

格子 Boltzmann 模型平衡分布边界条件和 多棱柱排列渗流流场的数值模拟^{*}

冯士德¹⁾ 钟霖浩¹⁾ 高守亭¹⁾ Dong Ping²⁾

1) 中国科学院大气物理研究所云降水物理和强风暴实验室和大气科学和地球流体学数值模拟国家重点实验室, 北京 100029)

2) Faculty of Science and Engineering, University of Dundee, DDI 4HN, UK)

(2005 年 9 月 26 日收到, 2006 年 5 月 29 日收到修改稿)

介绍了适用于多种流场数值模拟的无滑动格子 Boltzmann 平衡分布边界条件, 这一边界条件是以 Bounce-Back 方法为基础并满足质量、动量守恒的准则. 数值计算结果表明平衡分布边界条件克服了 Bounce-Back 方法在边界上所产生的滑动速度误差效应. 利用平衡分布边界条件数值模拟了由棱柱形充填粒子构成的微尺度渗流流场中的 Darcy-Forchheimer 方程, 通过与 Lee 和 Yang 的数值结果比较, 该预测结果是足够可靠的.

关键词: 平衡分布边界条件, 渗流介质, Darcy-Forchheimer 阻力

PACC: 0340, 0340G, 0500, 0540

1. 引 言

格子 Boltzmann 模型(lattice boltzmann model, LB 模型)它是从动能理论(kinetics)出发求解宏观流体力学问题. 这一模型假定流体间的质量、动量和能量的输送传递是通过粒子微团间的移动碰撞完成的, 因此该模型描述的是粒子微团随时间的演化规律而并不考虑某一单个粒子的如何变化. 在每一个离散的时间步长 δt 内粒子微团的移动变化过程主要为以下 4 步骤构成: 1) 粒子微团的移动, 2) 粒子微团间的相互碰撞, 3) 粒子微团间的相互掺混, 4) 粒子微团的再重新分布. 而且以上的每一步过程都是在全流场中同步发生的, 因而, LB 模型很适合于做大规模的并行计算. 利用 Taylor 展开和 Chapman-Enskog 渐进展开的方法可以从 LB 模型导出 Navier-Stokes 方程, 这在理论上也就证明了 LB 模型与 Navier-Stokes 方程具有相同的数值精度. 然而 LB 模型受到稳定性的约束, 这一数值精度只有在低马赫数的条件下才能够得到保证. LB 模型在很多流场的数值模拟计算研究上都获得成功, 如可压缩流场^[1]、多相流场、电磁流体动力学流场以及化学反应的流场^[2]等. 几乎凡是 Navier-Stokes 方程能够模拟的流场用 LB 模型也同样可以获得成功.

在数值计算里, 边界条件处理的正确与否也决定着能否得出正确数值结果. 从某种程度上说, 在一定的数值计算精度要求下, 给定一个合适的边界条件与构造一个合适精度的数值模型方案本身具有同等的重要性^[3]. 因为对于一般的流场, 全流场的强迫信息主要来自于边界, 或者说驱动流场流体运动的能量、动量主要是从边界向流场的内部传播输送的. 没有正确的边界条件, 流场也就得不到来自边界的正确的强迫信息. 这样, 即使是在数学物理模型和离散系统正确的条件下也得不到预期的正确结果. 在 LB 模型中流体的状态参量是由粒子速度分布函数和它的矩来定义的, 因此在每一个离散的时间步长上必须给出正确的粒子速度分布函数, 也就是说使用 Dirichlet 边界条件是最合理的. 对于一个无滑的边界, 比较简单有效的边界条件是 Cornubert^[4], Lavalley^[5]和 Ziegler^[6]相继提出改进的 Bounce-Back 边界条件. 这一技术简单可靠, 在 LB 数值计算中已经被广泛使用. Noble^[7]和 Chen^[3]已经证明了这边界条件是一个具有一阶精度的 Bounce-Back 边界条件. 一个好的 LB 边界条件应该是与 Dirichlet 边界条件相一致的. Noble^[7]从 LB 模型的质量和动量定义守恒准则出发, 提出了一个适用于六角格子流体动力学边界条件(hydrodynamic boundary condition). Zou^[8]在 Noble 边界条件基础上, 发展了一个适用于 D2Q9

^{*} 中国科学院“百人计划”基金和国家自然科学基金(批准号: KCL14014, A0675029 和 AKCX1-02)资助的课题.

模型的压力和速度边界条件, 这一边界条件的关键是构造了一个求解其中一个未知非平衡粒子分布函数 f_i 的近似方程 $f_i - f_i^{eq} = f_j - f_j^{eq}$, 下标 i 和 j 代表粒子运动方向数, 这里 f_j 是已知入射到边界中的粒子并与 f_i 移动方向相反, f_i^{eq} 和 f_j^{eq} 是可以求得的平衡粒子分布函数, 这也就意味着粒子分布函数的非平衡部分 Ω_i 和 Ω_j 也遵循 Bounce-Back 规则 ($\Omega_i = f_i - f_i^{eq}$, $\Omega_j = f_j - f_j^{eq}$). 近几年, Verberg 和 Ladd^[9, 10] 在 LB 模型边界条件改进发展上做出了较有成就的工作. 例如他们在 Bounce-Back 边界条件基础上发展了一个具有两阶精度的适用于亚格子尺度的连续 Bounce-Back (continuous Bounce-Back, CBB) 边界条件, 这种 CBB 边界条件同样适用于各种复杂的曲线边界, 并不需要离散控制体的边界与流场的边界重合, 有很广泛的应用前景. LB 模型的边界条件处理起来既灵活又很容易满足计算精度的要求, 因此, 该模型在复杂流体计算方面得到了很快的应用发展. Clague^[11] 分别对复杂的有序和无序排列的纤维介质中水渗透率问题做了 LB 数值模拟研究, 通过与理论和文献数据比较表明, LB 数值模拟取得了非常满意的结果. Manwart^[12] 用 LB 模型与宏观流体力学方程相结合的方法计算模拟了三维微观渗透流动并讨论了两种方法的精度以及与实验结果的分析. Manz^[13] 对流体流过一个球粒子随机排列的流场做了 LB 模拟, 其中贝克来数 (Péclet) Pe 和雷诺数 Re 分别在 $182 < Pe < 350$ 和 $0.4 < Re < 0.77$ 范围内, 数值结果与核磁共振测速仪的测试结果进行了定量的对比分析, 表明在上述所有情况下都获得了一致的结果. Spaid^[14] 构造了一适用于求解 Brinkman 和 Stokes 方程的渗流 LB 模型, 数值计算时, 在流体流过数个椭圆形圆柱构成的微尺度通道流场内部使用 Brinkman 型 LB 模型, 在渗流流场的外部使用 Stokes 型的 LB 模型, 由此计算而得到的流体流动的渗透率与一般润滑数值模型相比获得了很好的一致性. Hlushkou^[15] 将 LB 模型与差分 Navier-Stokes 方程相耦合计算模拟渗流介质中的电子(离子)渗透流动问题获得了成功. Dardis^[16] 根据 Darcy 定律构造了一求解渗流流场 LB 模型, 他在 LB 模型中加入了一个与渗流介质流场中充填层固体粒子分布密度相关的渗流效应项, 并给出了渗透率与流体的黏性和固体粒子分布密度间的关系.

渗流流体力学从微观的电子离子渗透流动的电子领域到很多工程领域都得到了广泛的应用. 在

石油、天然气开发密切相关的渗流流体力学问题研究中, 如高含水油田油水渗流特征及剩余油分布研究, 低渗透、特低渗透油藏渗流特征与可动流体分布研究等都是以前渗流流体力学为理论基础. 另外在与人们日常生活息息相关的水质净化装置以及化工领域进行的催化反应及固体处理的化学装置中, 大多数采用相当于多孔性介质的固定渗透过滤层, 这一过滤层一般都是由各种形状的固体粒子或活性碳纤维充填而成的. 本文将利用 LB 模型和满足无滑动边界条件的平衡分布技术, 对由棱柱形粒子构成的渗透过滤层内的渗流流动的特征做数值模拟研究.

2. LB 模型和平衡分布边界条件

数值模拟采用二维 9 个粒子微团 f_i 的 D2Q9 LB 模型, 这里 f_i ($i = 0, 1, \dots, 8$) 是运动粒子微团而 f_0 是静止粒子微团. 微观粒子微团和宏观流体变量的质量、动量间满足如下准则^[17, 18]:

$$\rho = \sum_i f_i, \quad (1)$$

$$\rho u_\alpha = \sum_i f_i c_{i\alpha}, \quad (2)$$

这里 ρ 是流体的密度, u_α 是流体的速度, α 代表坐标指数, $c_{i\alpha}$ 是微观粒子微团的速度, 取 $|c_{i\alpha}| = c = 1$ ($i = 1, \dots, 8$), $c_{0\alpha} = 0$. 微观粒子微团 f_i 定义为在位置 r_α 时刻 t 和粒子运动速度为 $c_{i\alpha}$ 的微团内所包含的粒子数量. 粒子微团密度分布演变规律的控制方程是 BGK 型的 Boltzmann 方程

$$\begin{aligned} & f_i(r_\alpha + c_{i\alpha}\delta t, t + \delta t) \\ & = f_i(r_\alpha, t) - \frac{1}{\tau} [f_i(r_\alpha, t) - f_i^{eq}(r_\alpha, t)], \quad (3) \end{aligned}$$

这里 δt 是离散的时间步长, τ 是弛豫时间系数. 平衡粒子分布函数 f_i^{eq} 是^[19]

$$\begin{aligned} f_i^{eq} = & W_k \left(1 - 2E c_{i\alpha} u_\alpha + 2E^2 c_{i\alpha} c_{i\beta} u_\alpha u_\beta \right. \\ & \left. + E u^2 - 2E^2 c_{i\alpha} u_\alpha u^2 \right. \\ & \left. - \frac{4}{3} E^3 c_{i\alpha} c_{i\beta} c_{i\gamma} u_\alpha u_\beta u_\gamma \right), \quad (4) \end{aligned}$$

$$E = -\frac{3}{2c^2},$$

$$W_k = \begin{cases} \frac{18-5D}{18}, & i = 0, \\ \frac{2D}{9b_1}, & i = 1, \dots, 4, b_1 = 4, \\ \frac{D}{18b_2}, & i = 5, \dots, 8, b_2 = 4, \\ D = 2. \end{cases}$$

利用 Taylor 和 Chapman-Enskog 展开法以及方程 (1)(2), 可以从方程 (3) 还原出流体力学 Navier-Stokes 方程, 并可以得到压力 P 和运动学黏性系数 ν 与弛豫时间系数 τ 间的关系

$$P = \frac{1}{3} \rho c^2, \quad (5)$$

$$\nu = \frac{c^2 \delta t}{3} \left(\tau - \frac{1}{2} \right). \quad (6)$$

一般用 LB 模型做数值模拟时, 很多情况下都采用 Bounce-Back 边界条件. 然而, 希望在边界上做无滑动处理时, 如果使用 Bounce-Back 边界条件却不能完全满足这一要求, 使用这一边界条件往往在边界上会产生一个不希望的滑动速度^[7, 20]. He^[20] 给出了用 Bounce-Back 边界条件求解 Poiseuille 流场时边界滑动速度的解析解, 解析解说明边界滑动速度会随着弛豫时间系数 τ 的增大而增加. 为了克服这一不足消除在边界上的滑动速度, 本文采用的是平衡分布边界条件. 由于 LB 模型假定流体间的质量、动量和能量的输送是通过粒子微团间的移动碰撞完成的. 那么同样可以假定在边界上也要经过这一过程, 并且弛豫到最终的动力平衡态, 如图 1. 这里所说的动力平衡态就是粒子微团在一个边界上的格子点碰撞后满足条件

$$f_i(r_\alpha, t + \delta t) = f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t).$$

为了能够求解出 $f_i(r_\alpha, t + \delta t)$, 必须先求解出在这一格子点上的流体密度 $\rho(r_\alpha, t + \delta t)$. 图 1(a) 是粒子平衡分布状态, 实心箭头 1, 2, 3, 5, 6 代表可移动的粒子微团, 而空心箭头 4, 7, 8 代表无法移动的粒子微团, 这是由于它们受到边界约束的结果, 但在这里假定它们在下一个时刻 $t + \delta t$ 仅仅分别做 Bounce-Back 或者说 180° 的转向, 即由图 1(b) 所示的状态, 这样我们就可以求解出时刻 $t + \delta t$ 的流体密度 $\rho(r_\alpha, t + \delta t)$, 显然它是由两部分组成的, 一部分是由相邻流场内的格子点移动过来的粒子微团 $\rho_M = f_1 + f_3 + f_4 + f_7 + f_8$, 而另一部分是由于受到边界的约束只能做 Bounce-Back 的粒子微团 $\rho_B = f_2 + f_5 + f_6$. 这样就可以求解出各个粒子微团在掺混状态图 1(c) 下的流体密度 $\rho(r_\alpha, t + \delta t) = f_0 + \rho_M + \rho_B$. 如果在边界速度 u_α 已经给定时, 将 u_α 和 ρ 代入方程 (4) 就可得到掺混状态后的平衡分布 $f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t)$. 根据 Chapman-Enskog 渐进展式

$$f_i = f_i^{eq} + f_i^{neq}, \quad (7)$$

$$f_i^{neq} = \epsilon f_i^{(1)} + \epsilon^2 f_i^{(2)} + \dots + \epsilon^n f_i^{(n)},$$

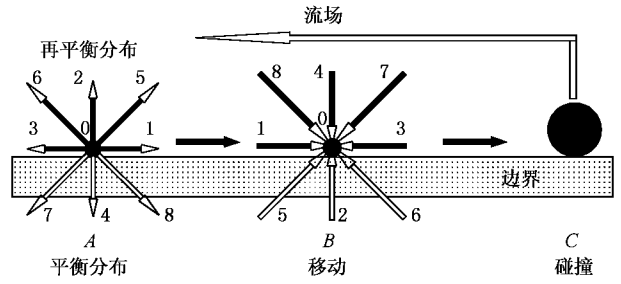


图 1 在边界一个格子点上粒子微团移动-碰撞-掺混-再分布示意图

$$f_i^{(n)} \sim O(\epsilon^{(n)}), \quad (8)$$

这里 ϵ 是一阶小量, n 是大于等于零的整数, $f_{ki}^{(0)} = f_{ki}^{eq}$, 非平衡分布 f_{ki}^{neq} 对密度、动量没有贡献^[21], 即

$$\sum_i f_i^{neq} = 0, \quad (9)$$

$$\sum_i f_i^{neq} c_{i\alpha} = 0, \quad (10)$$

将 (7)(9)(10) 式代入定义准则方程 (1)(2) 得

$$\begin{aligned} \rho(r_\alpha, t + \delta t) &= \sum f_i(r_\alpha, t + \delta t) \\ &= \sum f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t) \\ &\quad + \sum f_i^{neq}(r_\alpha, t + \delta t) \\ &= \sum f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho(r_\alpha, t + \delta t) u_\alpha &= \sum f_i(r_\alpha, t + \delta t) c_{i\alpha} \\ &= \sum f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t) c_{i\alpha} \\ &\quad + \sum f_i^{neq}(r_\alpha, t + \delta t) c_{i\alpha} \\ &= \sum f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t) c_{i\alpha}, \end{aligned} \quad (12)$$

因而, 在边界上的下一个时刻 $t + \delta t$ 用平衡分布函数 $f_i^{eq}(r_\alpha, t + \delta t)$ 来替代分布函数 $f_i(r_\alpha, t + \delta t)$ 是满足质量、动量守恒准则的. 图 2 给出了 Bounce-Back 和平衡分布边界条件对于 Poiseuille 流场边界做无滑动处理时的数值计算结果. 从图 2 可以看出平衡分布法对所有的 τ 弛豫时间系数值都能满足无边界条件的要求.

3. 数值解析流场

参照明似的渗流流场数值模拟文献^[22—24], 考虑不可压缩流体流过一个多棱柱排列的充分稳定的渗流流场. 此时无量纲流体力学方程可以写成

$$\frac{\partial u_\alpha}{r_\alpha} = 0, \quad (13)$$

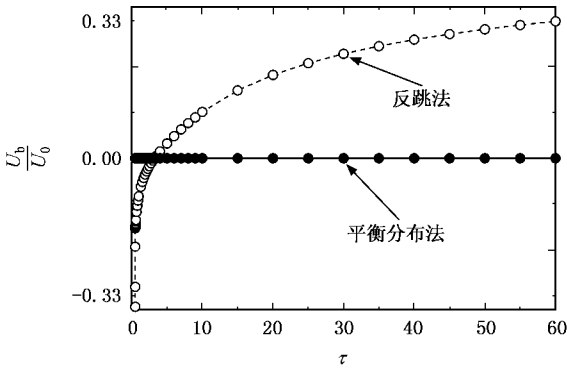


图 2 两种无滑动边界条件的 Poiseuille 流场数值计算结果。\$U_c\$，\$U_b\$ 分别是流场中心速度和边界滑动计算速度

$$u_{\beta} \frac{\partial u_{\alpha}}{r_{\beta}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r_{\alpha}} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_{\alpha}}{\partial r_{\alpha}^2}, \quad (14)$$

这里无量纲化的流体变量分别定义为

$$u_x = \frac{U_x}{U_0}; u_y = \frac{U_y}{U_0}; Re = \frac{U_0 L}{\nu}$$

$$P = \frac{p}{p_0}; r_x = \frac{X}{L}; r_y = \frac{Y}{L}$$

\$\nu\$ 是流体的运动学黏性系数，\$P_0\$ 和 \$L\$ 是特征压力和特征长度。

文献[22 23]应用有限差分的方法求解方程 (14)，选取不同的雷诺数 \$Re\$、渗流流场的孔隙率 \$\epsilon\$ 等参数分析研究了 Darcy-Forchheimer 阻力相应的强弱演变规律。这里针对图 3 给出的渗流流场利用 LB 模型来求解方程 (14)。在流场的上下边界和棱柱的表面采用无滑动的平衡分布边界条件，对流场出入口边界的未知粒子微团采用周期边界条件求出，这样既能保证没有从流场中流出也没有从外界流入粒子微团，也可以使整体流场的质量守恒。求出未知粒子微团后就可以获得下一个时刻的流体密度，再利用平衡分布边界条件求出口和入口的下一个时刻的平衡分布粒子微团。初始条件全流场设定 \$\rho = 1, u_{\alpha}\$

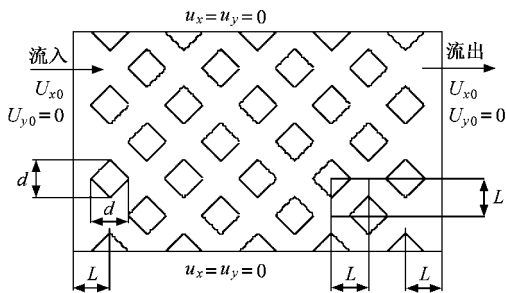


图 3 渗流流场结构图

\$= 0\$，出入口边界 \$U_0 = 0.05\$。特征长度 \$L\$ 和时间离散尺度为 \$L \times L = N \times N = 76 \times 76 \delta t = L/Nc\$。弛豫时间系数 \$\tau\$ 与雷诺数 \$Re\$ 间的关系由下式给出：

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{3U_0 L}{c^2 \delta t Re} = \frac{1}{2} + \frac{3NU_0}{cRe}. \quad (15)$$

图 4 (a) (b) (c) 给出的是孔隙率 \$\epsilon = 0.75, Re = 30\$ 流场充分稳定时的流线、等压线和等涡度线的 LB 数值结果。从图中可以看出，这时流场内部每个充填粒子周围的流谱基本相同。图 4 (a, b, c) 给出的是孔隙率 \$\epsilon = 0.75\$ 对应不同雷诺数的流线、等压线和等涡度线，其中等压线 \$P'\$ 的量值并不是流场的真实压力值，而是 \$P' = \Delta P / \Delta P_{max}\$，\$\Delta P = P - P_0\$，\$P_0\$ 是流场初始压力，\$\Delta P_{max}\$ 是 \$|\Delta P|\$ 中的最大值。在小雷诺数 \$Re = 1\$ 时图 5 (a) 流线、等压线和等涡度线基本对称于充填粒子的垂直中心线，这说明流动阻力主要来自于摩擦力。当雷诺数增加到 \$Re = 10\$ 时，等值线的对称已经被破坏，这从图 5 (b) 等压线和等涡度线可以清楚地看出，等压线也在充填粒子表面附近向迎风方向倾斜弯曲。当雷诺数继续增加到 \$Re = 30\$ 时，等压线明显地沿着充填粒子表面向迎风面移动，一部分负的等压线已经越过垂直中心线移到迎风面一侧，流线和等涡度线已失去了在小雷诺数时的对称性，等压线和等涡度线有一一对应的特征，压力梯度大的表面涡度梯度也相应的大，这时的流场主要受压力场控制。这些曲线随雷诺数的变化规律与文献[22—24]圆柱为介质构成的渗流流场的演变规律是基本相似的。不同的是在棱柱粒子尖角处，等压线和等涡度线很密集，有梯度加大的特征。

在实际的工程应用中，人们更关心的是 Darcy-Forchheimer 阻力与渗流流场的孔隙率 \$\epsilon\$ 以及充填粒子雷诺数 \$Re_d\$ 间的相互定量关系。Darcy-Forchheimer 方程和图 3 给出的渗流流场的结构尺度与孔隙率 \$\epsilon\$ 的关系式：

$$-\frac{d\bar{P}}{dX} = \frac{\Delta P}{L} = \left(\frac{d^2}{K} + FRe_d \right) \frac{\mu \bar{U}}{d^2} \quad (16)$$

$$\epsilon = 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{d}{L} \right)^2, \quad (17)$$

这里 \$\bar{P}\$ 是体积平均压力；\$K\$ 是渗透率；\$F\$ 是 Forchheimer 系数；\$\mu\$ 是流体的黏性系数；\$\bar{U}\$ 是表面速度。粒子雷诺数 \$Re_d\$ 定义为 \$Re_d = \bar{U}d/\nu\$。表面速度 \$\bar{U}\$ 可通过对一个离散单元积分求得

$$\bar{U} = \frac{1}{L} \int_{y_0}^{y_0+L} U_x dY = \frac{U_0}{L} \int_{y_0}^{y_0+L} u_x dY = U_0 q, \quad (18)$$

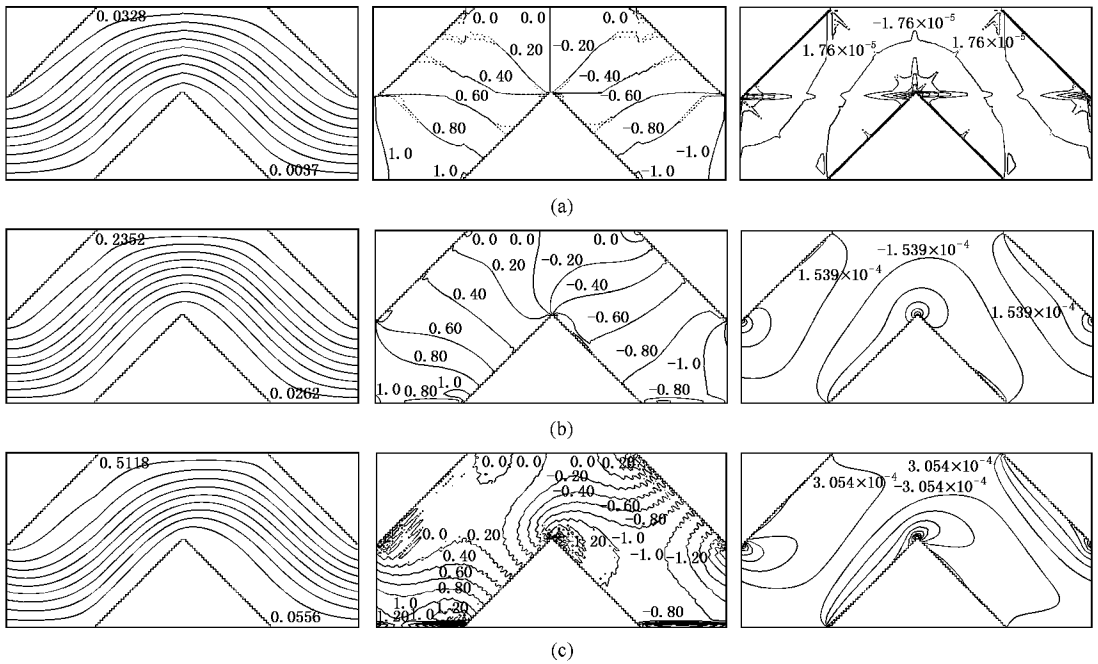


图 4 一个完整微尺度通道内的流线、等压线和等焓度线 (a) $Re = 1$ (b) $Re = 10$ (c) $Re = 30$

其中流量(体积流率) q 或最大流函数 ψ_{\max} 为

$$q = \psi_{\max} = \frac{1}{L} \int_{y_0}^{y_0+L} u_x dY. \quad (19)$$

粒子雷诺数 Re_d 可以写成

$$Re_d = \frac{\bar{U}d}{\nu} = Re \left(\frac{d}{L} \right) q. \quad (20)$$

在方程 (16) 中 d^2/K 是 Darcy 阻力; FRe_d 是 Forchheimer 阻力, Darcy-Forchheimer 阻力 DF 可以由下式估算^[23]:

$$DF = \frac{d^2}{K} + FRe_d = \frac{\Delta P d^2}{\mu L \bar{U}} = \frac{Re}{q} \left(\frac{d}{L} \right)^2, \quad (21)$$

$$U_0^2 \approx \frac{\Delta P}{\rho},$$

因此,一旦体积流率 q 已知,就可以由方程 (21) 求出 Darcy-Forchheimer 阻力 DF. 图 5 (a) (b) 给出了在不同孔隙率 ϵ Darcy-Forchheimer 阻力 DF 随充填粒子雷诺数变化关系曲线. 当充填粒子雷诺数趋近于零时, Darcy-Forchheimer 阻力 DF 蜕化成 Darcy 阻力, 但随着充填粒子雷诺数的增大, Forchheimer 阻力增长的较快, 特别在孔隙率 ϵ 较大时 Forchheimer 阻力随充填粒子雷诺数增长的曲线弯曲度加大, 非线性更加明显. 在小孔隙率 ϵ 时, Forchheimer 阻力随充填粒子雷诺数增长的速度要小于大孔隙率 ϵ 时的速度, 这时 Darcy 阻力还是起到了支配作用. 充填粒

子雷诺数与体积流率 q 或最大流函数 ψ_{\max} 成正比, 所以也可说 Forchheimer 阻力随体积流率 q 增加而增大. 从图 5 (a) (b) 还可以清楚地看出, 由棱柱形充填粒子构成的渗流流场要比圆柱形充填粒子构成的渗流流场的 Darcy-Forchheimer 阻力明显增大, 阻力曲线的非线性也明显增强, 特别是在孔隙率 ϵ 大的时候更加明显. 图 5 (b) 在较小的孔隙率 $\epsilon = 0.4375$ 时, 两者的 Darcy-Forchheimer 阻力比较接近. 为了进一步地比较两个由不同充填粒子构成的渗流流场的阻力特征及差异, 我们对两个渗流流场 Forchheimer 阻力占总阻力 DF 百分比 η 随孔隙率的变化做了比较. 图 6 给出了两个流场的对比结果, 在目前孔隙率 $\epsilon = 0.4375 - 0.8076$ 数值计算的范围内, 由棱柱形充填粒子构成的渗流流场要比圆柱形充填粒子构成的渗流流场的百分比 η 大, 在孔隙率 $\epsilon \geq 0.80$ 附近, 棱柱形充填粒子百分比已接近 50%, $\eta = 49.93\%$ 而圆柱形充填粒子的百分比只有 $\eta = 33.09\%$. 从图 6 还可以看出棱柱形充填粒子阻力百分比 η 要比圆柱形充填粒子阻力百分比 η 随孔隙率 ϵ 增长的快一些. 我们用 LB 平衡分布边界条件对圆柱形充填粒子构成的渗流流场同样作了数值计算, 图 7 给出了在相同条件下与 Lee 和 Yang 采用差分法求解方程 (14) 结果的比较, 从图中可以看出两种数值方法结果较好地相符合.

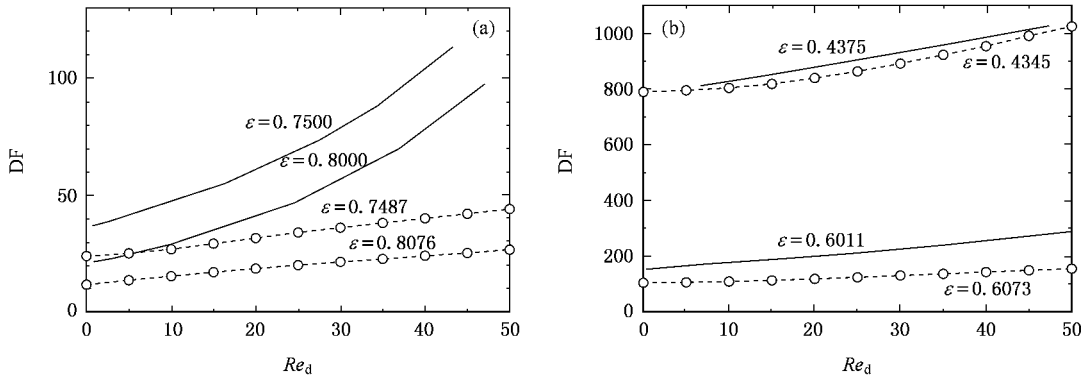


图 5 Darcy-Forchheimer 阻力 DF 随充填粒子雷诺数变化关系曲线

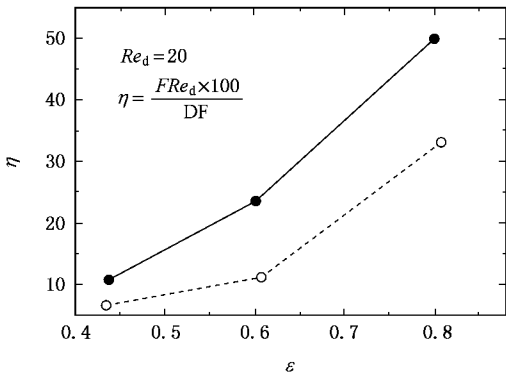


图 6 Forchheimer 阻力与总阻力之比随孔隙率 ϵ 的变化关系

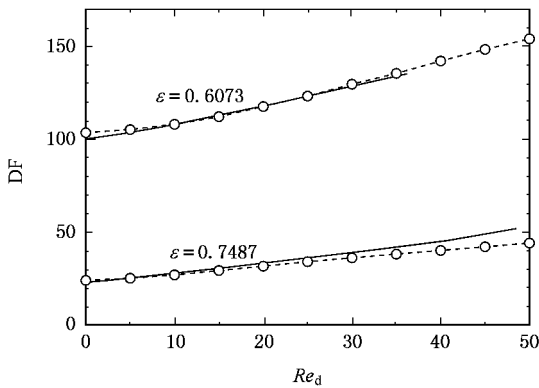


图 7 LB 模型与 Lee 和 Yang 数值结果的精度比较

4. 结 论

本文数值计算模拟中,使用无滑动 LB 平衡分布边界条件模拟了微尺度的渗流流场,数值计算结果表明这一边界条克服了 Bounce-Back 边界条件在边界上所产生的滑动速度误差效应.使用 LB 平衡分布边界条件分别计算模拟了由圆柱形和棱柱形充填粒子构成的渗流流场,在相同流场几何结构以及相同的孔隙率条件下,用 LB 模型采用平衡分布边界条件求解宏观流体力学方程与文献 [23] 差分方法获得了较好一致的结果.对棱柱形充填粒子构成的渗流流场数值结果说明,在同样计算条件下棱柱形充填粒子要比圆柱形充填粒子总阻力显著增大,特别是在粒子雷诺数较大时非线性惯性项的作用更加明显,这也证明了在标准的 Darcy-Forchheimer 方程中非线性项 $C_\rho |\mathbf{V}| \cdot \mathbf{V} / \sqrt{K}$ 中的常系数 C 与渗流介质的几何形状相关的结论.在较小的孔隙率 $\epsilon = 0.4375$ 时两种流场的总阻力差异不十分明显.比较棱柱形充填粒子与圆柱形充填粒子流场等压线和等涡度线,一个较明显的差异是在棱柱形充填粒子尖角处两等值线有集中的特征.

- [1] Chen S , Wang Z , Shan X , Doolen G D , 1992 *J. Stat. Phys.* **45** 379
- [2] Alexander F J , Chen H , Chen S , Doolen G D 1992 *Phys. Rev. A* **46** 1967
- [3] Chen S , Martinez D , Mei R , 1996 *Phys. Fluids* **8** 2527
- [4] Cornubert R , d'Humières D , Levermore D 1991 *Physica D* **47** 241
- [5] Lavalée P , Boon J P , Noullez A 1991 *Physica D* **47** 233
- [6] Ziegler D P 1993 *J. Stat. Phys.* **71** 1171
- [7] Noble D R , Chen S , Georgiadis J G , Buckius R O 1995 *Phys. Fluids* **7** 203
- [8] Zou Q , He X 1997 *Phys. Fluids* **9** 1591
- [9] Verberg R , Ladd A J C 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2148
- [10] Verberg R , Ladd A J C 2001 *Phys. Rev. E* **65** 016701
- [11] Clague D S , Kandhai B D , Zhang R , Sloat P M A 2000 *Phys. Rev. E* **61** 616
- [12] Manwart C , Aaltosalmi U , Koponen A , Hilfer R , Timonen J 2002 *Phys. Rev. E* **66** 016702-1
- [13] Manz B , Gladden L F , Warren P B 1999 *AIChE Journal* **45** 1845
- [14] Spaid M A A , Phelan F R 1997 *Phys. Fluids* **9** 2468
- [15] Hlushkou D , Kandhai D , Tallarek U 2004 *International Journal for Numerical Methods in Fluids* **46** 507
- [16] Dardis O , McCloskey J 1998 *Phys. Rev. E* **57** 4834
- [17] Frisch U , d'Humières D , Hasslacher B , Lallemand P , Pomeau Y , Rivet J P 1987 *Complex Systems* **1** 649
- [18] McNamara G , Alder B 1993 *Physica A* **194** 218
- [19] Feng S D , Tsutahara M , 2001 *Chinese Physics* **10** 587
- [20] He X , Zou Q , Lou L S , Dembo M 1987 *J. Stat. Phys.* **87** 115
- [21] Wolfram S 1986 *J. Stat. Phys.* **45** 471
- [22] Coulaud O , Morel P , Caltagirone J P 1988 *J. Fluid Mech.* **190** 393
- [23] Lee S L , Yang J H 1997 *Int. J. Heat Mass Transfer* **40** 3149
- [24] Ping D , Feng S D , Zhao Y 2004 *Chinese Physics* **13** 434

Equilibrium distribution boundary condition in lattice Boltzmann model and numerical simulation of Darcy-Forcheimer drag for fluid flow across a square cylinder array^{*}

Feng Shi-De¹⁾ Zhong Lin-Hao¹⁾ Gao Shou-Ting¹⁾ Dong Ping²⁾

¹⁾ *Institute of Atmospheric Physics , Chinese Academy of Sciences , Beijing 100029 , China)*

²⁾ *Faculty of Science and Engineering , University of Dundee , DD1 4HN , UK)*

(Received 26 September 2005 ; revised manuscript received 29 May 2006)

Abstract

This article presents a boundary condition for the equilibrium distribution suitable for a variety of non-slip flow Lattice Boltzmann simulations. The boundary condition is based on the Bounce-back method and satisfies mass and momentum conservation principles. The computational results show that the new boundary condition for the equilibrium distribution overcame the erroneous slip velocities resulted from the conventional bounce-back method. The porous flow field around prism-shaped particles which is governed by Darcy-Forcheimer formula is calculated and compared with Lee and Yang 's (1997) the predictions are found to be sufficiently reliable.

Keywords : equilibrium distribution boundary condition , porous medium , Darcy-Forcheimer drag

PACC : 0340 , 0340G , 0500 , 0540

^{*} Project supported by the ' 100 Talents Project ' of Chinese Academy of Sciences , and the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. KCL14014 , 40675029 , AKCX1-02).