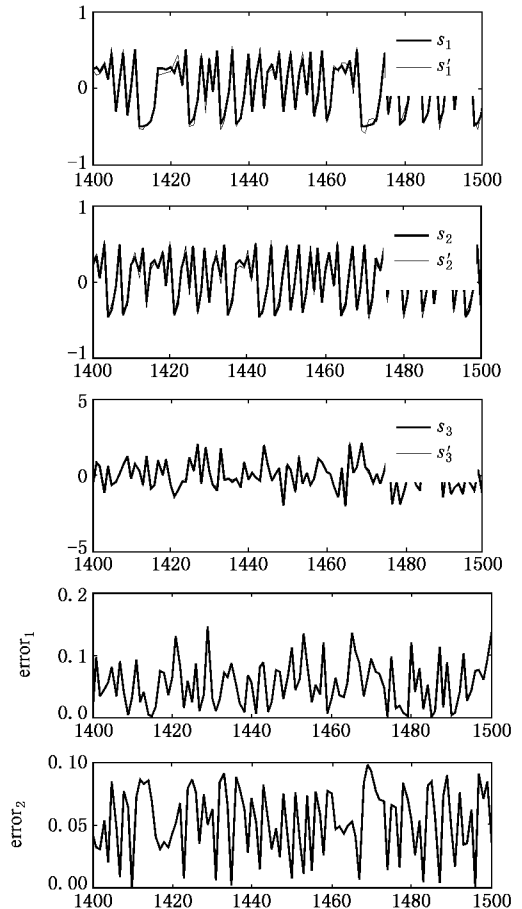


图 2 标准差为 1 的高斯白噪声环境下两个 Logistic 映射分离

由图 2 可以看出重构信号  $s'_1, s'_2, s'_3$  分别与源信号  $s_1, s_2, s_3$  基本重叠,经数值计算得  $s_1$  与  $s_2$  的

均方误差分别为  $-22.7468$  dB 和  $-24.6809$  dB(见表 2)。仿真结果显示在 GWN 环境下本方法可以有效地分离出各个源混沌信号。

#### 4.2.2. 信噪比为 $-40$ dB 环境下两个 Logistic Map 分离

源信号  $s_1, s_2$  为初值不同的 Logistic Map (14),  $s_3$  为信噪比(signal to noise ratio, SNR)为  $-40$  dB 的 GWN. 混合矩阵  $A$  为任一秩为 3 的非奇异矩阵, 分离结果及误差如图 3。

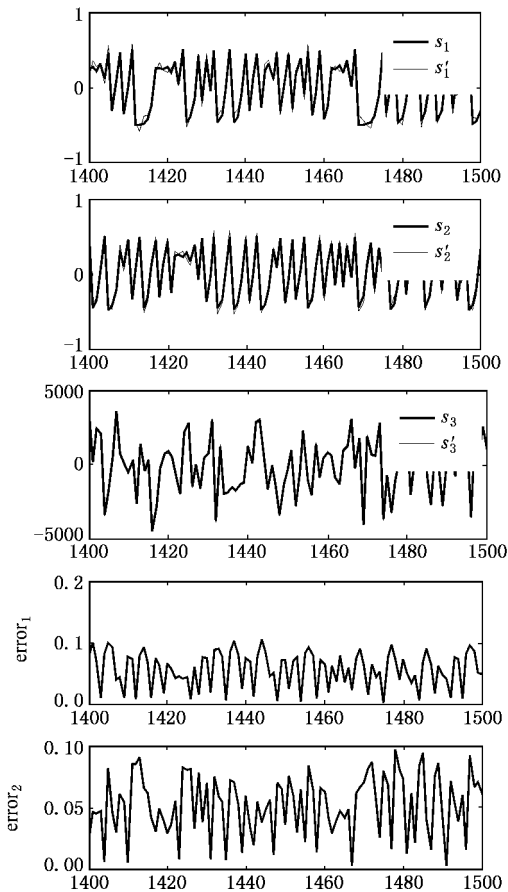


图 3 SNR =  $-40$  dB 的 GWN 环境下两个 Logistic Map 分离

由仿真结果可知, 重构信号  $s'_1, s'_2, s'_3$  分别与源信号  $s_1, s_2, s_3$  基本重叠, 经计算  $s_1$  与  $s_2$  的均方误差分别为  $-24.3984$  dB 和  $-24.5852$  dB(见表 2)。仿真结果表明在较低信噪比条件下本方法仍可有效地分离出各个源混沌信号, 其分离效果与均方值为 1 的 GWN 情况下相比无明显变化, 噪声的大小对分离效果影响不大。

#### 4.2.3. 信噪比为 $-40$ dB 环境下 Logistic Map 和 Henon Map 的分离

此时, 源信号  $s_1$  和  $s_2$  的混沌映射分别为(14)

和(15)式, 源信号  $s_3$  为信噪比  $-40$  dB 的 GWN, 混合矩阵  $A$  为任一秩为 3 的非奇异矩阵, 分离结果和误差如图 4 所示。

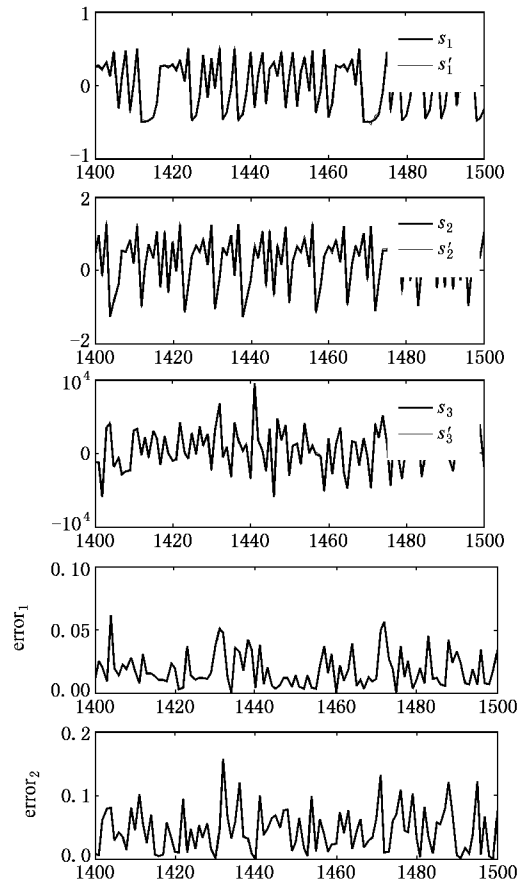


图 4 SNR =  $-40$  dB 的 GWN 下 Logistic Map 和 Henon Map 分离

由仿真结果可知, 重构信号  $s'_1, s'_2, s'_3$  分别与源信号  $s_1, s_2, s_3$  基本重叠,  $s'_1$  与  $s_1, s'_2$  与  $s_2$  的分离误差  $error_1, error_2$  较小, 数值计算得  $s'_1$  与  $s_1, s'_2$  与  $s_2$  的均方误差分别为  $-32.2393$  dB 和  $-24.4772$  dB(见表 2)。仿真结果表明在低信噪比条件下本方法仍可有效地分离混沌信号。

表 2 噪声环境下混沌信号的分离

| 源信号                         | $S_1$ (MSE/dB) | $S_2$ (MSE/dB) |
|-----------------------------|----------------|----------------|
| $S_1$ : Logistic Map        |                |                |
| $S_2$ : Logistic Map        | $-24.2623$     | $-24.7151$     |
| $S_3$ : 标准差为 1 的 GWN        |                |                |
| $S_1$ : Logistic Map        |                |                |
| $S_2$ : Logistic Map        | $-24.3984$     | $-24.5852$     |
| $S_3$ : 信噪比为 $-40$ dB 的 GWN |                |                |
| $S_1$ : Logistic Map        |                |                |
| $S_2$ : Henon Map           | $-32.2393$     | $-24.4772$     |
| $S_3$ : 信噪比为 $-40$ dB 的 GWN |                |                |

以上结果表明,在一定的信噪比范围内,噪声的大小对混沌信号的分离效果影响不大,即使在较低信噪比条件下本方法仍可较好地重构出各个源混沌信号.我们也仿真实现了噪声为均匀分布的噪声和有色噪声的情况,其分离效果与 GWN 的情况相似.

## 5. 讨 论

理论分析表明在源信号互不相关、混合矩阵为非奇异矩阵的条件下,利用本文提出的盲分离的方法可以无失真的分离出源混沌信号.仿真结果显示:在无噪声干扰的情况下,重构信号与源信号的均方误差可达到  $-30$  dB 以下;在信噪比为  $-40$  dB 噪声的环境下,均方误差仍可在  $-20$  dB 以下.虽然在无噪声及噪声环境下本方法均可较好地分离出源混沌信号,然而仿真值与理论值之间仍存在误差,是什么原因导致分离误差的存在呢?

首先,由于相关矩阵  $C_1, C_2$  的元素的取值与噪声的能量有关,在混沌源信号幅度一定的情况下,低信噪比时相关矩阵  $C_1, C_2$  元素的值较大,这导致

$C_1, C_2$  计算不精确引入计算误差.其次,矩阵求逆过程中引入计算误差.在计算矩阵  $C_1^{-1} C_2$  时,若  $C_1^{-1}$  呈现病态将导致  $C_1^{-1} C_2$  计算不精确,引入误差.另外,分离条件中假设各个源信号互不相关,然而它们之间却存在弱相关,这使  $R_1^{-1} R_2$  的非对角元素不为零而是绝对值较小的实数,导致估计出的解相关矩阵  $W$  和  $A^{-1}$  之间存在误差,这也是产生分离误差的一个原因.

## 6. 结 论

提出和实现了一种线性混合的混沌信号的瞬时盲分离方法.它利用了各个混沌源信号之间的互不相关性,在未知混沌信号源方程和混合方法的情况下,利用求解特征向量的方法直接获得解混合矩阵  $W$ ,实现了多个混沌信号的盲分离.理论分析和仿真结果表明在较大的信噪比范围内,该方法可以较好地重构出各个源混沌信号,并在信噪比较低(如  $-40$  dB)的情况下,该方法仍然有效.

- 
- [ 1 ] Lau F C M, Tse C K 2003 *Chaos-based Digital Communication Systems* ( Heidelberg : Springer-Verlag )
- [ 2 ] Feng J C, Tse C K 2001 *Phys. Rev. E* **63** 026202
- [ 3 ] Li J, Liu J H 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 4569 ( in Chinese ) [ 李军、刘君华 2005 物理学报 **54** 4569 ]
- [ 4 ] Andreyev Y V, Dmitriev A S, Efremova E V *et al* 2003 *IEEE Trans. Circuits Syst. -I* **50** 613
- [ 5 ] Drake D F, Williams D B 1994 *Proc. 6th IEEE Digital Signal Process* **75**
- [ 6 ] Cifici M, Williams D B 2002 *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems* **1** 397
- [ 7 ] Wang B, Zheng W 2006 *IEEE Trans. Circuits Syst. -II* **53** 143
- [ 8 ] Lo T, Leung H, Litva J 1996 *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust, Speech, Signal Process* **3** 1798
- [ 9 ] Comon P 1994 *Signal Process* **36** 287
- [ 10 ] Malouche Z, Macchi O 1998 *IEEE Trans. Neural Networks* **9** 123
- [ 11 ] Takens F 1981 Detecting strange attractors in turbulence, In : *Dynamical Systems and Turbulence*, Rand D, Young I ( Ed. ) ( Berlin : Springer ) **898** 366
- [ 12 ] Ren R, Xu J, Zhu S H 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 555 ( in Chinese ) [ 任 韧、徐 进、朱世华 2006 物理学报 **55** 555 ]

# A blind separation method for chaotic signals<sup>\*</sup>

Li Xue-Xia<sup>1)</sup> Feng Jiu-Chao<sup>1,2)†</sup>

1) *Faculty of Electronic and Information Engineering, Southwest University, Chongqing 400715, China*

2) *School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China*

( Received 7 May 2006 ; revised manuscript received 12 June 2006 )

## Abstract

Separation of multiple mixing chaotic signals is an important issue in chaos and its applications. An instantaneous blind separation method for linearly mixed chaotic signals is proposed in this paper, in which the uncorrelation characteristics of chaotic signals are utilized. In the case of unknown mixture matrix and chaotic equations, the inverse matrix for reconstructing the source chaotic signals can be directly estimated from the observation by the approach of solving eigenvectors. The results by computer simulation indicate that the multiple mixing chaotic signals, by using the method, can be effectively separated from noisy background even when the signal to noise ration is low.

**Keywords** : chaos, blind separation, SNR, eigenvector

**PACC** : 0545

---

<sup>\*</sup> Project supported by the the National Natural Science Foundation of China( Grant No.60572025 ), the Program for New Century Excellent Talents in China University( Grant No. NCET-04-0813 ), the Key Project Foundation of Ministry of Education of China ( Grant No. 105137 ) and the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China( Grant Nos. 05006506, 04205783 ).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail : fengjc@scut.edu.cn